

УДК 629.114

С.В. Коваленко, аспірант КНУБА,
 І.І. Назаренко, проф. КНУБА,
 А.Т. Свідерський, доц. КНУБА

АНАЛІЗ ЧИСЕЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ РІЗНОМАНІТНИХ ФАКТОРІВ НА РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ СЕКЦІЇ СТРИЛИ АВТОКРАНА

Постановка задачі. Оптимізація секції стріли автомобільного крана є нелінійною задачею для рішення якої можна застосувати методи послідовних наближень, оптимальне рішення утворюється за рахунок мінімального рівня розсіювання енергії в стрижні який і є моделлю секції стріли.

Методика та результати. Результати оптимізації консольно-закріпленого сталюого стрижня ТСАК довжиною 1м при обмеженнях на конфігурацію стрижня:

$$7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \leq S(x) \leq 10^{-3} \text{ м}^2, \text{ який здійснює позовжні коливання за першою формою.}$$

На рис.1 зображена крива оптимальних рішень у координатах $\bar{\omega}, W$. Тут W – безрозмірний коефіцієнт, який характеризує розсіювання енергії у стрижні $W = \frac{\Delta \bar{W}}{\Delta W^{(-)}}$; $\bar{\omega}$ – безрозмірна частота $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega^{(-)}}$; $\Delta W^{(-)}$ – мінімально можлива енергія втрат у стрижні ТСАК при прийнятих обмеженнях.

Точка Е відповідає стрижню максимально можливої власної частоти $\omega^{(+)}$ при обмеженнях на конфігурацію, точка А – мінімально можливої частоти $\omega^{(-)}$. Вони отримані при значенні множників у випадку «частинного» та «загального» гамільтоніана $r = 0, k = -1, k = +1$, відповідно. Точки С, F відповідають стрижням ТСАК максимального і мінімального рівня розсіювання енергії в стрижні ТСАК. Чотири характерні гілки кривої отримані неперервною зміною множника γ у відповідних межах: гілки АС та СЕ – $r \in [0, r_\infty], k = \pm 1$; гілки EF та AF – $r \in [-r_\infty, 0], k = \pm 1$; r_∞ - значення множника γ , за якого «вага» «частинного» гамільтоніану стає основним (переважаючим) фактором (теоретично $r_\infty = \infty$). У розрахунках значення γ встановлювалось з тих міркувань, що подальше збільшення γ не призводить до зміни оптимальної конфігурації, оскільки

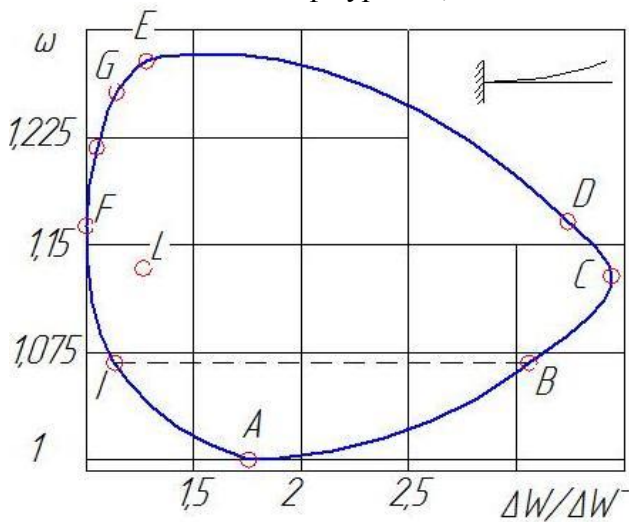


Рисунок 1. Замкнена крива оптимальних рішень у координатах $\bar{\omega}, W$

вона отримана практично з умови максимуму частинного гамільтоніану. Таким чином при розрахунку пари значень $k = \pm 1, r = \pm r_\infty$ відповідають $k = 0, r = \pm 1$.

На рис.2 дані конфігурації стрижнів ТСАК, котрі відповідають точкам, позначеним на замкненій оптимальній кривій.

Для задоволення необхідних умов оптимальності методом редукції до часткової задачі задавались значення об'єднаного вектора змінних $\vec{v} = \{\bar{y}, \bar{\varphi}\}$ у початковій точці

$x = 0, v(x) = \{0; 1; 1; 0\}$. Об'єднана система диференціальних рівнянь інтегрувалась сумісно методом Рунге-Кутта четвертого порядку у модифікації Мерсона [1]. При цьому на кожному кроці інтегрування перед зверненням до блоку обчислення правих частин диференціальних рівнянь [1] значення $S = S_{opt}$ за поточного x визначали з умови максимуму гамільтоніана.

