

**ПОРОЖДАЮЩИЙ КЛАСС СОВЕРШЕННЫХ ДВОИЧНЫХ РЕШЕТОК
РАЗМЕРА 12x12 ДЛЯ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ**

Введение

Квадратные совершенные двоичные решетки — СДР (Perfect Binary Array — PBA) существуют следующих порядков $N = 2^k$ и $N = 3 \cdot 2^k$ для произвольных натуральных k [1]. Понятие порождающего ($\Pi(N)$ -класса) и эквивалентного классов СДР впервые введено в [2].

Каждая СДР порядка N путем операций циклического сдвига ее строк и столбцов порождает класс эквивалентных СДР ($E(N)$ -класс) мощности

$$\Psi_{E(N)} = N^2. \tag{1}$$

Таким образом, если каким-либо способом найдена квадратная СДР порядка N , то, по сути, задан класс эквивалентных СДР мощности (1).

Полный класс СДР можно представить в виде объединения классов эквивалентных СДР. Если произвольно выбрать из каждого $E(N)$ -класса одну в качестве порождающей, из которой можно построить $E(N)$ -класс СДР, то сформируется класс порождающих СДР — $\Pi(N)$ -класс.

Впервые порождающий $\Pi(N)$ -класс СДР был использован в методе защиты информации [3] при описании блок-схемы криптографической передачи информации и в модифицированном методе криптографической передачи информации [4].

Метод криптографической передачи информации, приведенный в [3, 4] заключается в том, что генератор порождающего класса СДР, управляемый генератором случайных чисел, генерирует очередную СДР $\Pi(N)$ -класса, которая используется как опорная для передачи информации. Кодирование очередного символа из некоторого конечного множества — алфавита осуществляется с помощью одной СДР из эквивалентного $E(N)$ -класса, построенного из опорной СДР. Количество сдвигов строк и столбцов СДР соответствует коду очередного символа. В канале связи совершенные двоичные решетки никогда не должны повторяться и таким образом максимально возможное сообщение, которое можно передать с помощью данного криптографического метода без смены ключа, определяется мощностью порождающего класса СДР.

К сожалению, известные методы синтеза СДР не позволяют синтезировать порождающие классы СДР многих порядков $N = 3 \cdot 2^k$. Более того, в настоящее время неизвестна мощность таких классов СДР. Так только в [5] приведен алгоритм построения порождающего класса СДР порядка $N = 3 \cdot 2^1 = 6$ и определена его мощность.

Постановка задачи

Целью данной работы является разработка конструктивного метода построения порождающего класса совершенных двоичных решеток квадратной формы порядка $N = 12$ для криптографической передачи информации, который основан на учете структурных и корреляционных свойств СДР и их прореженных матриц, а также нахождение оценки мощности порождающего класса СДР данного порядка.

Решение задачи

Известно, что произвольная СДР квадратной формы $\mathbf{H}(N) = \|h_{i,j}\|$, где $h_{i,j} \in \{\pm 1\}$ — элементы СДР, может быть прорежена по пространственным координатам [2, 5] для получения матриц размерности $N/2 \times N/2$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(N/2) &= \|a_{m,n}\| = \|h_{2i,2j}\|, \\ \mathbf{B}(N/2) &= \|b_{m,n}\| = \|h_{2i,2j+1}\|, \\ \mathbf{C}(N/2) &= \|c_{m,n}\| = \|h_{2i+1,2j}\|, \\ \mathbf{D}(N/2) &= \|d_{m,n}\| = \|h_{2i+1,2j+1}\|, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= \overline{0, N/2-1}, m = \overline{0, N/2-1}, \\ j &= \overline{0, N/2-1}, n = \overline{0, N/2-1} \end{aligned}, \quad (2)$$

которые будут называться прореженными. Они могут быть как прямыми, так и инверсными. Черта над именем прореженной матрицы будет обозначать ее инверсию, т.е. замену элементов матрицы “+1” на “-1” и наоборот.

Метод построения порождающего класса СДР порядка $N = 3 \cdot 2^2 = 12$ основан на использовании прореженных матриц (2) порядка $N/2 = 6$. Поэтому, вначале рассмотрим алгоритм формирования прореженных матриц порядка $N/2 = 6$, а затем метод создания СДР порождающего класса порядка $N = 12$ на основе построенных прореженных матриц.

