**ХОРУНЖИЙ ВАДИМ ІВАНОВИЧ**

Кандидат технических наук, инженер-строитель, Государственное предприятие "Государственный научно-исследовательский институт строительных конструкций".

Основные направления научной деятельности: проектирование жилых, общественных и промышленных зданий и сооружений; натурные исследования зданий на подрабатываемых территориях; разработка нормативных документов по проектированию зданий в сложных условиях строительства (здания серий 179, 87, 96, К-134, Пластбау, здания из монолитного железобетона и др.); обследования и оценка технического состояния поврежденных конструкций и зданий; разработка рекомендаций и проектной документации по усилению конструкций реконструируемых зданий.

Автор более 70 печатных работ.

УДК 624.154

РАСЧЕТ ТОНКИХ (ГИБКИХ) ПОДПОРНЫХ СТЕНОК ВАРИАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Ключевые слова: сваи, подпорные стенки, расчет, вариационный метод

Розглянутий розрахунок палей і гнучких підпірних стінок на дію горизонтальних сил і моменту варіаційним методом, що дозволяє при відносно простих аналітичних залежностях визначити напружено-деформований стан конструкцій, взаємодіючих із ґрунтом, по уточнених розрахункових схемах (при нелінійних етюрах коефіцієнтів постелі, змінних жорсткостях і довільнім розташуванні різних навантажень)

Рассмотрен расчет свай и гибких подпорных стенок на действие горизонтальных сил и момента вариационным методом, что позволяет при относительно простых аналитических зависимостях определять напряженно-деформированное состояние конструкций, взаимодействующих с грунтом, по уточненным расчетным схемам (при нелинейных этюрах коэффициентов постели, переменных жесткостях и произвольном расположении различных нагрузок)

Calculation of piles and flexible retaining walls on action of horizontal forces and the moment by a variation method that allows to define at rather simple analytical dependences the is intense-deformed condition of the designs co-operating with a ground, under the specified settlement schemes (at nonlinear etyurа factors of bed, variables жесткостях and any arrangement of various loadings) is considered

При проектировании сложных подпорных систем, применяемых в гражданском, промышленном, дорожном и гидротехническом строительстве, большое внимание уделяют формированию расчетной модели, отражающей с целесообразной степенью точности условия работы конкретного сооружения. Оптимальное решение, отвечающее требованиям надежности и экономичности, получают при использовании в расчетах нескольких моделей взаимодействия сооружения с грунтовой средой.

В расчетах подпорных стенок, включающих сваи и другие конструкции, на действие горизонтальных сил и момента во многих случаях используют формулы и таблицы, основанные на работах И.В. Урбана, К.С.Завриева, К.С. Шпиро и др., которые рассматривали работу тонкой стенки (сваи) в упруго деформируемой среде с коэффициентом постели, нарастающим пропорционально глубине [1,2,3]. При этом для описания работы гибкой стенки (сваи) принималось следующее дифференциальное уравнение:

$$EJ \frac{du^4}{dz^4} + K z u = 0, \quad (1)$$

где: EJ - жесткость стенки (сваи); u - горизонтальное смещение сечения; z - ордината расположения сечения; K - коэффициент пропорциональности, принимаемый в зависимости от вида грунта [1,2].

При исследованиях и проектировании подпорных стенок в ряде случаев возникает необходимость в учете одного или нескольких дополнительных факторов [4], не описываемых уравнением (1). К таким факторам, например, относятся:

- действие активных грунтовых нагрузок в заглубленной части стенки;
- нелинейное деформирование грунта по высоте стенки, которое особенно проявляется при действии горизонтальных нагрузок;
- разные параметры функций реактивных давлений на участках стенки, перемещаемых в противоположные

стороны;

- изменение изгибной жесткости по длине стенки (сваи).

Указанные факторы учитываются при использовании следующего неоднородного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами:

$$[EJ(z)] \frac{d^4 u}{dz^4} + K_0 \left(\frac{z}{a}\right)^n u = p(z), \quad (2)$$

где: K_0 - средневзвешенное значение коэффициента постели по глубине [5]; a - глубина от поверхности грунта равная 1м; n - эмпирический коэффициент, принимаемый в зависимости от интенсивности нагрузок и грунтовых условий.