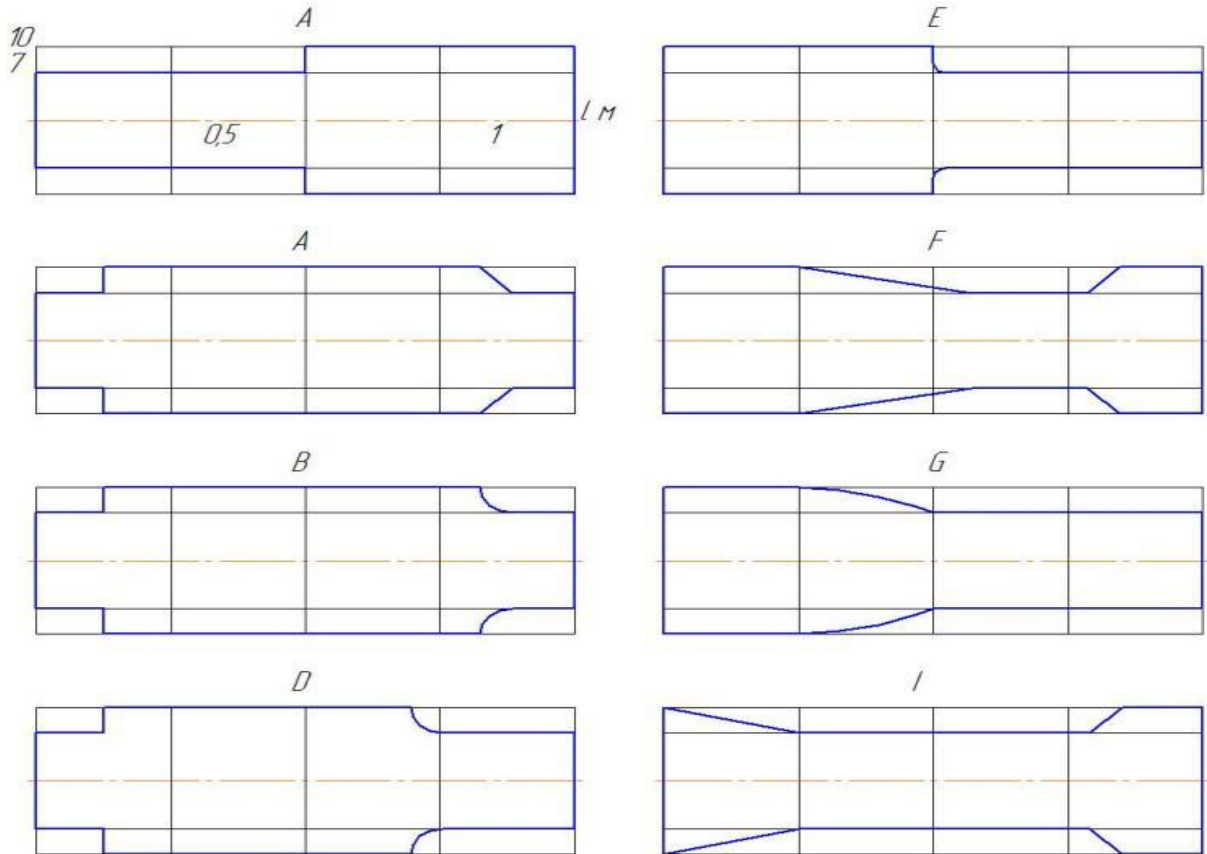


Рисунок 2. Конфігурації стрижнів, котрі відповідають точкам, позначеним на замкненій оптимальній кривій у координатах $\bar{\omega}, W$.

Невідоме значення $\omega = \omega_{opt}$ визначали прогонкою з умови $Q(l) = 0$. У даному випадку, як видно з прийнятого значення $\bar{v}(0)$, умова $y(l) = 1$ замінюється умовою $Q(0) = 1$. Нормування відбувалось після визначення ω_{opt} зрозумілими операціями. Таке переформування допустиме, якщо мати на увазі однорідність функціоналу якості $\Delta \bar{W}$. Однак при цьому одні і ті ж оптимальні конфігурації у порівнянні з методом послідовних наближень отримують при різних абсолютних значеннях множника r . Пакет програм створювався для ПЕОМ на основі окремих блоків розв'язку вихідної граничної задачі, спрощеної та блоку максимізації гамільтоніану. Завдяки такій блочній структурі перехід від одного з описаних методів розв'язку до другого не був особливо важким. Дійсно, для методу послідовних наближень (МПН) здійснюється покрокове чисельне інтегрування вихідної системи диференціальних рівнянь (ВСДР) на всьому відрізку $[0, 1]$, потім аналогічно спряженої (ССДР) й лише після цього в усіх вузлових точках на інтервалі $[0, 1]$ визначаються значення нової ітерації конфігурації стрижня ТСАК. Для методу редукції до початкової задачі після виконання операцій одного кроку інтегрування розширеної системи диференціальних рівнянь (вихідної та спряженої) сумісно одразу ж визначається значення оптимальної конфігурації у цій точці. Таким чином, відмінність програм для ПЕОМ виражається лише у різній логіці використання одних і тих самих блоків. Однак навіть з

простого порівняння алгоритмів видно, що другий варіант чисельного розв'язку значно компактний. Дійсно, повне вирішення задачі у цьому випадку отримують у 2...3 рази швидше. Результати розв'язку – як крива оптимальних конфігурацій, так і самих конфігурацій – практично не відрізняються (відмінності не перевищують точності розв'язку задач). Тому ілюстрації розрахунків не дублюються. Інша ситуація склалась при розв'язуванні задачі оптимізації методом інваріантного занурення (МІЗ). Перш за все для порівняння виділена область, в одній частині котрої гамільтоніан представляє собою опуклу вгору функцію, а у другій – втрачає цю властивість. Ця область, виділена окремо на рис.3, розміщується поблизу точки E, яка відповідає конфігурації ω^+ . Для розв'язку задачі необхідно, було створити абсолютно самостійний алгоритм і програми, основним елементом котрих є формування та інтегрування лінійної граничної задачі для системи диференціальних рівнянь змінної структури [2] відносно $(\bar{y}, \bar{\varphi})$. У даному випадку зручніше проводити продовження розв'язку по параметру множника при частинному гамільтоніані r та фіксованому значенні множника із загальним k . Кроки відповідали значенням, для котрих, знайденні оптимальні розв'язки методом послідовних наближень $r = 0, r_1, r_2, r_3$, вліво від точки E та $r = 0, -r$ вправо. Відповідні гілки кривої оптимальних рішень

