УДК 519.2 : 519.7

В.Ю. Дубницкий, Л.Д. Филатова, А.И. Ходырев

Харьковский учебно-научный институт ГВУЗ «Университет банковского дела», Харьков

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ОЦЕНКИ ЭНТРОПИИ НЕПРЕРЫВНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ, ЗАДАННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В работе сформулирована задача определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины. Решение задачи получено по правилу определения относительной погрешности, появляющейся при вычислении значений функций многих аргументов. Абсолютные погрешности аргументов определены как разность верхнего и нижнего значений доверительных интервалов параметров распределений или доверительных интервалов среднего значения и среднеквадратического отклонения параметров выборки. Получены выражения для определения величины относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины, распределённой по нормальному закону, логистическому, гамма-распределению, распределению Вейбулла, логарифмически нормальному и показательному законам распределения вероятности.

Ключевые слова: *энтропия, оценка энтропии, относительная погрешность, энтропия нормального закона распределения, энтропия логистического закона распределения, энтропия гамма-распределения, энтропия распределения Вейбулла, энтропия логарифмически нормального и показательного законов распределения вероятности.*

Введение

Общепринятая последовательность изучения свойств случайной величины X, заданной своей выборкой $\widehat{X}=\left(x_1,...x_u,...x_m\right)$, $m<\infty$, следующая. Для полученных выборочных данных строят гистограмму, определяют оценки среднего значения и среднеквадратического отклонения $\overline{x}$ и s соответственно. После этого формулируют нулевую статистическую гипотезу о том, что полученные данные не противоречат некоторому закону распределения случайной величины X, определяют параметры этого закона и проверяют правильность сформулированной гипотезы. Этот процесс хорошо изучен и рассмотрен в многочисленных учебных пособиях. Намного меньше изучен процесс получения оценки энтропии случайной величины.

В соответствии с работой [1] энтропией Шеннона непрерывной случайной величины X, имеющей плотность распределения f(x), называют функционал вида:

$$H(X)=-\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\log_a f(x)dx \text{ (ед).} \qquad (1)$$

В данной работе принято, что α = e, основанию натуральных логарифмов. Следовательно, условие (1) примет вид:

$$H(X)=-\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln f(x)dx \text{ (нит).} \qquad (2)$$

Далее в работе принято, что при определении численного значения энтропии H(X) наименование (нит) указываться не будет. Так, как в данном сообщении все числовые характеристики плотности распределения f(x) определяли в предположении, что исходные данные для них получены по результатам выборочных наблюдений, то величина:

$$h(X)=-\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\ln f(x)dx\,; \qquad (3)$$

будет одной из статистик, характеризующих выборку $\widehat{X}$. Некоторые особенности получения статистической оценки этой величины и будут рассмотрены в данной работе. Содержание понятий «статистика» и «статистическая оценка», принятые в данной работе, соответствует определениям этих понятий, приведенным в работе [2].

Анализ литературы. Первоначально задача оценки энтропии была рассмотрена в работах [3, 4, 5]. Оценка энтропии случайной величины, заданной своей гистограммой, рассмотрена в работах [6, 7, 8]. Сведений о способах решения задачи, сформулированной в заглавии данной работы, в доступной авторам литературе не найдено.

Постановка задачи. Предложить методику получения статистической оценки энтропии непрерывной случайной величины и погрешности полученного результата.

Полученные результаты

Предположим, что непрерывная случайная величина X задана функцией плотности распределения вида:

$$f=f(x;\lambda,\mu)\,; \qquad (4)$$

где λ, μ – параметры распределения. Без уменьшения общности далее будем рассматривать функции плотности распределения, для которых количество параметров не более двух. Параметры распределения λ, μ в свою очередь можно представить в виде функций таких статистических характеристик выборки, как среднее значение $\overline{x}$ и среднеквадратическое отклонение s, т.е.:

$$\lambda = u(\overline{x}, s)\,;\; \mu = v(\overline{x}, s)\,. \qquad (5)$$

Конкретные виды этих функций приведены в работе [9]. Подставив условие (5) в (3) получим, что:

$$h(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} \ln f(x;\lambda,\mu) f(x;\lambda,\mu)dx = w(\lambda,\mu)\,. \qquad (6)$$

