

Підйомно-транспортні машини

УДК 622.647.4

В.С. Ловейкін д.т.н., проф. (НУБПУ, Київ),
Д.О. Міщук аспірант (КНУБА, Київ)

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ РУХУ СТІЛОВОЇ СИСТЕМИ КРАНА – МАНІПУЛЯТОРА В ПРОЦЕСІ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ ВАНТАЖУ ПІД ЧАС РОБОТИ ЗА ДВОХ УЗАГАЛЬНЕНИХ КООРДИНАТ

Актуальність статті. Удосконалення існуючих та створення нових вискоефективних маніпуляторних систем ставить у ряд актуальних задачі оптимізації конструкції та законів керування рухом кранів - маніпуляторів.

В процесі зміни вильоту стріли маніпулятора разом з вантажем, в її шарнірно – зчленованих елементах виникають значні динамічні навантаження, що погіршують роботу крана, зменшують міжремонтний цикл й ресурс стрілової системи та системи приводу. Постає задача визначення подібних динамічних навантажень в стрілових системах маніпуляторів, дослідження причин їх виникнення та знаходження шляхів мінімізації таких навантажень.

Задача визначення та дослідження динамічних навантажень є доволі громіздкою, в математичному й фізичному плані, та складною, а отже актуальною є робота в дослідженні та розробці методів розрахунку оптимальних режимів руху маніпуляторів з шарнірно – зчленованою стрілою.

Мета статті – на прикладі руху стріли маніпулятора зі зміною двох узагальнених координат під час вильоту вантажу в площині зміни вильоту, визначити оптимальні режими руху.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо динамічну модель стріли маніпулятора (рис.1), що складається зі стояка 1, підйомної 2 та складаної 3 стріли, вантажу 4 і привідних гідроциліндрів: підйомного 5 та складання стріли 6.

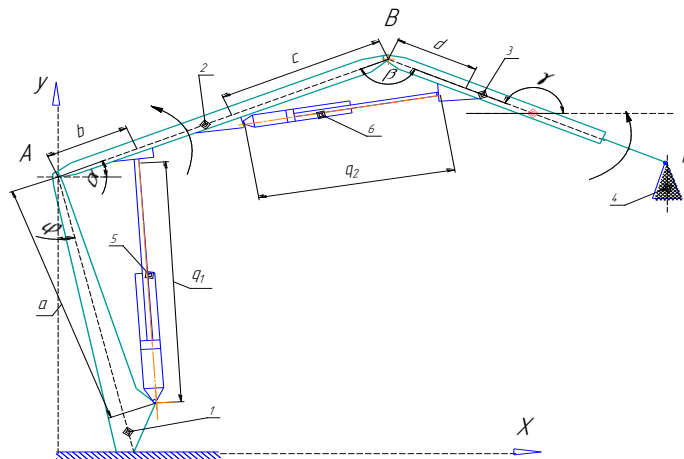


Рисунок 1. Динамічна модель крана – маніпулятора.

Дана система має два ступені рухомості в площині зміни вильоту. Прийmemo за незалежні узагальнені координати q_1 та q_2 - переміщення поршнів гідроциліндрів 5 та 6.

Оптимальні режими руху визначатимемо на основа інтегрально – критерійної оцінки [1].

Оптимальний енергетичний (швидкісний) режим руху стрілової системи разом з вантажем під час зміни вильоту за рахунок зміни узагальнених координат q_1 та q_2 ,

визначається мінімізацією функціоналу з підінтегральною функцією у вигляді кінетичної енергії стрілової системи з крайовими умовами: початковими $t = t_0 = 0$, $q_1 = q_{1n}$, $q_2 = q_{2n}$ і кінцевими $t = t_1 = t_k$, $q_1 = q_{1k}$, $q_2 = q_{2k}$:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} E_k(t, q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2) dt. \quad (1)$$

Кінетична енергія стрілової системи з двома ступенями вільності, що зображена на рис.1 з урахуванням, що ланка 2 виконує обертальний рух навколо точки A , а ланка 3 – складний рух в площині зміни вільоту, матиме вигляд:

$$E_k = \frac{1}{2} J_2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\gamma}^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2} m_4 (\dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2), \quad (2)$$

де J_2 – момент інерції стріли 2 відносно осі обертання A ; J_3 – центральний момент інерції стріли 3; m_3 – маса стріли 3; \dot{x}_3, \dot{y}_3 та \dot{x}_4, \dot{y}_4 – швидкості центру мас ланки 3 та вантажу 4 по осям, відповідно, абсцис та ординат; $\dot{\alpha}$ – кутова швидкість стріли 2; $\dot{\gamma}$ – швидкість обертання стріли 3 відносно власного центра мас; t_0 та t_1 – початковий і кінцевий моменти часу закінченого циклу руху.