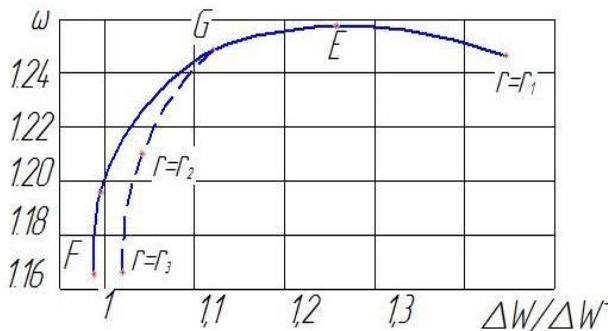


Рисунок 3. Гілки кривої оптимальних розв'язків.

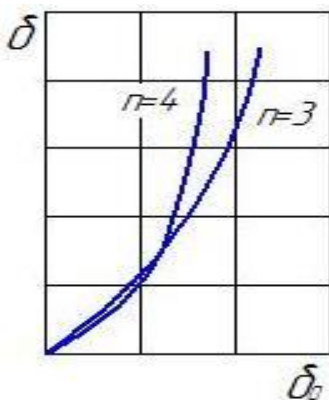


Рисунок 4. Залежність логарифмічного декременту δ матеріалу стрижня ТСАК від амплітуди динамічних напружень.

зображенні на рис.3 пунктиром.

Конфігурації, відповідають значенням $r = 0, r_1, -r_1$, практично не відрізнялись від отриманих при використанні МПН. Досить різке розходження результатів після точки $r = r_1$ пояснити можуть, втратою опуклості гамільтоніану, що підтверджується наявністю стрибка на конфігурації, отриманій МПН для значення $r = r_2$. Хоча втрата «оптимальності» у точках $r = r_2, r = r_3$ для МПН легко відновлювалась однократним уточненням за МПН.

Перейдемо до фізичного аналізу чисельних результатів. Перш за все необхідно зазначити, що у результаті зміни конфігурації у прийнятих межах обмежень при змінних демпфуючих властивостях самого матеріалу та взятих геометричних розмірах стрижня ТСАК вдається досягти збільшення розсіювання енергії у стрижні більш ніж у три рази:

$$\frac{\Delta \bar{W}^{(+)}}{\Delta \bar{W}^{(-)}} \approx 3.175.$$

У відповідність з формулою (2) [4] цей результат забезпечить зменшення резонансних амплітуд приблизно у 1,35 рази. У той же час діапазон зміни першої власної частоти характеризується параметром $\frac{\omega^{(+)}}{\omega^{(-)}} \approx 1,225$. При цьому власні частини стрижнів ТСАК,

що відповідають $\Delta \bar{W}^{(+)}$ й $\Delta \bar{W}^{(-)}$, досить близькі.

Досліджений вплив депфуючих характеристик самого матеріалу на оптимальні конфігурації, замкнену криву $\omega(\Delta \bar{W}^{(-)})$ та характерний параметр $\frac{\Delta \bar{W}^{(+)}}{\Delta \bar{W}^{(-)}}$. Для цього

проведені порівняльні розрахунки для матеріалів з різними залежностями логарифмічного дикрименту матеріалу від амплітуди динамічних напружень (рис.4).

Вони відповідають показникам $n=3$ та $n=4$ у залежності Давиденкова [1]. Крива оптимальних конфігурацій для випадку $n=3$ представлена на рис.5, а конфігурації які відповідають позначеним точкам, на рис.6, оптимальні конфігурації практично не змінювались.

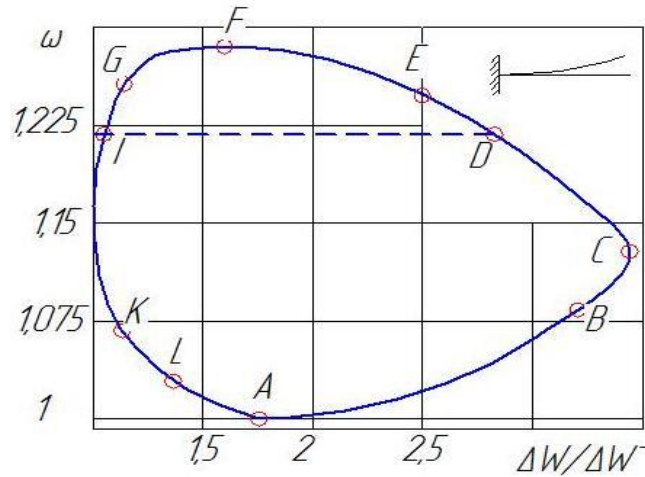


Рисунок 5. Крива оптимальних конфігурацій стрижня при $n=3$ (залежність Давиденкова) [1].