Зависимости вида $w(\lambda,\mu)$ приведены в работе [10]. Следовательно, получим, что:

$$h(x) = w(u(\overline{x}, s), \quad v(\overline{x}, s) = \phi(\overline{x}, s)\,. \qquad (7)$$

Оценить погрешность выражения вида (7) можно двумя способами. Первый основан на использовании методов, описанных в работах [11, 12, 13]. В соответствии с этим способом абсолютную погрешность определения оценки энтропии можно определить по условию:

$$h - t_\alpha s(h) \le h \le h + t_\alpha s(h)\,; \qquad (8)$$

где t_α – коэффициент, обеспечивающий с заданным уровнем доверительной вероятности α соответствующую величину доверительного интервала. Величину среднего квадратического отклонения оценки h, равную s(h), определяют по условию:

$$s(h) = \left[\begin{array}{c} \left(\dfrac{\partial w}{\partial \lambda}\right)^2 s^2(\lambda) + \left(\dfrac{\partial w}{\partial \mu}\right)^2 s^2(\mu) + \\ +2\dfrac{\partial w}{\partial \lambda}\cdot\dfrac{\partial w}{\partial \mu}\cdot K(\lambda,\mu) \end{array} \right]^{1/2}. \qquad (9)$$

В условии (9) принято, что $s^2(\lambda)$ и $s^2(\mu)$ – дисперсии оценок параметров λ, μ. Величина K(λ, μ) равна коэффициенту ковариации соответствующих оценок. Эта величина может быть получена только при оценивании параметров распределения методом максимума правдоподобия. В нашем случае это приводит к неоправданным вычислительным трудностям. Определение дисперсии оценок параметров также является весьма непростой задачей. Поэтому в первом приближении к решению поставленной задачи для оценки параметров в работе использован метод моментов. Для получения решения задачи об определении погрешности оценки энтропии в работе использованы методы, применяемые в численном анализе.

В рамках данной работы будем различать погрешность по параметрам и погрешность по числовым характеристикам. В соответствии с работой [14] относительную погрешность δ(h) оценки энтропии h по параметрам вычислим используя условие:

$$\delta\big(h(\lambda,\mu)\big) = \\ = \left|\frac{\partial}{\partial \lambda}\ln w(\lambda,\mu)\right|\Delta(\lambda) + \left|\frac{\partial}{\partial \mu}\ln w(\lambda,\mu)\right|\Delta(\mu)\,. \qquad (10)$$

Относительную погрешность оценки энтропии по числовым характеристикам вычислим, используя условие:

$$\delta\big(h(\overline{x}, s)\big) = \\ = \left|\frac{\partial}{\partial \overline{x}}\ln \phi(\overline{x}, s)\right|\Delta(\overline{x}) + \left|\frac{\partial}{\partial s}\ln \phi(\overline{x}, s)\right|\Delta(s). \qquad (11)$$

Погрешность по параметрам, по нашему мнению, следует применять, если известны выражения для их доверительных интервалов или получение функции $\phi(\overline{x}, s)$ в явном виде сопряжено с неоправданным усложнением решения поставленной задачи, или принципиально невозможно. Последнее справедливо для распределения Вейбулла. Исчерпывающе это рассмотрено в работах [16, 17].

В рамках данной работы вычисление величин $\Delta(\overline{x})$, $\Delta(s)$ выполняли при условии, что распределение величины X нормальное. Это позволяет, учитывая экстремальные свойства энтропии нормального распределения [15], получить верхние оценки абсолютных и, следовательно, относительных погрешностей, существенно упрощая процесс получения решения. Доверительные интервалы для величин $\overline{x}$ и s определяли по общепринятым методикам в том виде, в котором они изложены в работе [18].