Алгоритм формирования прореженных матриц СДР порядка $N/2 = 6$ основан на использовании прореженных матриц $\mathbf{A}(N/4)$, $\mathbf{B}(N/4)$, $\mathbf{C}(N/4)$ и $\mathbf{D}(N/4)$ порядка $N/4 = 3$.

Исходными данными для построения прореженных матриц порядка $N/2 = 6$ являются прореженные матрицы порядка $N/4 = 3$ [5]

$$\mathbf{A}(3) = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix}, \mathbf{B}(3) = \begin{bmatrix} - & + & + \\ - & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix}, \mathbf{C}(3) = \begin{bmatrix} - & + & + \\ + & - & + \\ + & + & - \end{bmatrix}, \mathbf{D}(3) = \begin{bmatrix} + & + & - \\ + & - & + \\ - & + & + \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где символом “+” обозначено значение элемента СДР “+1”, а символом “-” — значение элемента “-1” (для краткости). В дальнейшем в примерах, будут использоваться аналогичные обозначения.

Прореженные матрицы порядка $N/2 = 6$ необходимо создать по трем алгоритмам, получив 3 группы прореженных матриц $\mathbf{A}(6)$, $\mathbf{B}(6)$, $\mathbf{C}(6)$ и $\mathbf{D}(6)$. Для указания принадлежности определенной прореженной матрицы к конкретной группе введены обозначения: номер группы — верхний индекс, номер прореженной матрицы в группе — нижний. Индексы изменяются от нуля, поэтому $\mathbf{A}_1^0(6)$ — вторая прореженная матрица $\mathbf{A}(6)$ первой группы размера 6×6 . Если не указан нижний индекс, соответствующее утверждение относится к любой прореженной матрице в группе, а если верхний — к матрице любой группы.

Прореженные матрицы $\mathbf{A}(6)$, $\mathbf{B}(6)$, $\mathbf{C}(6)$ и $\mathbf{D}(6)$ строятся по следующим шести выражениям, которые разбиты на два столбца

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(3), \mathbf{B}(3) & \quad \mathbf{C}(3), \overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{A}(3), \mathbf{C}(3) & \quad \mathbf{B}(3), \overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{A}(3), \mathbf{D}(3) & \quad \mathbf{B}(3), \overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{B}(3), \mathbf{C}(3) & \quad \mathbf{A}(3), \overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{B}(3), \mathbf{D}(3) & \quad \mathbf{A}(3), \overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{C}(3), \mathbf{D}(3) & \quad \mathbf{A}(3), \overline{\mathbf{B}}(3) \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Рассмотрим построение прореженных матриц $\mathbf{A}(6)$, $\mathbf{B}(6)$, $\mathbf{C}(6)$ и $\mathbf{D}(6)$ отдельно по каждому алгоритму.

Алгоритм первый. Каждая прореженная матрица первой группы $\mathbf{A}_0^0(6)$, $\mathbf{A}_1^0(6)$, $\mathbf{A}_2^0(6)$, $\mathbf{A}_3^0(6)$, $\mathbf{A}_4^0(6)$, $\mathbf{A}_5^0(6)$ формируется одним и тем же способом для соответствующей комбинации прореженных матриц первого столбца из (4)

$$\left. \begin{matrix} \mathbf{A}(3)\mathbf{B}(3) \\ \mathbf{A}(3)\mathbf{C}(3) \\ \mathbf{A}(3)\mathbf{D}(3) \\ \mathbf{B}(3)\mathbf{C}(3) \\ \mathbf{B}(3)\mathbf{D}(3) \\ \mathbf{C}(3)\mathbf{D}(3) \end{matrix} \right\}. \quad (5)$$

Для первой комбинации $\mathbf{A}(3)\mathbf{B}(3)$ из исходных прореженных матриц (3)

$$\mathbf{A}(3) = \|a_{i,j}\| = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{B}(3) = \|b_{i,j}\| = \begin{bmatrix} - & + & + \\ - & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix} \quad (6)$$

с использованием операции перемежения столбцов формируется вспомогательная прямоугольная матрица размерности 3×6

$$\mathbf{X}_0^0(3,6) = \|x_{m,n}\| = \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \\ + & - & + & + & + & + \end{bmatrix},$$

где $m = \overline{0,3}$ — номера строк;

$n = \overline{0,6}$ — номера столбцов.