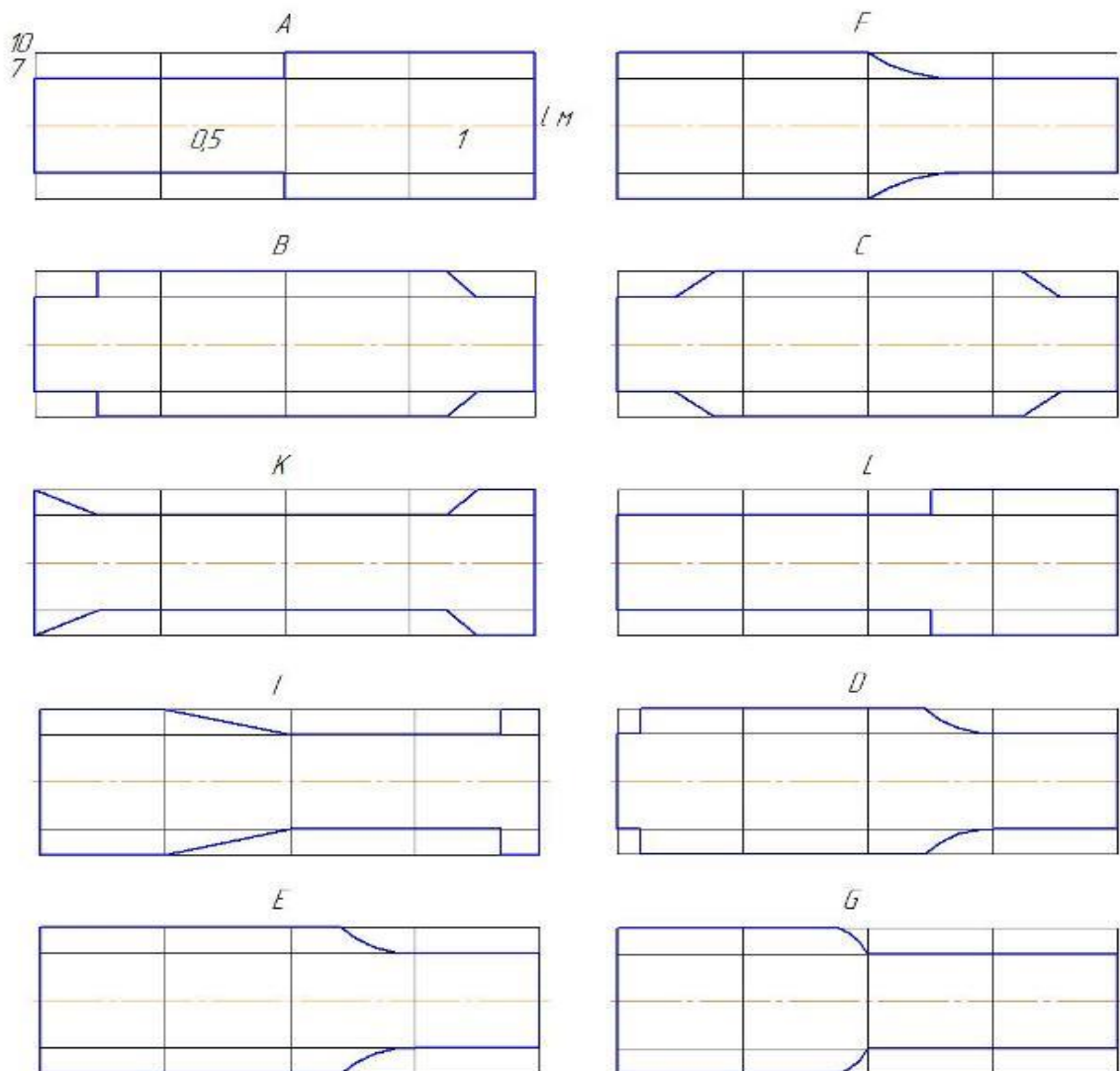


Рисунок 6. Конфігурації, які відповідають позначеним на рис.5 точкам.

Значення характерного параметру $\frac{\Delta\bar{W}^{(+)}}{\Delta\bar{W}^{(-)}}$ дещо зменшилось. У даному випадку максимально можливе збільшення розсіювання енергії за рахунок зміни конфігурації складає $\frac{\Delta\bar{W}^{(+)}}{\Delta\bar{W}^{(-)}} \approx 2,87$. Однак амплітуда резонансних напружень при цьому може бути зменшена у $\sqrt[n]{\frac{\Delta\bar{W}^{(+)}}{\Delta\bar{W}^{(-)}}} \approx 1.42$ рази, тобто більше, ніж у попередньому випадку.

Зрозуміло, що параметр $\omega^{(+)}/\omega^{(-)}$ при цьому не змінився. Отже, збільшення показника стержня у залежності Давиденкова у досліджуваному діапазоні призводить до зростання характерного параметру $\Delta\bar{W}^{(+)}/\Delta\bar{W}^{(-)}$ й зменшує відносні можливості зниження резонансних амплітуд. Останнє характеризується коефіцієнтом $\frac{a_p^{(+)}}{a_p^{(-)}} = \sqrt[n]{\Delta\bar{W}^{(+)}/\Delta\bar{W}^{(-)}}$.

При чому можна говорити скоріше про кількісний вплив показника на розв'язок задачі оптимізації, ніж про якісний, оскільки оптимальні конфігурації слабо чутливі до нього.

