Математичні моделі та методи

УДК 19.66:519.668

В.Ю. Дубницкий[1], А.М. Кобылин[1], О.А. Кобылин[2]

[1] *Харьковский учебно-научный институт ГВУЗ Университета банковского дела, Харьков*
[2] *Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ ЦЕНТР-РАДИУС ЗНАЧЕНИЙ ГАММА-ФУНКЦИИ, НЕПОЛНОЙ ГАММА-ФУНКЦИИ, БЕТА-ФУНКЦИИ И ДИГАММА-ФУНКЦИИ

Для гамма-функции, неполной гамма-функции, бета-функции и дигамма-функции предложены алгоритмы вычисления их значений при условии определения их аргументов в виде интервальных чисел, заданных в системе центр-радиус. Результаты численного эксперимента показали, что применение интервальных вычислений позволяет получать значения функций с достаточной для практического применения точностью и одновременно оценивать погрешность получаемых результатов вычислений. Областью применения полученных результатов могут быть вычисления значений гамма-функции, неполной гамма-функции, бета-функции и дигамма-функции в тех случаях, когда аргументы функций получают в результате экспериментальных наблюдений.

Ключевые слова: *гамма-функция, неполная гамма-функция, бета-функция дигамма-функция, интервальные вычисления, система центр-радиус.*

Введение

При вычислении энтропии непрерывных случайных величин возникает необходимость вычисления значений гамма-функции, дигамма-функции (пси-функции), бета-функции. Обоснование использования этих специальных функций показано в работах [1, 2]. В том случае, когда параметры законов распределения известны, то никаких проблем, кроме вычислительных, не возникает. Задача усложняется в том случае, когда параметры законов распределения определяют по данным, полученным в результате наблюдений. Пусть непрерывная случайная величина X имеет, в общем случае, функцию плотности вида $f(x;\lambda,\mu)$, где λ, μ - параметры распределения. Зависимости вида:

$$\begin{cases}\lambda = g_1(m,s)\\ \mu = g_2(m,s)\end{cases} \qquad (1)$$

приведены, например, в работе [3 ,4]. В том случае, когда математическое ожидание случайной величины X, равное m, и её среднеквадратическое отклонение, равное s, определяют по полученной выборке, то возникает необходимость учёта в результатах последующих вычислений величин доверительных интервалов. Для этого, по мнению авторов данного сообщения, более всего подходят методы интервальных вычислений.

Анализ литературы. В работах [5,6] описаны правила действия с интервальными числами, определёнными в системе центр-радиус и калькулятор, реализующий эти правила.

Следуя этим работам рассмотрим множество действительных чисел R, на котором определим интервальное число A в виде замкнутого интервала:

$$A=\left(\underline{a},\overline{a}\right)=(a_1,a_2),\ \underline{a}\le\overline{a},\ a_1\le a_2 \qquad (2)$$

и представим в виде:

$$A=\left\langle a,r_a\right\rangle, \qquad (3)$$

где:

$$a=\frac{a_1+a_2}{2},\ r_a=\frac{a_2-a_1}{2},\ a,r_a,\in R\ . \qquad (4)$$

При применении системы центр-радиус действия сложения и вычитания с интервальными числами выполняют по следующим правилам:

$$A+B=\left\langle a+b,r_a+r_b\right\rangle; \qquad (5)$$

$$A-B=\left\langle a-b,r_a+r_b\right\rangle. \qquad (6)$$

Операцию деления и умножения в системе центр-радиус выполняют по следующим правилам:

$$\left\langle a,r_a\right\rangle\left\langle b,r_b\right\rangle=\left\langle ab+r_ar_b,ar_b+br_a\right\rangle; \qquad (7)$$

$$\frac{\left\langle a,r_a\right\rangle}{\left\langle b,r_b\right\rangle}=\left\langle\frac{ab+r_ar_b}{b^2-r_b^2},\frac{ar_b+br_a}{b^2-r_b^2}\right\rangle \qquad (8)$$

Для возведение в целочисленную степень используем условие:

$$A^n=\left\langle a,r_a\right\rangle^n=\left\langle G,R\right\rangle; \qquad (9)$$

при условии, что $n\in Z$.