Активная грунтовая нагрузка $p(z)$ учитывается правой частью (свободным членом) уравнения (2), а нелинейное деформирование грунта по высоте заглубленной части стенки - коэффициентом постели, изменяющимся с глубиной по степенному закону [5].

С целью упрощения интегрирования функций, используемых в расчетах, нелинейное поведение коэффициентов постели по высоте стенки может быть также выражено квадратичной функцией:

$$K(z) = K_0 (b_1 z + b_2 z^2), \quad (3)$$

где: b_1 и b_2 - коэффициенты функции, оптимально описывающей экспериментальные данные.

Решение уравнения (2) даже в простейших случаях сопряжено с обилием громоздких аналитических выкладок, что в практических расчетах вызывает большие трудности. Решение этого уравнения можно обойти, если воспользо-

ваться для определения функции u вариационным методом [6], который позволяет применять различные формы эпюр нагрузок, коэффициентов постели и жесткости, изменяющихся по заданным зависимостям.

Расчетные схемы заглубленной части подпорных стенок показаны на рис. 1. На рисунках приняты следующие обозначения:

H_0, M_0 - горизонтальная сила и момент, приложенные в уровне дна котлована; p_z - горизонтальная грунтовая нагрузка, соответствующая разности между активными давлениями грунта с двух сторон стенки (на рисунках принято расположение котлована с правой стороны стенки); p_z^a - фиктивная грунтовая нагрузка на участке стенки, перемещаемой в левую сторону; K_z - коэффициент постели грунта с правой стороны стенки; K_z^a - то же - с левой стороны.

Во второй расчетной схеме (рис. 1б) при сохранении точности расчетов эпюры коэффициентов постели с двух сторон стенки принимаются одинаковыми (K_z), а зависимость сопротивления грунта от направлений перемещений стенки учитывается фиктивной нагрузкой p_z^a , определяемой по формуле:

$$p_z^a = (K_z^a - K_z) u. \quad (4)$$

Горизонтальная сила и момент (H_0, M_0) определяются при свободно стоящей подпорной стенке как в консоли, защемленной в грунте. В заанкеренных подпорных стенках H_0, M_0 определяются при рассмотрении статически неопределимых систем, расчетные схемы которых включают одну из схем, представленных на рис. 1.

В соответствии с [6] представим приближенное выражение искомой функции уравнения (2) в виде ряда:

$$u = a_1 \varphi_1 + a_2 \varphi_2 + a_3 \varphi_3 + a_4 \varphi_4 + a_5 \varphi_5 + a_6 \varphi_6, \quad (5)$$

где: φ_i - функции единичных перемещений (базисные функции); a_i - постоянные параметры, подлежащие определению в соответствии с [6].

При $\varphi_i = z^i (i = 0, \dots, 5)$ функция (5) является многочленом 5-й степени, который описывает как прямые, так и кривые линии с интервалами выпуклости и вогнутости при нескольких экстремальных точках (не более 4-х), что является достаточным для исследований и практических расчетов (рис.2).

Параметры a_i определяются из канонических уравнений Лагранжа-Ритца, которые в матричной форме имеют вид:

$$A \cdot R = P, \quad (6)$$

где: R - матрица жесткости; P - матрица грузовых коэффициентов

При использовании в расчетах функции (5) матрицы уравнения (6) включают следующие элементы:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_6 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \dots & \delta_{61} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_{16} & \dots & \delta_{66} \end{bmatrix}; P = \begin{bmatrix} \Delta_{p1} \\ \vdots \\ \Delta_{p6} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Единичные (δ_{ik}) и грузовые коэффициенты (Δ_{pi}) определяются по формулам:

$$\delta_{ik} = \int [EJ(z) \varphi_i'' \varphi_k'' + K(z) \varphi_i \varphi_k] dz; \quad (8)$$

$$\Delta_{pi} = \int p(z) \varphi_i dz + H_0 \varphi_{i0} + M_0 \varphi_{i0}, \quad (9)$$