Надзвичайно важливим у задачах оптимізації є з'ясування впливу ширини області зміни (варіації) на оптимальні конфігурації та значення функціоналу. Для цього здійснений чисельний розв'язок розглядуваної задачі за розширеної області варіації конфігурацій $7 \times 10^{-4} m^2 \leq S(x) \leq 14 \times 10^{-4} m^2$.

Параметр у залежності Давиденкова $n=4$. Результати розв'язку представлені на рис.7, рис.8. характер оптимальних конфігурацій при цьому зберігається посередній, а діапазон зміни енергії втрат значно збільшився $\Delta\bar{W}^{(+)}/\Delta\bar{W}^{(-)} \approx 10,2$; $\frac{a_p^{(+)}}{a_p^{(-)}} \approx 1,56$.

Таким чином, розширення області варіації відбувається на можливості оптимальної зміни розсіювання енергії у системі значно у більшій мірі, ніж на діапазоні зміни власної частоти.

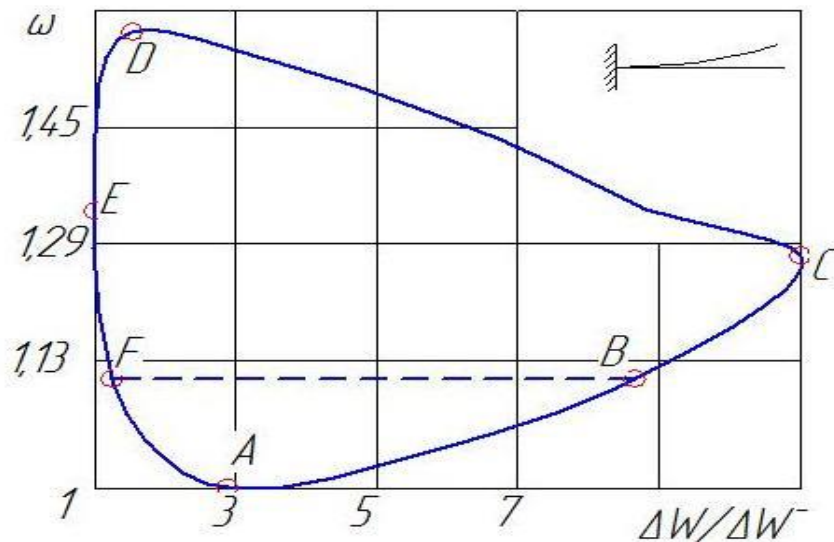


Рисунок 7. Залежність ω від $\frac{\Delta\bar{W}}{\Delta\bar{W}^{(-)}}$ при $n=4$ у залежності Давиденкова.

Не менший інтерес представляє дослідження залежності оптимальних конфігурацій від номеру резонуючої власної форми чисельний розв'язок задачі для поздовжніх коливань за другою формою з показником $n=3$ і прийнятими обмеженнями поданим на рис.9 та рис.10.

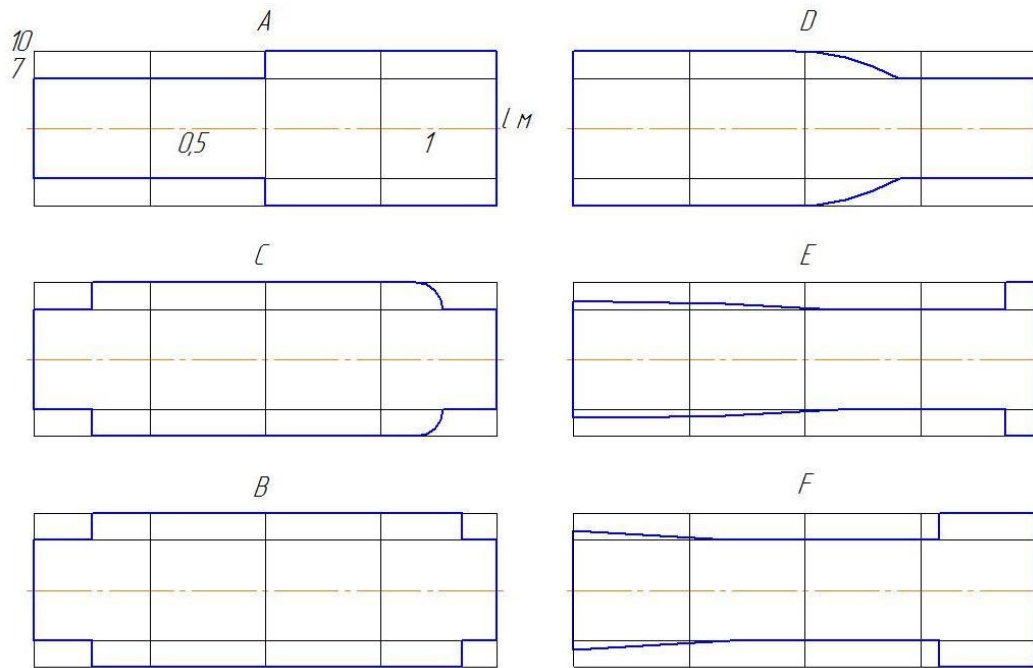


Рисунок 8. Оптимальні конфігурації стрижнів ТСАК при $n=4$ у залежності Давиденкова.