Тогда:

$$G = \sum_{k=0}^{n} C_n^{2k} r_a^{2k} a^{n-2k};$$
$$R = \sum_{k=0}^{n} C_n^{2k+1} r_a^{2k+1} |a|^{n-(2k+1)}. \qquad (10)$$

Для программирования процесса вычислений условие (9) представим, с учетом условия (10), в виде:

$$A = \langle a; r_a \rangle^n = -\left\langle a^2 + r_a^2; 2|a| r_a \right\rangle \underbrace{\left((a; r_a) \ldots (a; r_a) \right)}_{n-2}. \qquad (11)$$

В системе центр-радиус, используя условия (2) и (3), постоянное число C представим в виде

$$C = \langle c,\ 0 \rangle. \qquad (12)$$

Примем, что $A = \langle a, r_a \rangle$ и $B = \langle b, 0 \rangle$. Тогда операции сложения и вычитания представим в виде:

$$A + B = \langle a + b, r_a \rangle; \qquad (13)$$

$$A - B = \langle a - b, r_a \rangle. \qquad (14)$$

Для умножения интервального числа, представленного в системе центр-радиус, на постоянную величину примем, что:

$$AB = \begin{cases} \langle a, 0 \rangle \langle b, r_b \rangle, A = \text{const}, B \neq \text{consn}; \\ \langle a, r_a \rangle \langle b, 0 \rangle, A \neq \text{const}, B = \text{const}. \end{cases} \qquad (15)$$

При операции деления интервального числа на постоянное число получим, что:

$$\frac{A}{B} = \frac{\langle a, r_a \rangle}{\langle b, 0 \rangle} = \left\langle \frac{ab}{b^2}, \frac{br_a}{b^2} \right\rangle = \left\langle \frac{a}{b}, \frac{r_a}{b} \right\rangle; \qquad (16)$$

или:

$$\frac{A}{B} = \frac{\langle a, 0 \rangle}{\langle b, r_b \rangle} = \frac{\langle ab, ar_b \rangle}{b^2 - r_b^2} = \left\langle \frac{ab}{b^2 - r_b^2}, \frac{ar_b}{b^2 - r_b^2} \right\rangle, \qquad (17)$$

представим логарифмическую функцию в виде:

$$\ln \langle x, r_x \rangle = = \sum_{i=1}^{6} \langle a_i, 0 \rangle \left[\langle -1; 0 \rangle^{i-1} + \frac{\langle 1; 0 \rangle}{\langle x, r_x \rangle^i} \right] \frac{\left(\langle x, r_x \rangle - \langle 1; 0 \rangle \right)^i}{\langle i; 0 \rangle}. \qquad (18)$$

Коэффициенты $a_{i,}$, необходимые для вычисления величины $\ln \langle x, r_x \rangle$, приведены в табл.1.

Таблица 1

Значение коэффициентов для приближения функции $\ln(x)$

a_1	0,500000	a_4	0,030303
a_2	0,227273	a_5	0,007576
a_3	0,090909	a_6	0,0001082

Произвольную показательную функцию представим в виде:

$$a^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x \ln a)^k}{k!}. \qquad (19)$$

Тогда, с учетом условия (18), её интервальным расширением будет функция вида:

$$\langle a; r_a \rangle^{\langle x; r_x \rangle} = \sum_{k=0}^{6} \frac{\left(\langle x; r_x \rangle \ln \langle a; r_a \rangle \right)^k}{k!}. \qquad (20)$$

Экспоненту с отрицательным показателем, точнее её рациональное приближение, представим в виде

$$e^{-x} = \left[\sum_{k=0}^{6} a_k x^k \right]^{-4}, \text{ при } 0 \leq x \leq 16 \qquad (21)$$

Значения коэффициентов $a_{k,,}$ используемых для приближения величины e^{-x}, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значение интерполяционных коэффициентов для приближения величины e^{-x}

a_0	1	a_4	0,0001715620
a_1	0,2499986842	a_5	0,0000054302
a_2	0,0312575832	a_6	0,0000006906
a_3	0,00259137121		

Интервальное расширение функции (20) примет вид:

$$e^{-\langle x, r_x \rangle} = \left[\sum_{k=0}^{6} \langle a, r_a \rangle_k \langle x, r_x \rangle^k \right]^{-4}, \quad 0 \leq x \leq 16. \qquad (22)$$

Экспоненту с положительным показателем представим в виде:

$$e^{\langle x, r_x \rangle} = 1 \ / \left[\sum_{k=0}^{6} \langle a, r_a \rangle_k \langle x, r_x \rangle^k \right]^{-4}. \qquad (23)$$

В работе [6] приведены удобные для реализации в упомянутом калькуляторе выражения для вычисления таких специальных функций, как: гамма-функция, неполная гамма-функция, бета-функция, дигамма-функция.