Элементы вспомогательной матрицы $\mathbf{X}_0^0(3,6)$ определяются по правилу

$$\left. \begin{matrix} x_{i,2j} = a_{i,j} \\ x_{i,2j+1} = b_{i,j} \end{matrix} \right\}, \quad i = \overline{0,3-1}, \quad j = \overline{0,3-1}.$$

Затем путем применения операции циклического сдвига вниз на одну строку вспомогательной матрицы $\mathbf{X}_0^0(3,6)$ строится вспомогательная матрица $\mathbf{Y}_0^0(3,6)$

$$\mathbf{Y}_0^0(3,6) = \begin{bmatrix} + & - & + & + & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \end{bmatrix}.$$

Используя операцию перемежения строк вспомогательных матриц $\mathbf{X}_0^0(3,6)$ и $\mathbf{Y}_0^0(3,6)$

$$\left. \begin{matrix} a_{2i,j} = x_{i,j} \\ a_{2i+1,j} = y_{i,j} \end{matrix} \right\}, \quad i = \overline{0,3-1}, \quad j = \overline{0,6-1}$$

получаем прореженную матрицу $\mathbf{A}_0^0(6)$.

По первому правилу можно построить шесть прореженных матриц $\mathbf{A}^0(3)$ – по одной матрице для каждой комбинации матриц из (5). Представим построенную прореженную матрицу $\mathbf{A}_0^0(6)$ и остальные, полученные по остальным пяти комбинациям матриц из (5)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0^0(6) &= \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \\ + & - & + & + & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \\ + & - & + & + & + & + \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1^0(6) = \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & + & + & + & + & - \\ + & + & + & - & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & + & + & + & + & - \\ + & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2^0(6) = \begin{bmatrix} - & + & - & + & - & - \\ + & - & + & + & + & + \\ + & + & + & - & + & + \\ - & + & - & + & - & - \\ + & - & + & + & + & + \\ + & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_3^0(6) &= \begin{bmatrix} - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ - & + & + & - & + & + \\ - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_4^0(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & + & + & - \\ - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_5^0(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & + & + & - \\ + & - & + & + & - & + \\ + & + & - & - & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ + & - & + & + & - & + \\ + & + & - & - & + & + \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Прореженные матрицы $\mathbf{C}^0(6)$ формируются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^0(6)$, но вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^0(3,6)$ в операции перемежения строк используется

инверсная.

Прореженные матрицы $\mathbf{B}^0(6)$ формируются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^0(6)$, но в качестве исходных прореженных матриц выбираются матрицы из второго столбца (4)

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{C}(3)\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{B}(3)\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{B}(3)\overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{A}(3)\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{A}(3)\overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{A}(3)\mathbf{B}(3) \end{array} \right\}. \quad (7)$$

Заметим, что в каждом выражении из (7) одна матрица всегда используется инверсная.

Прореженные матрицы $\mathbf{D}^0(6)$ строятся так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{C}^0(6)$, в качестве исходных прореженных матриц выбираются прореженные матрицы из (7), а вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^0(3,6)$ используется инверсная.

Алгоритм второй. Прореженные матрицы $\mathbf{A}^1(6)$ формируются отдельно для каждой из шести комбинаций прореженных матриц из (5).

Для первой комбинации из исходных прореженных матриц (3)

$$\mathbf{A}(3) = \|a_{i,j}\| = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{B}(3) = \|b_{i,j}\| = \begin{bmatrix} - & + & + \\ - & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix},$$

с использованием операции перемежения строк

$$\left. \begin{array}{l} x_{2i,j} = a_{i,j} \\ x_{2i+1,j} = b_{i,j} \end{array} \right\}, \quad i = \overline{0,3-1}, \quad j = \overline{0,3-1},$$

формируем вспомогательную прямоугольную матрицу $\mathbf{X}_0^1(6,3)$

$$\mathbf{X}_0^1(6,3) = \|x_{m,n}\| = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & + & + \\ + & + & + \\ - & + & + \\ + & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix}$$

размерности 6×3 .