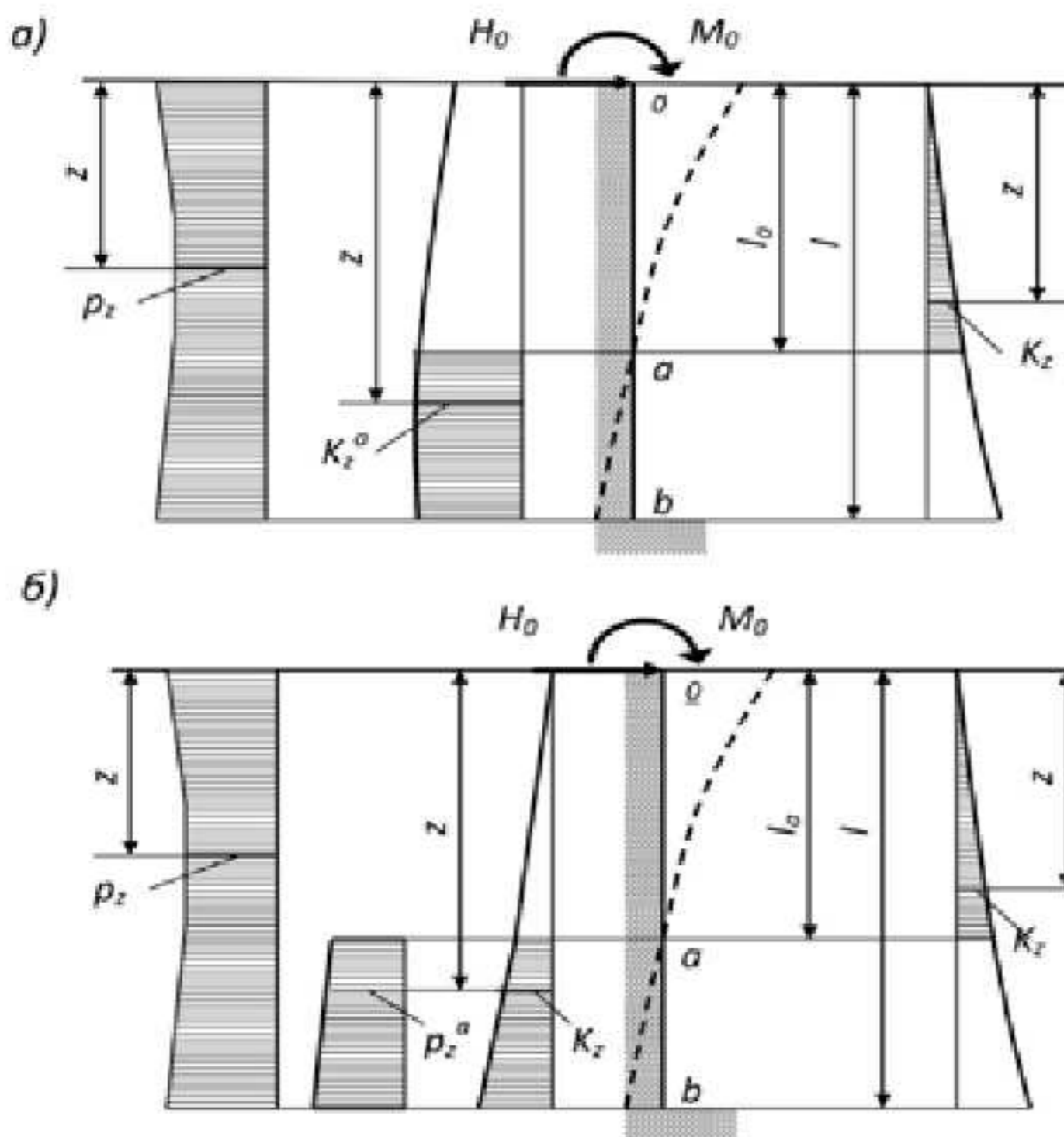


Рис. 1. Расчетные схемы заглубленной части подпорной стенки:
а - с разными эпюрами коэффициентов постели с двух сторон стенки;
б - с одинаковыми эпюрами коэффициентов постели с двух сторон стенки и дополнительной фиктивной нагрузкой, учитывающей сопротивление грунта в зависимости от направления (влево или вправо) горизонтальных перемещений стенки