Верхнее значение для величины $\overline{x}$ определим по условию:

$$\overline{x}^{в}(\gamma) = \overline{x} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}\,; \qquad (12)$$

где n – объём выборки, t_γ – γ-квантиль распределения Стьюдента с (n - 1) степенью свободы. При уровне доверительной вероятности α=0,95 получим, что γ=(1+α)/2=0,975. Нижнее значение определим по условию:

$$\overline{x}^{н}(\gamma) = \overline{x} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}\,. \qquad (13)$$

Из условий (12) и (13) получим, что:

$$\Delta_\gamma(\overline{x}) = \overline{x}^{в}(\gamma) - \overline{x}^{н}(\gamma) = 2t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}\,. \qquad (14)$$

Верхнюю границу величины s определим по условию:

$$S_n^{в} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2(\gamma'')}}\cdot s\,. \qquad (15)$$

Нижнюю границу величины s определим по условию:

$$s_n^{н} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2(\gamma')}}\cdot s\,. \qquad (16)$$

В условиях (15, 16) принято, что $\chi^2(\gamma)$ – γ-квантиль распределения χ^2 с (n – 1) степенью свободы, $\gamma' = (1+\alpha)/2$, $\gamma'' = (1-\alpha)/2$. Отсюда следует, что:

$$\Delta_\gamma(s) = s\left[\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2(\gamma'')}} - \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2(\gamma')}}\right]. \qquad (17)$$

В некоторых случаях вместо условий (10), (11) будем использовать эквивалентные им условия:

$$\delta(h(\lambda,\mu)) = \left|\frac{\partial}{\partial\lambda} w(\lambda,\mu)/w(\lambda,\mu)\right|\Delta_\gamma(\lambda) + \left|\frac{\partial}{\partial\mu} w(\lambda,\mu)/w(\lambda,\mu\right|\Delta_\gamma(\mu) \quad (18)$$

и

$$\delta(h(\bar{x},s)) = \left|\frac{\partial}{\partial\bar{x}}\phi(\bar{x},s)/\phi(\bar{x},s)\right|\Delta_\gamma(\bar{x}) + \left|\frac{\partial}{\partial s}\phi(\bar{x},s)/\phi(\bar{x},s)\right|\Delta_\gamma(s). \quad (19)$$

Без уменьшения общности рассмотрим однопараметрическую функцию плотности распределения f(x, λ), для которой энтропия h(x)=w(λ).

$$\delta(h(\lambda)) = \left|\frac{\partial}{\partial\lambda}\ln w(\lambda,)\right|\Delta_\gamma(\lambda) = \left|\frac{w'_\lambda}{w(\lambda)}\right|\Delta_\gamma(\lambda). \quad (20)$$

Рассмотрим применение предложенной методики на примерах, для которых использованы наиболее распространённые виды функций плотностей распределений, используемые при решении задач надежности систем. Сведения о них приведены в табл. 1.

В табл. 2, построенной по результатам работы [10] приведены выражения для вычисления энтропии для h(x) распределений, указанных в табл. 1 в виде функции параметров распределения h(x) = ω(λ, μ). В этой таблице и далее принято, что Γ(μ) – гамма-функция аргумента μ, Ψ(μ) – дигамма-функция аргумента μ, определяемая по условию:

$$\Psi(\mu) = \frac{d}{d\mu}\ln\Gamma(\mu) = \frac{\Gamma'(\mu)}{\Gamma(\mu)}. \quad (21)$$

Подробные сведения о свойствах этой функции приведены в работе [19], C – постоянная Эйлера, C = 0,5772. В табл. 3 приведены, полученные на основе данных табл. 1 и 2, выражения для энтропии случайной величины, как функции числовых характеристик выборки, то есть, функции