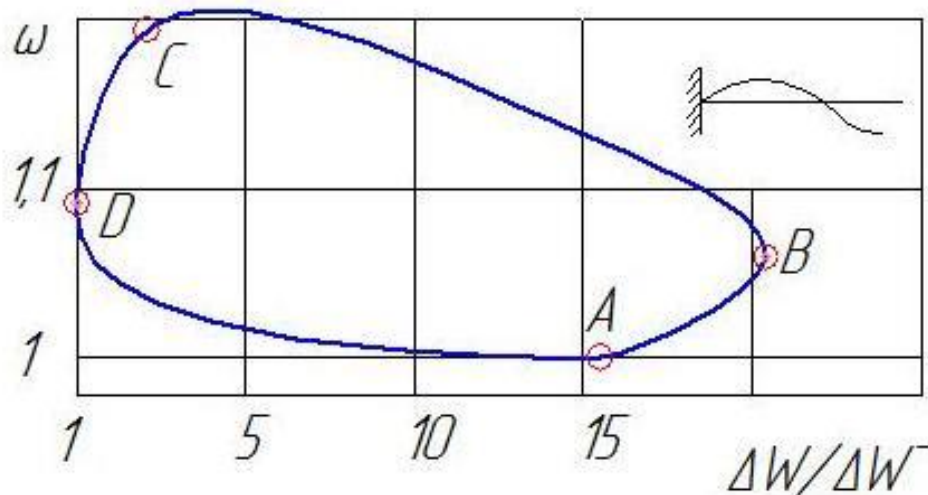


Рисунок 9. Залежність ω від $\frac{\Delta \bar{W}}{\Delta \bar{W}^{(-)}}$ для поздовжніх коливань за другою формою з показником залежності Давиденкова $n=3$.

У даному випадку діапазон зміни розсіяної енергії значний $\frac{\Delta \bar{W}^{(+)}}{\Delta \bar{W}^{(-)}} \approx 21,5$, що потребує у 7,7 разів більше того, що можна досягти на першій формі за інших однакових умов. Це відповідає можливості знищення резонансних амплітуд приблизно у 2,78 рази. Оптимальні конфігурації мають у порівнянні з першою власною формою більше число характерних точок перемикавання розв'язків, що типове для розв'язків задач оптимізації на більш високих формах.

Задача оптимізації стрижня ТСАК за критерієм розсіювання енергії при згинних коливаннях розв'язувалась методом послідовних наближень. Розглядалися згинні коливання за першою формою консольно закріпленого стрижня ТСАК круглого перерізу з граничними варіаціями $9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \leq S(x) \leq 15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ і показником у залежності Давиденкова $n=4$. Крива оптимальних конфігурацій у координатах $\bar{\omega}, W$ представлена на рис.11,а.

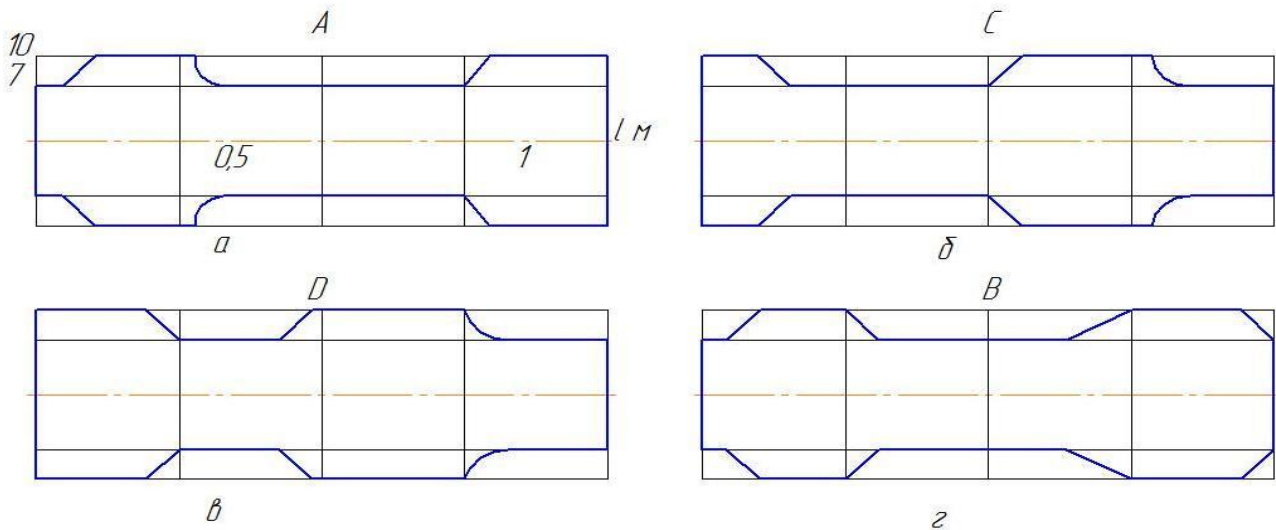


Рисунок 10. Оптимальні конфігурації стрижнів ТСАК для поздовжніх коливань по другій формі з показником залежності Давиденкова $n=3$.

Ліва частина кривої більш зображена на рис.11,б. конфігурації, які відповідають стрижням максимально можливих значень енергії втрат $\Delta\bar{W}^{(+)}$ та $\Delta\bar{W}^{(-)}$ (рис.12), хоча, як і стрижні максимально та мінімально можливої першої власної частоти, у основному повторюють характер аналогічних конфігурацій для поздовжніх коливань.