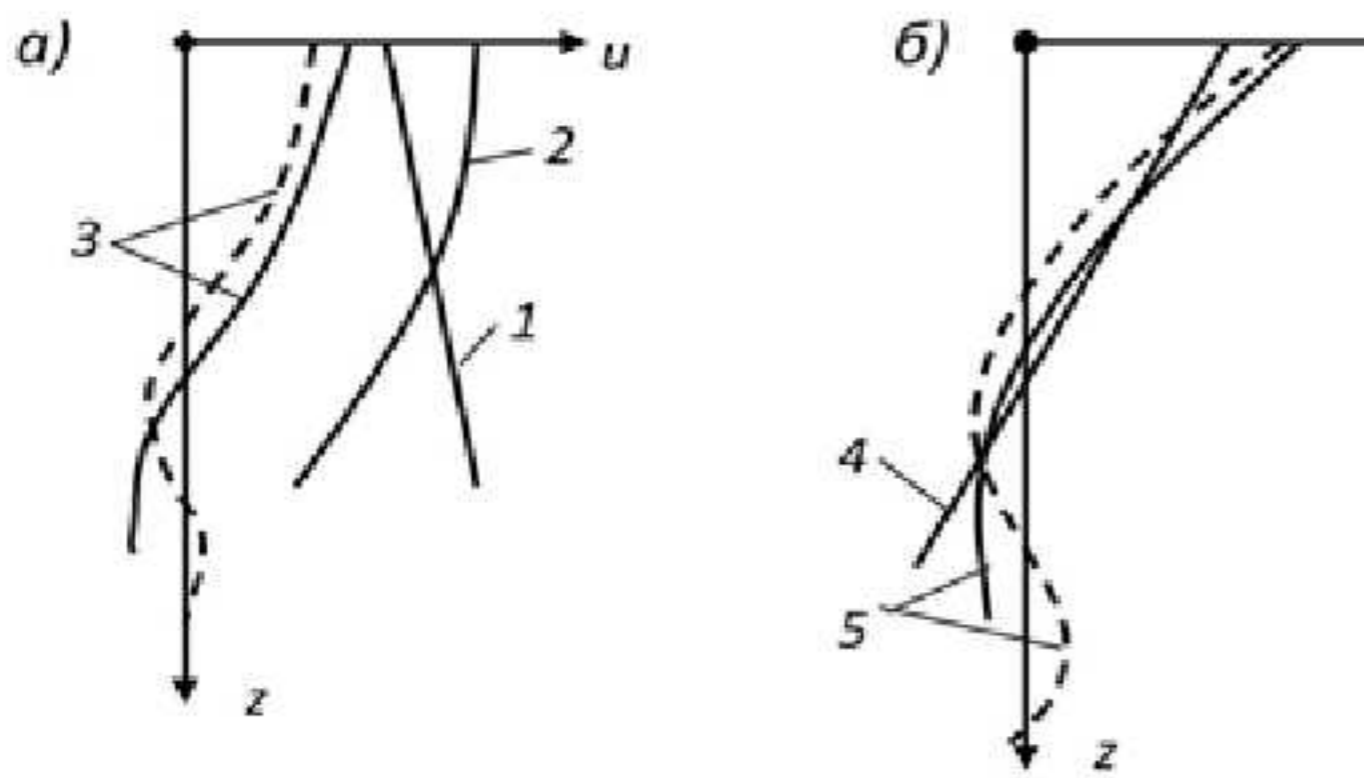


Рис. 2. Формы осевых линий перемещений заглубленной части подпорных стенок с анкерами (а) и свободно стоящей (б):
 1 - перемещение жесткой заанкеренной стенки; 2 - то же - гибкой стенки при отсутствии упругого защемления; 3 - то же - с упругим защемлением; 4 - перемещение жесткой свободно стоящей стенки; 5 - то же - гибкой стенки.

