

Моделирование технологических процессов

УДК 62-83 (075.8)

Ю.В. Човнюк, канд. техн. наук, доц. КНУБА

**МЕТОД СТРУКТУРНОГО
ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ
ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ ЭЛЕКТРОПРИВОДА
ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ
СТРОИТЕЛЬНОЙ ИНДУСТРИИ**

Известно [1-4], что при исследовании динамических систем (и, в частности, непрерывных линеаризованных динамических систем электропривода разнообразных технических устройств), применяемых в строительной технике и технологиях, весьма важным этапом является составление схемы моделирования этих систем. С помощью, например, блок-схемы моделирования можно рациональным образом выбрать переменные состояния, характеризующие поведение указанных выше систем в каждый момент времени.

Целью настоящей работы является составление универсальной схемы моделирования непрерывных линеаризованных динамических систем электропривода технических устройств строительной индустрии на основе метода структурного представления. В данной работе рассмотрена процедура составления универсальной схемы моделирования, работающей при нулевых начальных условиях.

Подобные динамические системы описываются дифференциальным уравнением вида:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_nu^{(n)} + b_{n-1}u^{(n-1)} + \dots + b_1u^{(1)} + b_0u \quad (1)$$

или передаточной функцией:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0}{p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (2)$$

Примем, что:

$$\begin{cases} x_1 = y - \beta_0 u, \\ x_2 = y^{(1)} - \beta_0 u^{(1)} - \beta_1 u = \dot{x}_1 - \beta_1 u, \\ x_3 = y^{(2)} - \beta_0 u^{(2)} - \beta_1 u^{(1)} - \beta_2 u = \dot{x}_2 - \beta_2 u, \\ \dots \\ x_n = y^{(n-1)} - \beta_0 u^{(n-1)} - \beta_1 u^{(n-2)} - \dots - \beta_{n-2} u^{(1)} - \\ - \beta_{n-1} u = \dot{x}_{n-1} - \beta_{n-1} u. \end{cases} \quad (3)$$

Тогда получим:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y^{(1)} - \beta_0 u^{(1)} = x_2 + \beta_1 u, \\ \dot{x}_2 = y^{(2)} - \beta_0 u^{(2)} - \beta_1 u^{(1)} = x_3 + \beta_2 u, \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = y^{(n-1)} - \beta_0 u^{(n-1)} - \dots - \beta_{n-2} u^{(1)} = x_n + \beta_{n-1} u, \\ \dot{x}_n = y^{(n)} - \beta_0 u^{(n)} - \dots - \beta_{n-1} u^{(1)} + \beta_n u = -a_0 x_1 - a_1 x_2 - \\ - \dots - a_{n-1} x_n + \beta_0 u, \\ y = x_1 + \beta_0 u, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\begin{cases} \beta_0 = b_n; \beta_1 = b_{n-1} - a_{n-1}\beta_0; \beta_2 = b_{n-2} - a_{n-1}\beta_1 - a_{n-2}\beta_0, \dots, \\ \beta_n = b_0 - a_{n-1}\beta_{n-1} - a_{n-2}\beta_{n-2} - \dots - a_1\beta_1 - a_0\beta_0. \end{cases} \quad (5)$$

Введём вектор:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, \quad (6)$$

тогда получим описание пространства состояния анализируемой системы:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot u, \\ y = C \cdot X + d \cdot u, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \quad C = [1, 0, \dots, 0], \quad d = \beta_0 = b_n. \quad (8)$$

Подобный подход к моделированию изучаемых систем чрезвычайно удобен и пригоден, в особенности, для систем модального управления.

Рассмотрим несколько примеров.

1. Пусть дана замкнутая система с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{9,0 \cdot p + 0,64}{p^3 + 0,3 \cdot p^2 + 9,6 \cdot p + 0,64}, \quad p \equiv \frac{d}{dt}, \quad (9)$$



где t – время.

Схему моделирования такой системы легко представить в Matlab. В пространстве состояний она имеет вид (7), где

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad a_{11} = a_{21} = a_{22} = a_{13} = 0, \quad a_{12} = a_{23} = 1, \quad a_{31} = -0,64; a_{32} = -9,6; a_{33} = -0,3;$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ -2,06 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0], \quad d = 0. \quad (10)$$

2. Передаточные функции электромагнитного усилителя (ЭМУ), работающего совместно с исполнительным двигателем (ИД) постоянного тока независимого возбуждения, приведены в [1]:

$$W(p) = \frac{k_y}{(T_M T_a p^2 + T_M p + 1) \cdot (T_y p + 1)}, \quad (11)$$

где

k_y – передаточный коэффициент (коэффициент усиления) ЭМУ по управляющему воздействию; T_M – механическая постоянная времени двигателя; T_y – постоянная времени цепи управления; T_a – постоянная времени якорных цепей ЭМУ-ИД.

Передаточная функция по отношению к возмущающему воздействию $V(p)$ представляет собой:

$$V(p) = -\frac{k_f \cdot (T_y p + 1) \cdot (T_a p + 1)}{(T_M T_a p^2 + T_M p + 1)(T_y p + 1)}, \quad (12)$$

где k_f – передаточный коэффициент ЭМУ по возмущающему воздействию.