После этого путем применения операции циклического сдвига вправо на один столбец вспомогательной матрицы $\mathbf{X}_0^1(6,3)$ формируется вспомогательная матрица $\mathbf{Y}_0^1(6,3)$

$$\mathbf{Y}_0^1(6,3) = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & - & + \\ + & + & + \\ + & - & + \\ + & + & + \\ + & - & + \end{bmatrix}.$$

С использованием операции перемежения столбцов

$$\left. \begin{array}{l} a_{2i,j} = x_{i,j} \\ a_{2i+1,j} = y_{i,j} \end{array} \right\}, \quad i = \overline{0,3-1}, \quad j = \overline{0,6-1}$$

для вспомогательных матриц $\mathbf{X}_0^1(6,3)$ и $\mathbf{Y}_0^1(6,3)$, формируется прореженная матрица $\mathbf{A}_0^1(6)$.

Для остальных выражений из (5) процесс построения прореженных матриц $\mathbf{A}_1^1(6)$, $\mathbf{A}_2^1(6)$, $\mathbf{A}_3^1(6)$, $\mathbf{A}_4^1(6)$, $\mathbf{A}_5^1(6)$ аналогичный. Представим все построенные матрицы

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_0^1(6) &= \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & - \\ - & + & + & - & + & + \\ + & + & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \\ + & + & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1^1(6) = \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & - \\ - & + & + & - & + & + \\ + & + & + & + & + & + \\ + & + & - & + & + & - \\ + & + & + & + & + & + \\ + & - & + & + & - & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2^1(6) = \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & - \\ + & - & + & + & - & + \\ + & + & + & + & + & + \\ + & + & - & + & + & - \\ + & + & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{A}_3^1(6) &= \begin{bmatrix} - & + & + & - & + & + \\ - & + & + & - & + & + \\ - & + & + & - & + & + \\ + & + & - & + & + & - \\ - & + & + & - & + & + \\ + & - & + & + & - & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_4^1(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & - & + & + \\ + & - & + & + & - & + \\ - & + & + & - & + & + \\ + & + & - & + & + & - \\ - & + & + & - & + & + \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_5^1(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & - & + & + \\ + & - & + & + & - & + \\ + & + & - & + & + & - \\ + & + & - & + & + & - \\ + & - & + & + & - & + \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Прореженные матрицы $\mathbf{C}^1(6)$ формируются, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^1(6)$, но вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^1(6,3)$ используется инверсная. Прореженные матрицы $\mathbf{B}^1(6)$ создаются, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^1(6)$, но в качестве исходных прореженных матриц выбираются матрицы из (7), при этом вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^1(6,3)$ используется прямая. Прореженные матрицы $\mathbf{D}^1(6)$ формируются, как и прореженные матрицы $\mathbf{C}^1(6)$, но вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^1(6,3)$ используется инверсная.

Алгоритм третий. Прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$ формируются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^0(6)$ по первому алгоритму, но во вспомогательной матрице $\mathbf{Y}^2(3,6)$ переставляются блоки половинок матрицы $\mathbf{Y}^0(3,6)$. Например, из

$$\mathbf{Y}_0^0(3,6) = \begin{bmatrix} + & - & + & + & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \end{bmatrix}, \text{ получают } \mathbf{Y}_0^2(3,6) = \begin{bmatrix} + & + & + & + & - & + \\ + & - & + & - & - & - \\ + & + & + & + & - & + \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & + & + & - & + \\ + & - & + & - & - & - \\ + & + & + & + & - & + \end{bmatrix}.$$

Для исходных прореженных матриц из (2) получаем

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_0^2(6) &= \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & + & + & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \\ + & - & + & - & - & - \\ + & - & + & + & + & + \\ + & + & + & + & - & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1^2(6) = \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & + & - & + & + & + \\ + & + & + & - & + & + \\ + & - & + & - & - & - \\ + & + & + & + & + & - \\ - & + & + & + & + & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_2^2(6) = \begin{bmatrix} - & + & - & + & - & - \\ + & + & + & + & - & + \\ + & + & + & - & + & + \\ + & - & - & - & + & - \\ + & - & + & + & + & + \\ - & + & + & + & + & + \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{A}_3^2(6) &= \begin{bmatrix} - & - & + & + & + & + \\ + & + & - & - & + & + \\ - & + & + & - & + & + \\ + & + & + & - & - & + \\ - & + & + & + & + & - \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_4^2(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & + & + & - \\ + & + & + & - & - & + \\ - & + & + & - & + & + \\ + & + & - & - & + & + \\ - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \mathbf{A}_5^2(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & + & + & - \\ + & - & + & + & - & + \\ + & + & - & - & + & + \\ + & + & - & - & + & + \\ + & - & + & + & - & + \\ - & + & + & + & + & - \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Прореженные матрицы $\mathbf{C}^2(6)$ создаются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$, но помимо перестановки блоков половинок матрицы $\mathbf{Y}^0(3,6)$, матрица $\mathbf{Y}^2(3,6)$ инвертируется. Прореженные матрицы $\mathbf{B}^2(6)$ строятся, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$, но в качестве исходных выбираются комбинации прореженных матриц из (7). Для формирования вспомогательных матриц $\mathbf{Y}^2(3,6)$ выполняются перестановки блоков половинок матриц $\mathbf{Y}^2(3,6)$, а сами прореженные матрицы используются прямые. Прореженные матрицы $\mathbf{D}^2(6)$ формируются, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$, но после перестановки блоков половинок матриц $\mathbf{Y}^0(3,6)$, матрица $\mathbf{Y}^2(6,3)$ инвертируется.