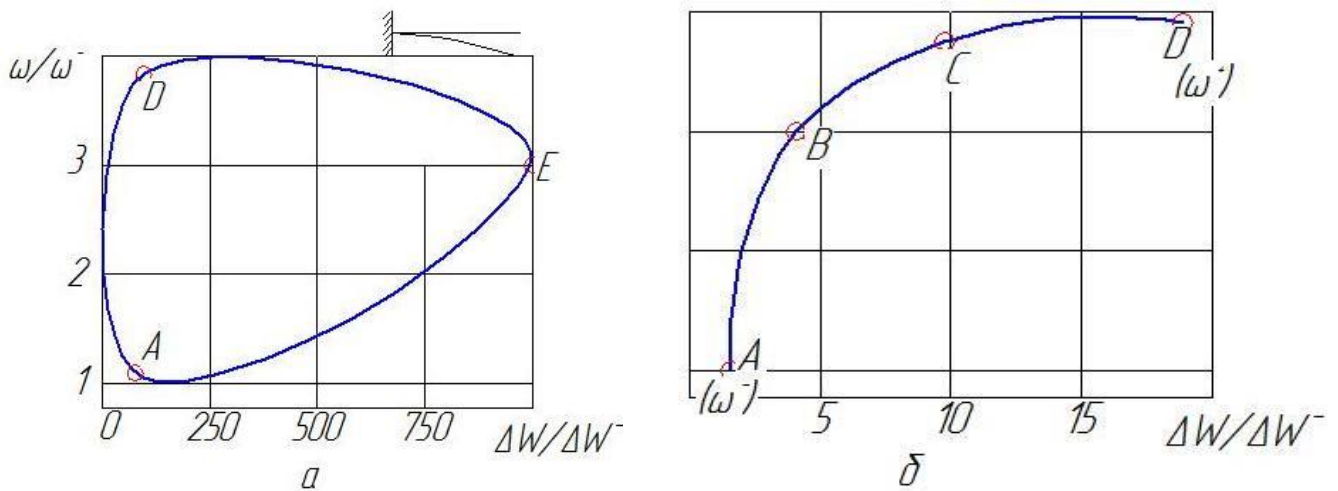


Рисунок 11. Крива оптимальних конфігурацій у координатах ω, \bar{W} для $9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \leq S(x) \leq 25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ з показником Давиденкова $n=4$.

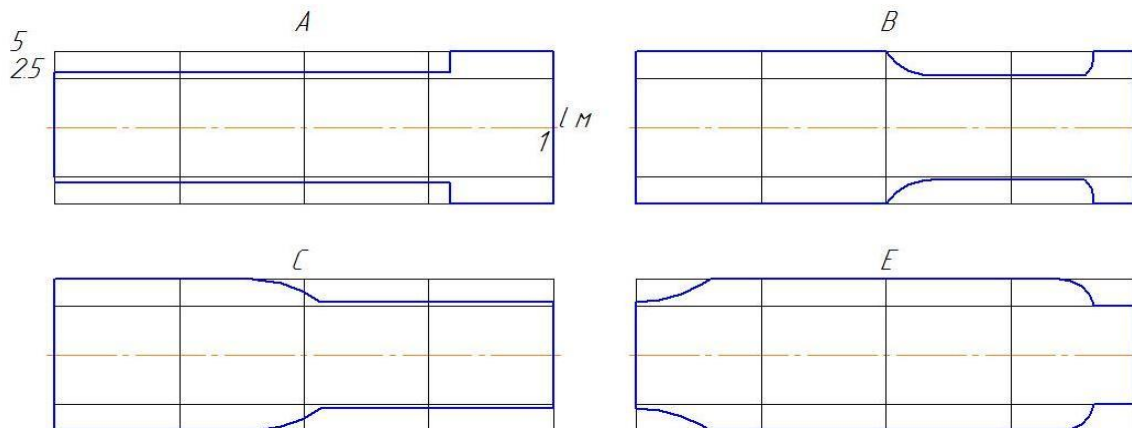


Рисунок 12. Оптимальні конфігурації стрижнів в ТСАК, які відповідають максимально і мінімально можливим значенням енергії втрат $\Delta\bar{W}^{[+]}$ й $\Delta\bar{W}^{[-]}$ (згині коливання за першою формою).

У даному випадку варіацією конфігурації стрижня вдається досягти зміни розсіяної у стрижні енергії у $\frac{\Delta \bar{W}^{(+)}}{\Delta \bar{W}^{(-)}} \approx 0,70$ разів, що відповідає можливості зниження резонансних амплітуд приблизно у 5,6 разів. Діапазон зміни першої власної частоти складає при цьому $\omega^{(+)} / \omega^{(-)} \approx 3,88$. Конфігурація, що відповідає $\Delta W^{(-)}$, досить близька до конфігурації стрижня мінімальної першої власної частоти. З'ясовано, що вказаний факт близькості конфігурації притаманний не тільки вказаному частинному прикладу. Для цього був розглянутий стрижень іншого поперечного перерізу (прямокутного) та іншої ширини області варіації $10^{-2} \text{ м}^2 \leq S(x) \leq 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$. На рис.13 показана нижня ліва половина замкненої кривої оптимальних рішень, що відповідає $r > 0$. Характер зазначених конфігурацій $\omega^{(-)}$ та $\Delta \bar{W}^{(-)}$ (рис.13, б) та їх розміщення задовільно підтверджують виказане припущення. У цілому можливості управління енергією втрат, що характеризується співвідношенням $\frac{\Delta \bar{W}^{(+)}}{\Delta \bar{W}^{(-)}}$, при згинних коливаннях значно вище, ніж у випадку поздовжніх за інших однакових умов.