где: $\varphi_{i0}, \varphi'_{i0}$ - значения базисных функций и их производных в точках приложений M_0 и H_0 .

Каждый коэффициент δ_{ik} выражает возможную работу реактивных сил, соответствующих единичной функции φ_i (при $a_i=1$) на перемещениях, отвечающих единичной функции φ_k (при $a_k=1$). В грузовых членах первый индекс указывает, что зависит от нагрузки, а второй обозначает номер строки.

В соответствии с [6] запишем базисные функции и их производные:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1; \varphi_2 = z; \varphi_3 = z^2; \varphi_4 = z^3; \varphi_5 = z^4; \varphi_6 = z^5; \\ \varphi_1' &= 0; \varphi_2' = 1; \varphi_3' = 2z; \varphi_4' = 3z^2; \varphi_5' = 4z^3; \varphi_6' = 5z^4; \\ \varphi_1'' &= 0; \varphi_2'' = 0; \varphi_3'' = 2; \varphi_4'' = 6z; \varphi_5'' = 12z^2; \varphi_6'' = 20z^3. \end{aligned} \quad (10)$$

При использовании второй расчетной схемы матрицы жесткости и грузовых коэффициентов включают следующие слагаемые:

$$R = R_q + R_{EJ}; P = P_{pHM} + P, \quad (11)$$

где: R_q - матрица, зависящая от коэффициентов постели; R_{EJ} - матрица, зависящая от изгибной жесткости стенки (сваи); P_{pHM} - матрица, зависящая от нагрузок; P_p - то же - от фиктивной нагрузки на участке ab .

С учетом (7) ... (9) матрицы (11) для второй расчетной схемы (рис.1б) получает вид:

$$R_q = \begin{bmatrix} \int K_z dz & \int K_z z dz & \dots & \int K_z z^5 dz \\ \int K_z z dz & \int K_z z^2 dz & \dots & \int K_z z^6 dz \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int K_z z^5 dz & \int K_z z^6 dz & \dots & \int K_z z^{10} dz \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$R_{EJ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \int EJ dz & 12 \int EJ z dz & 24 \int EJ z^2 dz & 40 \int EJ z^3 dz \\ 0 & 0 & 12 \int EJ z dz & 36 \int EJ z^2 dz & 72 \int EJ z^3 dz & 120 \int EJ z^4 dz \\ 0 & 0 & 24 \int EJ z^2 dz & 72 \int EJ z^3 dz & 144 \int EJ z^4 dz & 240 \int EJ z^5 dz \\ 0 & 0 & 40 \int EJ z^3 dz & 120 \int EJ z^4 dz & 240 \int EJ z^5 dz & 400 \int EJ z^6 dz \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$P_{pH} = \begin{bmatrix} \int_0^l p_z dz + H_0 \\ \int_0^l p_z z dz + M_0 \\ \int_0^l p_z z^2 dz \\ \vdots \\ \int_0^l p_z z^5 dz \end{bmatrix}; \quad P_p^a = \begin{bmatrix} \int_{la}^l p_z^a dz \\ \int_{la}^l p_z^a z dz \\ \int_{la}^l p_z^a z^2 dz \\ \vdots \\ \int_{la}^l p_z^a z^5 dz \end{bmatrix}. \quad (14),(15)$$

В матрицах (12) и (13) интегрирование элементов выполняется от 0 до l . При расчетах заанкеренных подпорных стенок, не защемленных в грунте, матрица P_p^a исключается. В этом случае уравнение (6) является достаточным для определения неизвестных параметров a_i . Расчетные схемы подпорных стенок, частично или полностью защемленные в грунте, имеют дополнительную четвертую неизвестную l_a , поэтому учитывается дополнительное условие:

$$H_a - H_{ab} = 0, \quad (16)$$

где: H_a - поперечная сила в сечении a , определяемая из условия равновесия участка $0a$; H_{bc} - то же - участка ab

В практических расчетах l_a определяется методом последовательных приближений. В первом приближении l_a определяют при $p_z^a = 0$. Приемлемый результат получают во втором приближении при решении уравнений (5) и (6).