Для гамма-функции:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx; \qquad (24)$$

известно приближение вида:

$$\Gamma(\alpha) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} e^{-\alpha} \alpha^{\alpha} \times \left(1 + \frac{1}{12\alpha} + \frac{1}{288\alpha^2} - \frac{139}{51840\alpha^3} - \frac{571}{2488320\alpha^4} \right). \qquad (25)$$

Для неполной гамма-функции:

$$\Gamma(\alpha, x) = \int_x^{\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt; \qquad (26)$$

известно приближение вида:

$$\Gamma\left(\alpha,x\right)\approx e^{-x}x^{\alpha-1}\left[1+\frac{\alpha-1}{x}+\frac{(\alpha-1)(\alpha-2)}{x^2}\right]. \quad (27)$$

Бета-функция может быть представлена в виде отношения гамма-функций:

$$B(u,v)=\int_0^1 x^{u-1}\left(1-x\right)^{v-1}dx=\frac{\Gamma(u)\Gamma(v)}{\Gamma(u+v)}. \quad (28)$$

Для дигамма-функции:

$$\psi\left(\alpha\right)=\frac{d}{d\alpha}\ln\Gamma(\alpha); \quad (29)$$

известно приближение вида:

$$\psi\left(\alpha\right)\approx\ln\alpha-\frac{1}{2\alpha}-\frac{1}{12\alpha^2}+\frac{1}{120\alpha^4}-\frac{1}{252\alpha^6}. \quad (30)$$

Совмещение методов интервальных вычислений с методами вычисления значений специальных функций позволяют найти решение задачи, сформулированной в заголовке данного сообщения.

Цель работы. Разработка алгоритмов определения значений гамма-функции, неполной гамма-функции, бета-функции и дигамма-функции при условии задания аргументов в виде интервальных чисел, определённых в системе центр-радиус.

Полученные результаты

При описании полученных результатов принято допущение о том, что результат считается полученным, если процесс вычислений сведен к выполнению последовательности действий, реализованных в калькуляторе, описанном в работе [6].

В работе [8] для вычисления значений гамма-функции предложено упрощённое, в сравнении с условием (25) выражение вида:

$$\Gamma(\alpha)\approx\sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}}e^{-\alpha}\alpha^{\alpha}\left(1+\frac{1}{12\alpha}+\frac{1}{288\alpha^2}\right). \quad (31)$$

В табл. 3 приведены значения функций Γ(2)=1 и Γ(6)=120 вычисленные по условиям (25) и (31).

Таблица 3

Значения функций Γ(2) и Γ(6)

Точное значение гамма-функции	Приближенное значение, вычисленное по условию (25)	Приближенное значение, вычисленное по условию (31)
Γ(2)=1	1,0003	0,999
Γ(6) =120	120,001	119,999

Хотя условие (25) кажется более точным, однако при выполнении вычислений в интервальном виде предпочтительнее оказалось условие (31), дающее меньший радиус интервала так, как количество операций с интервальными числами в нём меньше, чем в условии (25). В интервальном виде сомножитель $\sqrt{2\pi/\alpha}$ представим в виде:

$$A_1=\frac{\left\langle 2,5066;0\right\rangle}{\left\langle\alpha;r_\alpha\right\rangle^{1/2}} \quad (32)$$

Для определения его интервального значения выполним действия в последовательности, которая определена ниже.

1. Вычислим, используя условие (18), величину:

$$\ln\left\langle\alpha,r_\alpha\right\rangle=$$
$$=\sum_{i=1}^{6}\left(\begin{array}{c}\left\langle a_i,0\right\rangle\left[\left\langle -1;0\right\rangle^{i-1}+\dfrac{\left\langle 1;0\right\rangle}{\left\langle\alpha,r_\alpha\right\rangle^{i}}\right]\times\\ \times\dfrac{\left(\left\langle\alpha,r_\alpha\right\rangle-\left\langle 1;0\right\rangle\right)^{i}}{\left\langle i;0\right\rangle}\end{array}\right)=\left\langle a_1;r_{a1}\right\rangle. \quad (33)$$

2. Вычислим, используя условие (20) величину:

$$\left\langle\alpha;r_\alpha\right\rangle^{1/2}=\left\langle\alpha;r_\alpha\right\rangle^{\langle 0,5\rangle}=$$
$$=\sum_{k=0}^{6}\frac{\left(\left\langle\alpha;r_\alpha\right\rangle\left\langle a_1;r_{a1}\right\rangle\right)^{=k}}{k!}=\left\langle a_2;r_{a2}\right\rangle. \quad (34)$$