Исследованиями установлено, что для построения $\Pi(N)$ -класса СДР порядка $N = 12$ необходимо для каждой группы прореженных матриц из табл. 1 воспользоваться фиксированными конструкциями, представленными в табл. 2. Символ « \diamond » обозначает перемежение (процедура обратная прореживанию (2)) соответствующих прореженных матриц. Возможны и другие структуры конструкций, однако в табл. 2 все конструкции имеют простейший (канонический) вид. Для построения порождающего класса, СДР, полученные по фиксированным конструкциям (табл. 2) необходимо инвертировать.

Табл. 2. Фиксированные конструкции прореженных матриц для построения порождающего класса СДР

$A_0(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6)$	$A_0(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6)$	$A_0(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6)$
$A_1(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6)$	$A_1(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6)$	$A_1(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6)$
$A_2(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6)$	$A_2(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6)$	$A_2(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6)$
$A_3(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6)$	$A_3(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6)$	$A_3(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6)$
$A_4(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6)$	$A_4(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6)$	$A_4(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6)$
$A_5(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6)$	$A_5(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6)$	$A_5(6) \diamond C_j(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6)$
$A_0(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6)$	$A_0(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6)$	$A_0(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6)$
$A_1(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6)$	$A_1(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6)$	$A_1(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6)$
$A_2(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6)$	$A_2(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6)$	$A_2(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6)$
$A_3(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6)$	$A_3(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6)$	$A_3(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6)$
$A_4(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6)$	$A_4(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6)$	$A_4(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6)$
$A_5(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6) \diamond D_k(6)$	$A_5(6) \diamond D_k(6) \diamond B_i(6) \diamond C_j(6)$	$A_5(6) \diamond D_k(6) \diamond C_j(6) \diamond B_i(6)$

Прежде чем приступить к созданию порождающего класса совершенных двоичных решеток полученные прореженные матрицы (табл. 1) необходимо размножить.

Матрицы $A_0(6)$, $A_1(6)$, $A_2(6)$, $A_3(6)$, $A_4(6)$ и $A_5(6)$ зафиксированы, как указано в табл. 2, и не размножаются. Прореженные матрицы $B(6)$ из всех трех групп размножаются с помощью операций циклического сдвига строк и столбцов. Количество возможных циклических сдвигов строк для первой группы — три ($\overline{0, 2}$), а столбцов — шесть ($\overline{0, 5}$). Количество возможных циклических сдвигов строк для второй группы — шесть ($\overline{0, 5}$), а столбцов — три ($\overline{0, 2}$). Для прореженных матриц $B(6)$ из третьей группы возможны два варианта выполнения циклических сдвигов: либо по строкам — три ($\overline{0, 2}$) сдвига, а столбцам — шесть ($\overline{0, 5}$), либо по строкам — шесть ($\overline{0, 5}$) сдвигов, а столбцам — три ($\overline{0, 2}$). И, таким образом, в результате размножения из каждой матрицы $B(6)$ для каждой группы получим их мощность

$$\Psi_{B(6)} = 18. \quad (8)$$

Прореженные матрицы $C(6)$ и $D(6)$ сформированные по трем алгоритмам размножаются с помощью операций циклического сдвига строк и столбцов. Количество возможных циклических сдвигов по строкам и столбцам — шесть ($\overline{0, 5}$). Таким образом, в результате размножения из каждой прореженной матрицы $C(6)$ и $D(6)$ получим

$$\Psi_{C(6)} = \Psi_{D(6)} = 36 \quad (9)$$

матриц.