В зависимости от параметров a_i горизонтальные перемещения u_z , реактивные давления q_z , поперечные силы H_z и моменты M_z определяются по следующим формулам:

$$u_z = a_1 + a_2 z + a_3 z^2 + a_4 z^3 + a_5 z^4 + a_6 z^5; \quad (17)$$

$$q_z = K_z [a_1 + a_2 z + a_3 z^2 + a_4 z^3 + a_5 z^4 + a_6 z^5]; \quad (18)$$

$$H_z = H_0 + \int_0^z p_z dz + \int_{la}^z p_z^a dz - \int_0^z q_z dz; \quad (19)$$

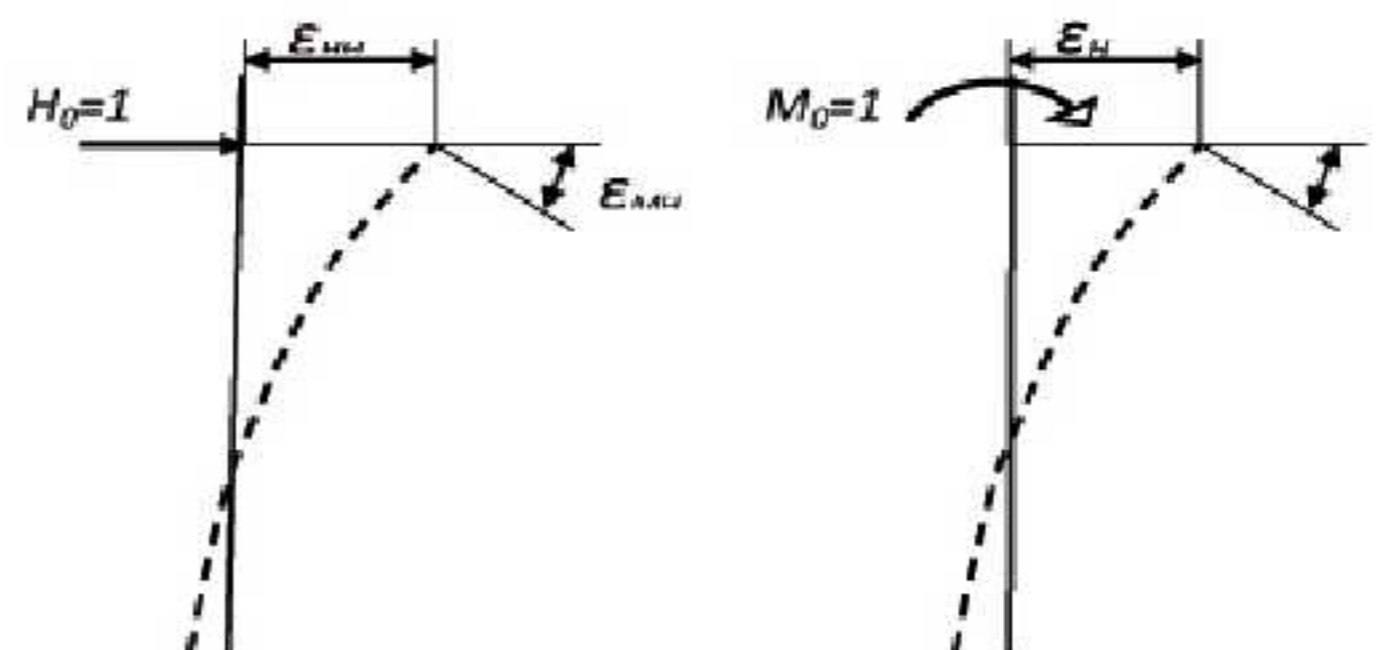


Рис. 3. К определению перемещений стенки от единичных нагрузок $H_0 = 1$ (при $M_0 = 0$) и $M_0 = 1$ (при $H_0 = 0$)