3. Тогда численное значение условия (32), используя условие (17) получим в виде:

$$A_1=\frac{\left\langle 2,5066;0\right\rangle}{\left\langle\alpha;r_\alpha\right\rangle^{1/2}}=\left\langle\frac{2,5066a_2}{a_2^2-r_a^2};\frac{2,5066r_{a2}}{a_2^2-r_a^2}\right\rangle. \quad (35)$$

4. Вычислим, используя условие (22) величину:

$$A_2=e^{-\langle\alpha,r_\alpha\rangle}=\left[\sum_{k=0}^{6}\left\langle a,r_a\right\rangle_k\left\langle\alpha,r_\alpha\right\rangle^{k}\right]^{-4}. \quad (36)$$

5. Вычислим, используя условия (20) и (33), величину:

$$A_3=$$
$$=\left\langle\alpha;r_\alpha\right\rangle^{\langle\alpha;r_\alpha\rangle}=\sum_{k=0}^{6}\frac{\left(\left\langle\alpha;r_\alpha\right\rangle\ln\left\langle\alpha_1;r_{\alpha1}\right\rangle\right)^{k}}{k!}. \quad (37)$$

Интервальное значение сомножителя, стоящего в круглых скобках в условии (31) вычислим, используя условия (11) и (17) таким образом:

$$A_4=\left\langle 1;0\right\rangle+\frac{\left\langle 0.0833;0\right\rangle}{\left\langle a;r_a\right\rangle}+\frac{\left\langle 0.00347;0\right\rangle}{\left\langle a;r_a\right\rangle^2}=$$
$$=\left\langle 1;0\right\rangle+\frac{\left\langle 0.0833;0\right\rangle}{\left\langle a;r_a\right\rangle}+\frac{\left\langle 0.00347;0\right\rangle}{\left\langle a^2+r_a^2;2|a|r_a\right\rangle}=$$
$$=\left\langle 1;0\right\rangle+\left\langle\frac{0.0833a}{a^2-r_a^2};\frac{0.0833r_a}{a^2-r_a^2}\right\rangle+ \quad (38)$$
$$+\left\langle\begin{array}{c}0.00347a\Big/\left[\left(a^2+r_a^2\right)^2-4a^2r_a^2\right]+\\ +0.00347r_a\Big/\left[\left(a^2+r_q^2\right)^2-4a^2r_a^2\right]\end{array}\right\rangle.$$

Следовательно, интервальное расширение гамма-функции, вычисленное в системе центр-радиус $\left[\Gamma(\alpha)\right]$ можно определить так:

$$\left[\Gamma(\alpha)\right]=\prod_{i=1}^{4}A_i=\left\langle g(\alpha);r_{g(\alpha)}\right\rangle. \qquad (39)$$

Условие (39) получают последовательным выполнением действий по условию (7).

Рассмотрим более подробно процедуру вычисления интервальных значений неполной гамма-функции. Из сравнения условий 25) и (27) следует, что интервальное расширение выражения e^{-x} получено в условии (36) и равно A_5. Интервальное расширение выражения $x^{\alpha-1}$, используя условия (6), (18), (37) примет следующий вид:

$$A_5=\left\langle x-1;r_x\right\rangle^{\left\langle \alpha-1;r_\alpha\right\rangle}==\sum_{k=0}^{6}\frac{\left(\left\langle \alpha-1;r_\alpha\right\rangle \ln\left\langle x-1;r_x\right\rangle\right)^k}{k!}. \qquad (40)$$

Далее, используя условия (5), (7), (8) и (11) получим следующее:

$$A_6=\left\langle\left[1+\frac{\alpha-1}{x}+\frac{(\alpha-1)(\alpha-2)}{x^2}\right]\right\rangle=$$
$$=\left[\left\langle 1;0\right\rangle+\frac{\left\langle \alpha-1;r_\alpha\right\rangle}{\left\langle x;r_x\right\rangle}+\frac{\left\langle \alpha-1;r_\alpha\right\rangle\left\langle \alpha-2;r_\alpha\right\rangle}{\left\langle x;r_x\right\rangle}\right]= \qquad (41)$$
$$=\left[\begin{array}{c}\left\langle 1;0\right\rangle+\left\langle\dfrac{(\alpha-1)x+r_\alpha r_x}{x^2-r_x^2};\dfrac{(\alpha-1)r_x+xr_\alpha}{x^2-r_x^2}\right\rangle+\\+\dfrac{\left\langle(\alpha-1)^2-\alpha+1;r_\alpha(2\alpha-3)\right\rangle}{\left\langle x^2+r_x^2;2|x|r_x\right\rangle}\end{array}\right].$$