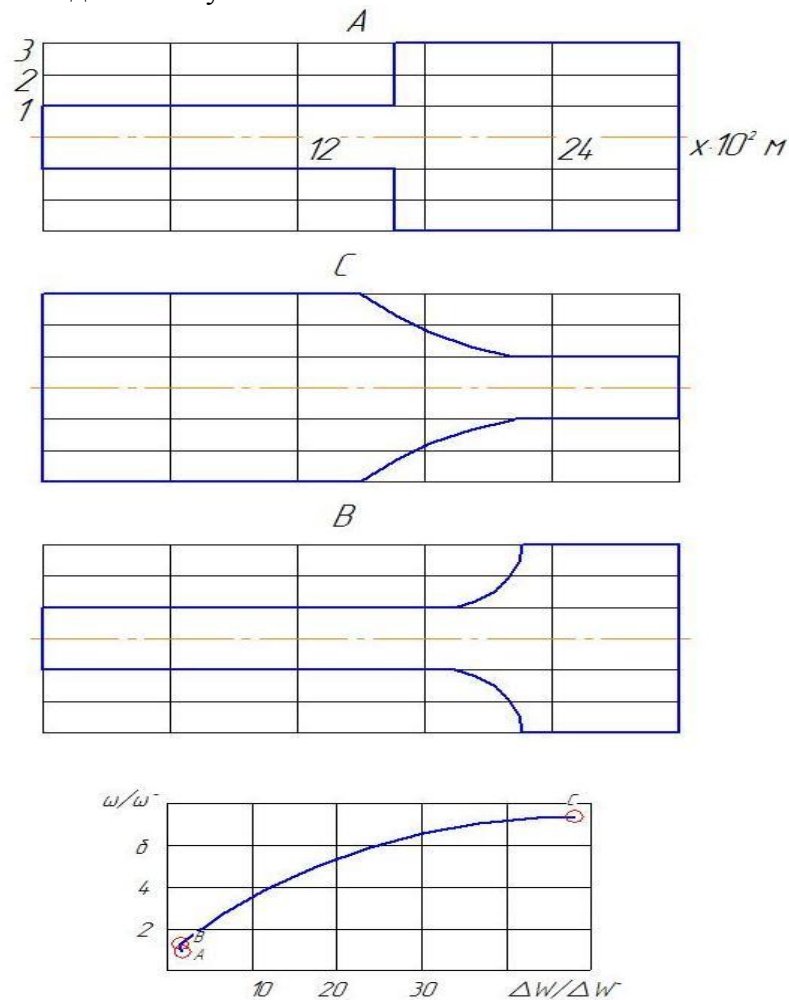


Рисунок 13. Залежність $\frac{\omega}{\omega^-}$ від $\frac{\Delta W}{\Delta W^-}$ та оптимальній конфігурації стрижнів ТСАК

прямокутного перерізу та ширини, яка варіює $10^{-2} \text{ м}^2 \leq L(x) \leq 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$ при згинних коливаннях за першою власною формою.

Висновки. Результати оптимізації секцій стрижнів ТСАК за критерієм розсіювання енергії при згинних резонансних коливаннях були перевірені експериментально, які показали ідентичність результатів теорії і експерименту. Основну заваду при порівнянні



результатів представляло відокремлення рівнів конструкційного та внутрішнього демпфірування, котре здійснювалось за допомогою побудови залежності декременту коливань від зусилля затягування у закріпленні (точці закріплення [5]). Після цього відмінність експериментальних даних від розрахункових не перевищувала 20%. Залишкова невідповідність пояснюється тим, що істинна амплітудна залежність демпфіруючих властивостей досліджуваного матеріалу стрижнів (секцій) ТСАК не вкладається у межі гіпотези Давиденкова.

Максимізація (чи мінімізація енергії), яка розсіюється у стрижні ТСАК при фіксованих властивостях матеріалу на нормованій формі коливань, досягається за рахунок відповідного «оптимального» перерозподілу напружень у стрижнях ТСАК отриманих конфігурацій. Характер цього перерозподілу, вид конфігурацій і сам факт можливості та ефективності такої оптимізації тісно пов'язаний з амплітудною залежністю розсіювання енергії. Тому врахування внутрішнього тертя за в'язкою моделлю при розв'язуванні задач оптимізації елементів конструкцій ТСАК у резонансних режимах не можна визнати виправданим.

Література

1. Ланс Дж. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. – М.: Изд-во иностр.лит., 1962, 160с.
2. Богомолов С.И., Симсон Э.А. Применения метода последовательных приближений в задачах оптимизации//Динамика и прочность. 1981 № 47, с.101-111.
3. Коваленко С.В. Дослідження коливань телескопічних стріл автомобільних кранів з амплітудно-залежним розсіюванням енергії у матеріалі. «Техніка будівництва» К.:КНУБА, 2009, №22.
4. Писаренко Г.С. Рассеяния энергии при механических колебаниях. К.: изд-во АН УССР, 1962, 436с.
5. Смирнов М.М., Симсон Э.А., Сукласова Н.Г. Задача конструкционного демпфирования колебаний в заземление //Динамика и прочность машин, 1978 № 4 с.111-116.