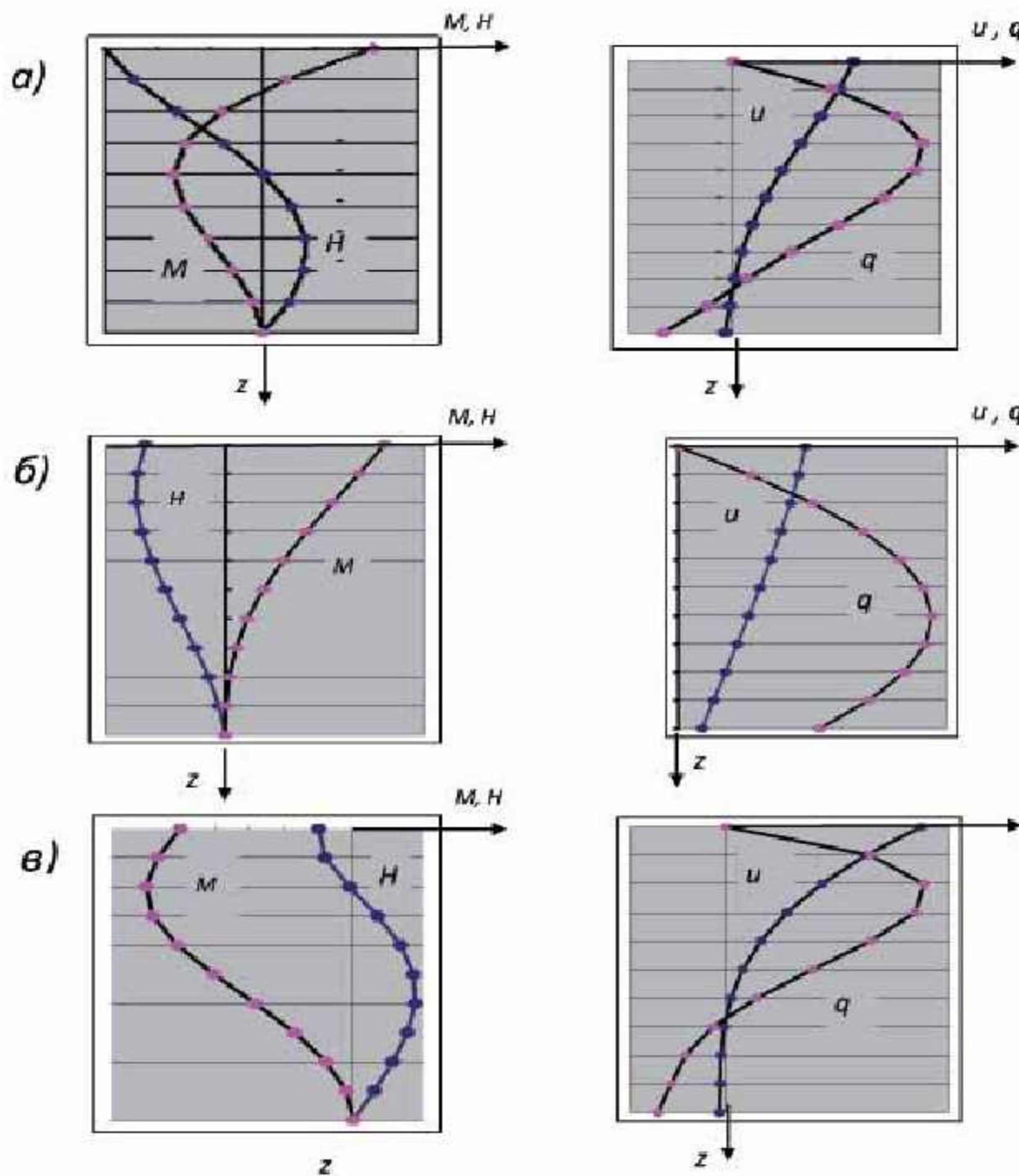


Рис. 4. Эпюры моментов (M), поперечных сил (H), реактивных давлений (q) и перемещений (u)