Следовательно, интервальное расширение неполной гамма-функции, вычисленное в системе центр-радиус $\left[\Gamma(\alpha,x)\right]$ можно определить так:

$$\left[\Gamma(\alpha,x)\right]=A_2A_5A_6. \qquad (42)$$

Рассмотрим более подробно процедуру вычисления интервальных значений бета-функции. Из условия (28) следует, что основной элемент вычислительного процесса – вычисление функции $\left[\Gamma(\alpha)\right]$, реализуемое условиями (33,…,39).

Числитель выражения (28), используя (39) представим в виде:

$$A_7=\left[\Gamma(u)\right]\cdot\left[\Gamma(v)\right]==\left\langle g(u);r_{g(u)}\right\rangle\left\langle g(v);r_{g(v)}\right\rangle= \qquad (43)$$
$$\left\langle g(u)g(v)+r_{g(u)}r_{g(v)};g(u)r_{g(v)}+g(v)r_{g(u)}\right\rangle.$$

Используя условие (5) получим, что:

$$\left\langle z;r_z=\right\rangle\left\langle u;r_u\right\rangle+\left\langle v;r_v\right\rangle=\left\langle u+v;r_u+r_v\right\rangle. \qquad (44)$$

Следовательно:

$$\left[B(u,v\right]=\frac{A_7}{\left\langle g(z);r_{g(z)}\right\rangle}. \qquad (45)$$

Интервальное расширение дигамма–функции, используя условия (11), (18), (30) представим в виде:

$$\left[\psi(\alpha)\right]=\sum_{i=1}^{6}\left\langle a_i,0\right\rangle\left[\left\langle -1;0\right\rangle^{i-1}+\frac{\left\langle 1;0\right\rangle}{\left\langle \alpha,r_\alpha\right\rangle^{i}}\right]\times$$
$$\times\frac{\left(\left\langle \alpha,r_\alpha\right\rangle-\left\langle 1;0\right\rangle\right)^i}{\left\langle i;0\right\rangle}-\frac{\left\langle 0,08333;0\right\rangle}{\left\langle a^2+r_a^2;2|a|r_a\right\rangle}+$$
$$+\frac{0,00833}{\left\langle a^2+r_a^2;2|a|r_a\right\rangle\underbrace{\left(\left(a;r_a\right)\ldots\left(a;r_a\right)\right)}_{2}}- \qquad (46)$$
$$-\frac{0,00397}{\left\langle a^2+r_a^2;2|a|r_a\right\rangle\underbrace{\left(\left(a;r_a\right)\ldots\left(a;r_a\right)\right)}_{4}}.$$

В табл. 4 приведены результаты сравнения предложенных методов вычисления значений гамма-функции, неполной гамма-функции, бета-функции и дигамма-функции с их табличными значениями, приведенными в работах [7, 9].

Таблица 4

Табличные и интервальные значения
гамма-функции, неполной гамма-функции, бета-функции и дигамма-функции

Вид функции	Табличное значения	Интервальные расширения	
		Система центр-радиус	Классическое представление
Г(1,5)	0,8862	$\left\langle 0,88685;9\cdot10^{-5}\right\rangle$	[0,88676; 0,88694]
Г(2;3)	0,19914	$\left\langle 0,19915;11\cdot10^{-3}\right\rangle$	[0,19904; 0,19926]
В(1,5;1,2)	0,51488	$\left\langle 0,51488;2988\cdot10^{-2}\right\rangle$	[0,51476; 0,51500]
Ψ(1;5)	0,03648	$\left\langle 0,36380;155\cdot10^{-3}\right\rangle$	[0,36365; 0,36396]

Сопоставляя табличные значения функций и их интервальные расширения можно сделать вывод о том, что применение интервальных вычислений позволяет получать не только значения функций с достаточной для практического применения точностью, но и одновременно оценивать погрешность получаемых результатов вычислений.

Последнее обстоятельство, по мнению авторов данного сообщения, делает их применение целесообразным в тех случаях, когда аргументы функций получают в результате экспериментальных наблюдений.