Схему моделирования ЭМУ-ИД также легко представить в Matlab. В пространстве состояний (7) для (11) и (12) получим:

Для (11) –

$$A = \| \| a_{ij} \| \|, \quad (i, j) = 1, 2, 3; \quad a_{11} = a_{13} = a_{21} = a_{22} = 0; \quad a_{12} = a_{23} = 1;$$

$$a_{31} = -\frac{1}{T_M T_a T_y}; \quad a_{32} = -\frac{(T_M + T_y)}{T_M T_a T_y}; \quad a_{33} = -\frac{(T_a + T_y)}{T_a T_y}; \quad d = 0;$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_y}{T_M T_a T_y} \end{bmatrix}; \quad C = [1; 0; 0] \quad (13)$$

для (11)- матрицы A и C совпадают с (13), $d = 0$, а для матрицы B получим:

$$B = [\beta_1; \beta_2; \beta_3]^T, \quad (14)$$

$$\beta_1 = -\frac{k_f}{T_M}; \quad \beta_2 = -\frac{k_f \cdot (T_y + T_a)}{T_M T_a T_y} + \frac{(T_a + T_y) \cdot k_f}{T_a T_y T_M}; \quad \beta_3 = -\frac{k_f}{T_M T_a T_y} + \frac{(T_M + T_y) \cdot k_f}{T_M^2 \cdot T_a \cdot T_y}. \quad (15)$$

3. В анализе механической части электропривода различных технических устройств строительной индустрии [5] принято её представлять как сложный объект, состоящий из цепочки интегрирующих звеньев, замкнутых перекрёстными внутренними обратными связями. Пользуясь известными методами преобразования структурных схем и определения передаточных функций для замкнутых обратными связями контуров [6,7], получим передаточную функцию механической части электропривода (в пределах модели трёхмассовой упругой системы) по управляющему воздействию при выходной переменной $\omega_1(p)$ (ω_1 – угловая скорость вращения ротора двигателя):

$$W_{\omega_1}(p) = \frac{\omega_1(p)}{M(p)} = \frac{J_2 J_3 p^4 + [c_{23} \cdot (J_2 + J_3) + c_{12} \cdot J_3] p^2 + c_{12} \cdot c_{23}}{p(J_1 J_2 J_3 p^4 + [J_1 c_{23} (J_2 + J_3) + J_3 c_{12} (J_1 + J_2)] p^2 + c_{12} c_{23} (J_1 + J_2 + J_3))}, \quad (16)$$

где M – электромагнитный момент, приложенный к ротору двигателя; $J_{1,2,3}$ – суммарные приведенные моменты инерции массы ротора и жёстко связанных с ним элементов промежуточной массы, а также нагрузки двигателя, соответственно; c_{12}, c_{23} – эквивалентные приведенные жесткости, связывающие соответствующие массы (первую со второй, а также вторую с третьей, соответственно).

Тогда в представлении (7) получим для этого примера:

$$a_0 = 0; \quad a_1 = \frac{c_{12} c_{23} \cdot (J_1 + J_2 + J_3)}{J_1 J_2 J_3}; \quad a_2 = 0; \quad a_3 = \frac{[J_1 c_{23} \cdot (J_2 + J_3) + J_3 c_{12} (J_1 + J_2)]}{J_1 J_2 J_3}; \quad a_4 = 0; \quad b_0 = \frac{c_{12} c_{23}}{J_1 J_2 J_3};$$

$$b_1 = 0; \quad b_2 = \frac{c_{23} \cdot (J_2 + J_3) + c_{12} J_3}{J_1 J_2 J_3}; \quad b_3 = 0; \quad b_4 = \frac{1}{J_1}; \quad b_5 = 0. \quad (17)$$

Тогда матрица A имеет $\dim A = [5 \times 5]$; $\dim B = [5 \times 1]$; $C = [1; 0; 0; 0; 0]$; $d = 0$.

Элементы матриц A и B легко найти по соотношениям (1)-(5).

Выводы

1. Метод структурного представления непрерывных линеаризованных динамических систем электропривода различных технических устройств строительной индустрии позволяет рациональным образом выбирать переменные состояния, характеризующие поведение указанных систем в каждый момент времени.
2. Предложен алгоритм составления универсальной схемы моделирования указанных выше систем, работающей при нулевых начальных условиях.
3. Подобный подход можно использовать для создания, уточнения и совершенствования существующих инженерных методик расчёта таких систем и, в особенности, переходных процессов, протекающих в них.

Литература

1. Иванов В.А. и др. Математические основы теории автоматического регулирования. – М.: Высшая школа, 1971. – 808с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. – Т.2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления/Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 736с.
3. Linear System Theory (Second Edition)/Zheng Dazhong. – Beijing: TUP, 2000. – 706p.
4. Чанцин Ван, Ниншен Гуо. Структурное представление непрерывных линейных динамических систем//Естественные и технические науки. – 2005. - №1. – С. 131-134.
5. Ключев В.И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 560с.
6. Теория автоматического управления/Под ред. А.В. Нетушила. – М.: Высшая школа, 1968. – Ч. I. – 424с.; 1972. – Ч. II. – 430с.
7. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1972. – 450с.