а - в заглубленной части заанкеренной подпорной стенки с упругим защемлением в грунте, б - то же - при отсутствии защемления, в - то же - свободно стоящей стенки с упругим защемлением.

$$M_z = H_0 z + M_0 + \int_0^z p_z dz + \int_0^z p_z^a dz - \int_0^z q_z dz \quad (20)$$

При коэффициентах постели, описываемых степенной зависимостью (2), получаем:

$$\int_0^z q_z dz = K_0 \left(\frac{z}{a}\right)^n [1z/(n+1) + a_1 z^2/(n+2) + \dots + a_1 z^6/(n+6)]; \quad (21)$$

$$\int_0^z p_z^a dz = K_0 \left(\frac{z}{a}\right)^n [a_1 z^2/(n+1)(n+2) + a_2 z^3/(n+2)(n+3) + \dots + a_6 z^{n+7}/(n+6)(n+7)]. \quad (22)$$

С достаточной для практики точностью в расчетах можно принимать среднее значение фиктивной нагрузки p_z^a , дей-

ствующей на участке *ав* (рис.16). При расчетах заанкеренных подпорных стенок, не защемленных в грунте, указанная нагрузка, не учитывается.

Решая матричное уравнение (6) получают:

$$a_1 = \epsilon_{HH} \text{ и } a_2 = \epsilon_{MH} \text{ при } H_0 = 1, M_0 = 0, p_z = 0;$$

$$a_1 = \epsilon_{HM} \text{ и } a_2 = \epsilon_{MM} \text{ при } H_0 = 0, M_0 = 1, p_z = 0,$$

где: ϵ_{HH} - горизонтальное перемещение стенки в уровне дна котлована от действия силы $H_0=1$; ϵ_{MH} - угол поворота от $H_0=1$; ϵ_{HM} - горизонтальное перемещение стенки от действия момента $M_0 = 1$; ϵ_{MM} - угол поворота от $M_0 = 1$ (рис.3).

Указанные перемещения от единичных нагрузок используются в расчетах методом сил статически неопределимых систем, которые содержат конструкции, взаимодействующие с грунтом.

Результаты расчетов в виде таблиц и графиков при различных вариантах исходных данных получают мгновенно при внесении представленных в статье формул в таблицу *Excel*. Оптимизация внутренних усилий достигается варьированием глубиной заложения в свободно стоящих стенках, а в заанкеренных - глубиной заложения стенки и отметкой установки анкеров. На рис.4 показаны характерные эпюры перемещений, реактивных давлений, поперечных сил и моментов в сечениях заглубленной части трех типов подпорных стенок.

ВЫВОДЫ:

Не имеющая точного аналитического решения, рассматриваемая задача решается вариационным методом с заданной степенью точности при небольшом числе неизвестных параметров ($a_i = 3-6$). С использованием указанных параметров оформляются относительно простые аналитические зависимости, определяющие напряженно-деформированное состояние конструкций, взаимодействующих с грунтом, при различных функциях коэффициентов постели, жесткостей, а также видов нагрузок по высоте стенки (сваи), что расширяет класс решаемых задач по уточненным расчетным схемам. Численное решение рассмотренных задач выполняется в *Excel* с использованием встроенных матричных функций и надстройки "Поиск решения".

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. СНиП 2.02.03.-85. Свайные фундаменты. - М.: Стройиздат, 1986.
2. СП-50- 02-2003. Проектирование и устройство свайных фундаментов. - М.: Госстрой России. 2003.
3. Завриев К.С., Шпиро Т.С. Расчеты фундаментов глубокого заложения. -М.: «Транспорт»,1970. - 216 с.
4. Хорунжий В.И. Расчет гибких подпорных стенок с использованием нормативов СНиП2.02.03-85 . Свайные фундаменты. //Світ геотехніки, 2010, № 1, С. 22 - 24.
5. Перлей Е.М., Раук В.Ф. и др. Свайные фундаменты и заглубленные сооружения. - Л.: Стройиздат, 1989. - 177 с.
6. Пратусевич Я. А. Вариационные методы в строительной механике. - М. Л. Государственное изд. технико-теоретической лит., 1948. - 400 с.