$$h = \phi(\bar{x}, s).\,.$$

Таблица 1

Функции плотности распределения и оценки их параметров

Функции плотности распределения при $-\infty < x < \infty$		
Тип распределения (условное обозначение)	Плотность распределения	Зависимость параметров распределения от его начальных характеристик
Нормальное распределение	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}\right)$	$\mu = m$ $\lambda = s$
Логистическое распределение	$f(x) = \frac{\exp((x-\mu)/\lambda)}{\lambda\left[1+\exp((x-\mu)/\lambda)\right]^2} = \frac{1}{4\lambda \mathrm{ch}^2((x-\mu)/(2\lambda))}$	$\mu = m$ $\lambda = \frac{s\sqrt{3}}{\pi} = 0{,}55133s$
Функции плотности распределения при $0 \le x < \infty$		
Гамма-распределение	$f\ (x) = \frac{\lambda^\mu}{\Gamma(\mu)}x^{\mu-1}e^{-\lambda x},\ x>0.$	$\mu = \frac{(\bar{x})^2}{s^2},\ \lambda = \frac{m}{s^2}$
Распределение Вейбулла	$f(x) = (\lambda/\mu)(x/\mu)^{\lambda-1}\exp\left[-(x/\mu)^\lambda\right]$	Выражение в явном виде отсутствует
Логарифмически нормальное распределение	$f(x) = \frac{1}{\lambda x\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\left[\ln(x/\mu)\right]^2/(2\lambda^2)\right\}$	$\mu = \ln\frac{\bar{x}}{\sqrt{1+(s/\bar{x})^2}},\ \lambda = \sqrt{\ln\left(1+(s/\bar{x})^2\right)}$
Показательное распределение	$f(x) = \lambda\exp(-\lambda x)$	$\lambda = 1/\bar{x}$

Таблица 2

Энтропия случайной величины, как функция параметров её распределения

Вид функции распределения	Функция $h(x) = \omega(\lambda,\mu)$
Нормальное распределение	$h(x) = \frac{1}{2}\ln\left(2\pi e\lambda^2\right)$
Логистическое распределение	$h(x) = \ln\left(\lambda e^2\right)$
Гамма-распределение	$h(x) = \ln[\Gamma(\mu)] - \ln\lambda + \mu + (1-\mu)\Psi(\mu)$
Распределение Вейбулла	$h(x) = \ln\left(\frac{\mu}{\lambda}\right) + C\frac{\lambda-1}{\lambda} + 1$
Логарифмически нормальное распределение	$h(x) = \ln\left(2\pi e\lambda^2\mu^2\right)$
Показательное распределение	$h(x) = \ln(e/\lambda)$

Таблица 3

Энтропия случайной величины, как функция числовых характеристик выборки

Вид функции распределения	Функция $h=\phi(\bar{x},s)$.
Нормальное распределение	$h(x)=\frac{1}{2}\ln\left(2\pi es^2\right)$
Логистическое распределение	$h(x)=\frac{1}{2}\ln\left(5{,}1910s^2\right)$
Гамма-распределение	$h(x)=\ln\left[\Gamma\left(\frac{\bar{x}^2}{s^2}\right)\right]-\ln\frac{m}{s^2}+\frac{\bar{x}^2}{s^2}+\left(1-\frac{\bar{x}^2}{s^2}\right)+\Psi\left(\frac{\bar{x}^2}{s^2}\right)$
Распределение Вейбулла	Выражение в явном виде отсутствует
Логарифмически нормальное распределение	$h(x)=\ln\left(2\pi e\ln\left(1+(s/\bar{x})^2\right)\ln^2\left(\bar{x}\Big/\sqrt{1+(s/\bar{x})^2}\right)\right)$
Показательное распределение	$h(x)=\ln(\bar{x}e)$

Выполнив действия, описанные условиями (10)…(19), получим выражение для определения относительной погрешности оценки энтропии нормально распределённой непрерывной случайной величины в виде:

$$\delta(h(s))=\frac{\Delta_\gamma(s)}{s}. \tag{22}$$

Выражение для определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины, распределённой по логистическому закону, получим в виде:

$$\delta(h(s))=\frac{\Delta_\gamma(s)}{s}. \tag{23}$$

Совпадение условий (22) и (23) подтверждает возможность замены в некоторых случаях нормального распределения логистическим, на что было указано в работе [20].

Выражение для определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины, подчиняющейся гамма-распределению, получим в виде функции h(x)=ω(λ,μ) используя условие (18):

$$\begin{aligned}\delta(h(x))=&\frac{\left|-1/\lambda\right|}{\ln\left[\Gamma(\mu)\right]-\ln\lambda+\mu+(1-\mu)\Psi(\mu)}\Delta_\gamma(\lambda)+\\&+\frac{\left|1+(1-\mu)\Psi'(\mu)\right|}{\ln\left[\Gamma(\mu)\right]-\ln\lambda+\mu+(1-\mu)\Psi(\mu)}\Delta_\gamma(\mu).\end{aligned} \tag{24}$$

В условии (24) принято, что $\Psi'(\mu)$ – тригамма-функция, свойства которой описаны в работе [19].