Следует заметить, что существуют некоторые ограничения на использование комбинаций прореженных матриц при построении СДР порождающего класса (табл. 2):

– можно использовать только комбинации прореженных матриц, построенные по одному алгоритму или полученных в результате их размножения; например, $A^0(N/2)$, $B^0(N/2)$, $C^0(N/2)$ и $D^0(N/2)$ или $A^2(N/2)$, $B^2(N/2)$, $C^2(N/2)$ и $D^2(N/2)$;

– прореженные матрицы $A(N/2)$ и $B(N/2)$, построенных по одной комбинации из (5) или полученных в результате размножения, используются только совместно; например, $A_2^0(N/2)$ и $B_2^0(N/2)$ или $A_4^1(N/2)$ и $B_4^1(N/2)$. Количество таких комбинаций с учетом того, что матрицы $A(6)$ зафиксированы (табл. 2) и (8) определяется выражением

$$\Psi_{A(6)B(6)} = \Psi_{A^0(6)} \cdot \Psi_{B^0(6)} = \Psi_{A^1(6)} \cdot \Psi_{B^1(6)} = \Psi_{A^2(6)} \cdot \Psi_{B^2(6)} = 18 \quad (10)$$

– используются только вместе и прореженные матрицы $C(N/2)$ и $D(N/2)$ сформированные по одной комбинации из (7) или полученных в результате их размножения; например, $C_3^2(N/2)$ и $D_3^2(N/2)$ или $C_5^1(N/2)$ и $D_5^1(N/2)$; количество таких сочетаний для одной комбинации (7) с учетом (9)

$$\Psi_{C(6)D(6)} = \Psi_{C^0(6)} \Psi_{D^0(6)} = \Psi_{C^1(6)} \Psi_{D^1(6)} = \Psi_{C^2(6)} \Psi_{D^2(6)} = 36 \cdot 36,$$

а с учетом шести комбинаций из (7)

$$\Psi_{C(6)D(6)} = 6 \cdot \Psi_{C(6)} \Psi_{D(6)}; \quad (11)$$

– прореженные матрицы $A(N/2)$ и $B(N/2)$ сформированные по одной комбинации из (4), или матрицы, полученные в результате их размножения, можно использовать с прореженными матрицами $C(N/2)$ и $D(N/2)$, сформированными по другой комбинации из (4), но при этом они все должны быть построены по одному алгоритму; например, $A_4^1(N/2)$, $B_4^1(N/2)$, $C_5^1(N/2)$ и $D_5^1(N/2)$.

В качестве примера с использованием процедуры перемежения, обратной процедуре прореживания (2), сформирована СДР $H_0(12)$ для прореженных матриц $A_4^1(N/2)$, $B_4^1(N/2)$, $C_5^1(N/2)$ и $D_5^1(N/2)$ по выражению (табл. 2) $A_4(6) \diamond B_4(6) \diamond C_5(6) \diamond D_5(6)$ и СДР $H_1(12)$ — по выражению $A_4(6) \diamond B_4(6) \diamond D_5(6) \diamond C_5(6)$

$$H_0(12) = \begin{bmatrix} - & - & + & - & + & - & - & - & + & - & + & - \\ - & - & - & + & + & - & + & + & + & - & - & + \\ + & + & - & - & + & - & + & + & - & - & + & - \\ + & + & + & + & + & - & - & - & - & - & - & + \\ - & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\ + & + & - & - & - & + & - & - & + & + & + & - \\ + & - & + & - & - & + & + & - & + & - & - & + \\ + & + & - & + & - & - & - & - & + & - & + & + \\ - & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\ + & + & + & - & + & + & - & - & - & + & - & - \\ - & - & + & + & + & - & - & - & + & + & + & - \\ - & + & - & + & + & - & + & - & + & - & - & + \end{bmatrix}, H_1(12) = \begin{bmatrix} - & - & + & - & + & - & - & - & + & - & + & - \\ - & - & + & - & - & + & + & + & - & + & + & - \\ + & + & - & - & + & - & + & + & - & - & + & - \\ + & + & + & + & - & + & - & - & - & - & - & + \\ - & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\ + & + & - & - & + & - & - & - & + & + & - & + \\ + & - & + & - & - & + & + & - & + & - & - & + \\ + & + & + & - & - & - & - & - & - & + & + & + \\ - & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\ + & + & - & + & + & + & - & - & + & - & - & - \\ - & - & + & + & + & - & - & - & + & + & + & - \\ + & - & + & - & - & + & - & + & - & + & + & - \end{bmatrix}.$$