Выводы

1. Для гамма-функции, неполной гамма-функции, бета-функции и дигамма-функции предложены алгоритмы вычисления их значений при условии определения их аргументов в виде интервальных чисел, заданных в системе центр-радиус.

2. Результаты численного эксперимента показали, что применение интервальных вычислений позволяет получать значения функций с достаточной для практического применения точностью и одновременно оценивать погрешность получаемых результатов вычислений.

3. Областью применения полученных результатов могут быть вычисления значений гамма-функции, неполной гамма-функции, бета-функции и дигамма-функции в тех случаях, когда аргументы функций получают в результате экспериментальных наблюдений.

Список литературы

1. *Заездный А.М. Основы расчётов по статистической радиотехнике. / А.М. Заездный. – Москва: Изд. «СВЯЗЬ», 1969. - 447 с.*
2. *Michalowicz J.V. Handbook of DIFFERENTIAL ENTROPY / J.V. Michalowicz, J.M.Nichols, F.Bucholtz. – London: A.CHAPVAN@HALL BOOK, 2014. – 220 p.*
3. *Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р.Н. Вадзинский.- М.: НАУКА, 2001- 295с.*
4. *Дубницкий В.Ю. Решение в явном виде обратной задачи моделирования непрерывной одномерной случайной величины / В.Ю. Дубницкий, И.Г. Скорикова // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2015. – Вип. 1(126). – С. 106-110.*
5. *Жуковська, О.А. Основи інтервального аналізу: навч. посіб. [Текст] / О.А. Жуковська. – К.: Освіта України, 2009. – 136 с.*
6. *Дубницкий В.Ю. Вычисление значений элементарных функций с интервально заданным аргументом, определённым в системе центр-радиус. / В.Ю. Дубницкий, А.М. Кобылин, О.А. Кобылин // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2016. – Вип. 7(144). – С. 107-1102.*
7. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица.-– М. : Наука, 1979. – 832 с.*
8. *Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для научных работников и инженеров. / А.И. Кобзарь. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.*
9. *Calculates the Incomplete gamma functions of the first and second kind γ(a, x) and Г(a, x). [Электронный ресурс] / Режим доступа: http:// keisan.casio.com/exec/system/1180573447.*

Надійшла до редколегії 1.02.2017

Рецензент: д-р екон. наук, доц. В.П. Машталір, Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків.

ІНТЕРВАЛЬНІ ОБЧИСЛЕННЯ В СИСТЕМІ ЦЕНТР - РАДІУС ЗНАЧЕНЬ ГАММА-ФУНКЦІЇ, НЕПОВНОЇ ГАММА-ФУНКЦІЇ, БЕТА-ФУНКЦИИ І ДІГАММА-ФУНКЦІЇ

В.Ю. Дубницький, А.М. Кобилін, О.А. Кобилін

Для гамма-функції, неповної гамма-функції, бета-функції і дігамма-функції запропоновано алгоритми обчислення їх значень за умови визначення аргументів у вигляді інтервальних чисел, які задано в системі центр-радіус. Результати чисельного експерименту показали, що застосування інтервальних обчислень дозволяє визначати значення функцій з достатньою для практичного застосування точністю і одночасно оцінювати похибку отримуваних результатів. Областю застосування запропонованих методів можуть бути обчислення значень гамма-функції, неповної гамма-функції, бета-функції і дігамма-функції в тих випадках, коли аргументи функцій отримують в результаті експериментальних спостережень.

Ключові слова: *гамма-функція, неповна гамма-функція, бета-функція, дігамма-функція, інтервальні обчислення, система центр-радіус.*

INTERVAL CALCULATIONS IN CENTER-RADIUS SYSTEM OF GAMMA FUNCTION, INCOMPLETE GAMMA FUNCTION, BETA FUNCTION AND DIGAMMA FUNCTION

V.Yu. Dubnitskiy, A.M. Kobylin, O.A. Kobylin

For gamma function, incomplete gamma function, beta function and digamma function calculation algorithms are proposed of their values under the proviso that their arguments are defined in the form of interval numbers set in center-radius system. The results of numerical experiment showed that application of interval calculations enables to define function values at sufficient for practical usage accuracy and find a unique estimate of the error of obtained results. Field of application for proposed methods may be calculation of gamma function, incomplete gamma function, beta function and digamma function values in cases when function arguments are obtained from experimental observation.

Keywords: *gamma function, incomplete gamma function, beta function and digamma function, interval calculations, center-radius system*