Выражение для определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины, подчиняющейся закону Вейбулла, примет вид:

$$\begin{aligned}\delta(h(x))=&\left|\lambda\Big/\left(\mu\left[\ln\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)+C\frac{\lambda-1}{\lambda}+1\right]\right)\right|\Delta_\gamma(\mu)+\\&+\left|(c-\lambda)\Big/\left(\lambda\left[\ln\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)+C\frac{\lambda-1}{\lambda}+1\right]\right)\right|\Delta_\gamma(\mu).\end{aligned} \tag{25}$$

Выражение для определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины, подчиняющейся логарифмически нормальному закону распределения, примет вид:

$$\delta(h(x))=$$
$$=\frac{2\lambda}{\ln\left(2\pi e\lambda^2\mu^2\right)}\Delta_\gamma(\lambda)+\frac{2\mu}{\ln\left(2\pi e\lambda^2\mu^2\right)}\Delta_\lambda(\mu). \tag{26}$$

Выражение для определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины, подчиняющейся показательному закону распределения, примет вид:

$$\delta(h(\bar{x}))=\left|1\Big/\left(\bar{x}\left(\ln(\bar{x}+1)\right)\right|\Delta_\gamma(\bar{x}). \tag{27}$$

Процедура получения конкретных значений выражений для определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины должна стать темой дальнейших исследований.

Выводы

1. В работе сформулирована задача определения относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины.
2. Решение задачи получено по правилу определения относительной погрешности, появляющейся при вычислении значений функций многих аргументов.
3. Абсолютные погрешности аргументов определены как разность верхнего и нижнего значений доверительных интервалов параметров распределений или доверительных интервалов среднего значения и среднеквадратического отклонения параметров выборки.
4. Получены выражения для определения величины относительной погрешности оценки энтропии непрерывной случайной величины, распределённой по нормальному закону, логистическому, гамма-распределению, распределению Вейбулла, логарифмически нормальному и показательному законам распределения вероятности.

Список литературы

1. *Кузьмин И.В. Основы теории информации и кодирования / И.В. Кузьмин, В.А. Кедрус. – К.: Вища школа, 1986. – 238 с.*
2. *Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В. Прохоров.– Москва.: БСЭ, 1999. – 910 с.*
3. *Добрушин Р.Л. Упрощенный метод экспериментальной оценки энтропии случайных последовательностей / Р.Л. Добоушин // Теория вероятностей и её применение. – 1958. – Т.3. – Выпуск 4. – С. 462-464.*
4. *Зубков А.М. Предельные распределения статистической оценки энтропии / А.М. Зубков // Теория вероятностей и её применение. – 1973. – Т 18. – Выпуск 3. – С. 643-650.*
5. *Михайлов В.Г. Статистическое оценивание энтропии дискретных случайных величин с большим числом исходов / В.Г. Михайлов, В.А. Ватутин // Успехи математических наук. – 1995. – том 50. – Выпуск 5 (305). – С. 121-13.*
6. *Гайдышев И.П. Моделирование стохастических и детерминированных систем: Руководство польз. прогр. Atte Stat / И.П. Гайдышев-Курган.: БИ, 2015. – 484 с.*
7. *Электрические измерения неэлектрических величин / [А.М. Туричин, П.В. Новицкий, Е.С. Левшина и др.] под ред. П.В.Новицкого. – Ленинград.: «Энергия», 1975. – 576 с.*
8. *Дубницкий В.Ю. Устойчивость оценки энтропии гистограммы непрерывной случайной величины по отношению к изменению количества её интервалов / В.Ю. Дубницкий, Л.Д. Филатова, А.И. Ходырев // Системи управління, навігації та зв'язку. – Полтава : ПНТУ, 2017. – Вип. 5(45). – С. 42-46.*
9. *Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. / Р.Н. Вадзинский. – М.: Наука, 2001. – 295 с.*
10. *Michlowicz J. V. Handbook of DIFFERENTIAL ENTROPY / J.V. Michlowicz, J.M. Nichols, Bucholtz F. – New York.: A.CHAPMAN & HALL, 2014. – 220 p.*
11. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. / ISO, Switzerland, 1993.*
12. *ДСТУ-Н РМГ 43:2006 Метрологія. Застосування «Руководства по выражению неопределенности измерений» (РМГ 43:2001).*
13. *Поджаренко В.О., Опрацювання результатів вимірювань на основі концепції невизначеності . Навчальний посібник. / В.О. Поджаренко, О.М. Васілевський, В.Ю. Кучерук. – Вінниця: ВНТУ, 2008. – 158 с.*
14. *Демидович Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – Москва : Наука, 1966. – 664 с.*
15. *Лифшиц Н.А. Вероятностный анализ систем автоматического управления. В 2 т. Т 1. Вероятностные и статистические характеристики воздействий и процессов. Линейные стационарные и нестационарные системы. / Н.А.Ливщиц, В.Н. Пугачёв. – Москва : Советское радио, 1963. – 896 с.*
16. *ГОСТ 11.007-75. Правила определения оценок параметров и доверительных границ для параметров распределения Вейбулла / Москва.: Издательство стандартов, 1976. – 30 с.*
17. *ГОСТ 11.011 – 83. Правила определения оценок параметров и доверительных границ для параметров гамма - распределения / Москва.: Издательство стандартов, 1985. – 49 с.*
18. *Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.*
19. *Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра / Г. Бейтмен, А. Эрдейи – Москва : НАУКА, 1973. – 296 с.*
20. *Дубницкий В.Ю. Аппроксимация функции нормального распределения функцией логистического распределения и её применение для определения надёжности технических систем / В.Ю. Дубницкий, И.А. Черепнев, Г.В. Фесенко // Вісник Харківського технічного ун-ту сільського господарства, 2017. – Вип. 180. – С. 168-181.*