Мощность порождающего класса совершенных двоичных решеток размера 12×12

$$\Psi = 2 \cdot 3 \cdot 36 \cdot \Psi_{A(6)B(6)} \cdot \Psi_{C(6)D(6)}, \quad (12)$$

где 2 — коэффициент учитывающий инверсию СДР;

3 — количество алгоритмов построения прореженных матриц;

36 — количество фиксированных конструкций (табл. 2).

Числовое значение мощности СДР порождающего П(12)-класса порядка $N = 12$, созданных по предложенному конструктивному методу, после подстановки в (12) значения выражений (10), (11)

$$\Psi = 2 \cdot 3 \cdot 36 \cdot \Psi_{A(6)B(6)} \cdot 6 \cdot \Psi_{C(6)} \cdot \Psi_{D(6)} = 2 \cdot 3 \cdot 36 \cdot 18 \cdot 6 \cdot 36 \cdot 36 = 2^{93} 10 = 30\,233\,088$$

матриц.

Заклучение

Такие огромные мощности класса порождающих СДР порядка $N = 12$ привлекательны для криптографической передачи данных, так как позволяют передать большой объем информации. Так произведение Л.Н. Толстого «Война и мир» содержит 3 198 976 символов и это произведение, без смены ключа, описанным криптографическим методом, можно передать 9,45 раз. В дальнейшем предстоит разработать алгоритмы построения порождающих классов больших порядков.

Список литературы

1. Chan, W.K. Summary of perfect $s \times t$ arrays, $1 \leq s \leq t \leq 100$ / W.K. Chan, M.K. Siu // Electronics letters. — 1991. — Vol. 27 № 9. — P. 709—710.
2. Мазурков, М.И. Классы эквивалентных и порождающих совершенных двоичных решеток для CDMA-технологий / М.И. Мазурков, В.Я. Чечельницкий // Изв. вузов Радиоэлектроника. — 2003. — № 5. — С. 54—63.
3. Мазурков, М.И. Метод защиты информации на основе совершенных двоичных решеток / М.И. Мазурков, В.Я. Чечельницкий, П. Мурр // Изв. вузов Радиоэлектроника. — 2008. — № 11. — С. 53—57.
4. Чечельницкий, В.Я. Метод криптографической передачи данных на основе совершенных двоичных решеток / В.Я. Чечельницкий, П. Мурр // Защита информации. — 2008. — № 2(38). — С. 32—38.
5. Мазурков, М.И. Свойства полного класса совершенных двоичных решеток на 36 элементов / М.И. Мазурков, В.Я. Чечельницкий // Изв. вузов Радиоэлектроника. — 2004. — № 6. — С. 56—64.

Предложен конструктивный метод построения порождающего класса совершенных двоичных решеток размера 12×12 для криптографической передачи информации и получена оценка его мощности. Ключевые слова: совершенные двоичные решетки, порождающий класс, криптография.

Запропоновано конструктивний метод побудови породжуючого класу досконалих двійкових решіток розміру 12×12 для криптографічного передачі інформації та знайдено оцінку його потужності.

A constructive method which generates a class of perfect binary arrays size 12×12 for cryptographic information transfer and obtain an estimate of its power.

Рецензент: Хорошко В.О.
Надійшла 27.05.2010

УДК 004.056.5

Борисенко И.И. (ОНПУ)

МОДЕЛИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО КОНТЕЙНЕРА И АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ЕГО ЗАЩИЩЕННОСТИ

Введение

В настоящее время количество областей, в которых средства электронной связи заменяют бумажную переписку, быстро увеличивается. В результате увеличивается и доступный для перехвата объем информации (носящий конфиденциальный характер), а сам перехват становится более легким [1]. Надежная защита информации от несанкционированного доступа является актуальной, но не решенной в полном объеме проблемой. Одно из перспективных направлений защиты информации сформировали современные методы стеганографии, которые обеспечивают сокрытие самого факта существования секретной информации в той или иной среде и представляют собой