Надійшла до редколегії 1.08.2017

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.О. Можаєв, Національний технічний університет «ХПІ», Харків.

ВІДНОСНА ПОХИБКА ОЦІНКИ ЕНТРОПІЇ НЕПЕРЕРВНОЇ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ, ЯКА ЗАДАНА ЩІЛЬНІСТЮ РОЗПОДІЛУ

В.Ю. Дубницький, Л.Д. Філатова, О.І. Ходирєв

У роботі сформульовано задачу визначення відносної похибки оцінки ентропії неперервної випадкової величини. Розв'язок задачі отримано за правилом визначення відносної похибки, що з'являється при обчисленні значень функцій багатьох аргументів. Абсолютну похибку кожного з аргументів визначено як різницю верхнього і нижнього значень довірчих інтервалів параметрів розподілів або довірчих інтервалів середнього значення і середньоквадратичного відхилення параметрів вибірки. Отримано вирази для визначення величини відносної похибки оцінки ентропії неперервної випадкової величини, розподіленої згідно з нормальним законом, логістичним, гамма-розподілом, розподілом Вейбулла, логарифмічно нормальним та показниковим законам розподілу ймовірності.

Ключові слова: *ентропія, оцінка ентропії, відносна похибка, ентропія нормального закону, ентропія логістичного, ентропія гамма-розподілу, ентропія розподілу Вейбулла, ентропія логарифмічно нормального розподілу, ентропія показникового закону розподілу.*

RELATIVE ERROR FOR ENTROPY ESTIMATION OF DISTRIBUTION DENSITY-SPECIFIED CONTINUOUS RANDOM QUANTITY

V.Yu. Dubnitskiy, L.D. Filatova, A.I. Khodyrev

The work formulates problem of relative error definition for entropy estimation of a continuous random quantity. The problem is solved according to definition rule of relative error appearing under calculation of multivariable function values. Absolute error of each argument was defined as difference between top and bottom confidence interval values of distribution parameters or average value confidence intervals and mean-square deviation of sample parameters. Expressions were found to define the value of relative error for entropy estimation of a continuous random quantity, this vale being distributed under normal law, logistical distribution, gamma distribution, Weibull's distribution, lognormal and exponential distribution.

Keywords: *entropy, entropy estimation, relative error, normal law entropy, logistical distribution entropy, gamma distribution entropy, Weibull's distribution entropy, lognormal distribution entropy, exponential distribution law entropy.*