Кутові швидкості руху стріли виражаються через узагальнюючі координати залежностями:

$$\dot{\alpha} = \dot{q}_1 \frac{\partial \alpha}{\partial q_1}; \quad \dot{\gamma} = \dot{q}_1 \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} + \dot{q}_2 \frac{\partial \gamma}{\partial q_2} \quad (3)$$

де $\frac{\partial \alpha}{\partial q_1}$, $\frac{\partial \gamma}{\partial q_1}$ та $\frac{\partial \gamma}{\partial q_2}$ – оператори передачі руху першого порядку, які пов'язують координати стрілової системи з узагальненими координатами q_1 і q_2 .

Кути повороту α та γ визначаються положення узагальнених координат q_1 та q_2 наступними залежностями (за рис.1):

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - q_1^2}{2ab}\right) - \varphi; \quad \gamma = \left(\arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - q_1^2}{2ab}\right) - \varphi + \arccos\left(\frac{c^2 + d^2 - q_2^2}{2cd}\right)\right), \quad (4)$$

де a, b, c, d – установчі розміри гідроциліндрів 5 та 6; φ – кут відхилення стояка стріли від вертикалі.

Приймаючи, що центр ваги стріли 3 співпадає з її геометричним центром й знаходиться посередині ланки, а центр ваги вантажу зосереджений в точці K , координати центру ваги стріли 3 та вантажу 4 визначаються наступними залежностями:

$$\begin{aligned} x_3 &= l_{AB} \cos \alpha + \frac{1}{2} l_{BK} \cos \gamma; \quad y_3 = l_{AB} \sin \alpha - \frac{1}{2} l_{BK} \sin \gamma; \quad x_4 = l_{AB} \cos \alpha + l_{BK} \cos \gamma; \\ y_4 &= l_{AB} \sin \alpha - l_{BK} \sin \gamma, \end{aligned} \quad (5)$$

де l_{AB} та l_{BK} розміри стріли 2 та 3.

Оптимальний енергетичний режим руху стрілової системи маніпулятора буде визначатися системою рівнянь Ейлера – Пуассона [2;3]:

$$\begin{cases} \frac{dE_k}{dq_1} - \frac{d}{dt} \frac{dE_k}{d\dot{q}_1} = 0; \\ \frac{dE_k}{dq_2} - \frac{d}{dt} \frac{dE_k}{d\dot{q}_2} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Визначаючи систему рівнянь (6) отримаємо систему диференціальних рівнянь розв'язок якої надасть оптимальний енергетичний (швидкісний) режим руху.

В спрощеному вигляді маємо наступну крайову задачу:

$$\begin{cases} J_2 \ddot{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial q_1} + J_3 \ddot{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} + m_3 \ddot{x}_3 \frac{\partial x_3}{\partial q_1} + m_3 \ddot{y}_3 \frac{\partial y_3}{\partial q_1} + m_4 \ddot{x}_4 \frac{\partial x_4}{\partial q_1} + m_4 \ddot{y}_4 \frac{\partial y_4}{\partial q_1} = 0; \\ J_2 \ddot{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial q_2} + J_3 \ddot{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial q_2} + m_3 \ddot{x}_3 \frac{\partial x_3}{\partial q_2} + m_3 \ddot{y}_3 \frac{\partial y_3}{\partial q_2} + m_4 \ddot{x}_4 \frac{\partial x_4}{\partial q_2} + m_4 \ddot{y}_4 \frac{\partial y_4}{\partial q_2} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= \ddot{q}_1 \frac{\partial \alpha}{\partial q_1} + \dot{q}_1^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial q_1^2}, \quad \ddot{\gamma} = \ddot{q}_1 \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} + \dot{q}_1^2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial q_1^2} + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 \frac{\partial \gamma}{\partial q_1 \partial q_2} + \ddot{q}_2 \frac{\partial \gamma}{\partial q_2} + \dot{q}_2^2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial q_2^2}, \\ \ddot{x}_i &= \ddot{q}_1 \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + \dot{q}_1^2 \frac{\partial^2 x_i}{\partial q_1^2} + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 \frac{\partial x_i}{\partial q_1 \partial q_2} + \ddot{q}_2 \frac{\partial x_i}{\partial q_2} + \dot{q}_2^2 \frac{\partial^2 x_i}{\partial q_2^2}, \\ \ddot{y}_i &= \ddot{q}_1 \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + \dot{q}_1^2 \frac{\partial^2 y_i}{\partial q_1^2} + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 \frac{\partial y_i}{\partial q_1 \partial q_2} + \ddot{q}_2 \frac{\partial y_i}{\partial q_2} + \dot{q}_2^2 \frac{\partial^2 y_i}{\partial q_2^2}, \quad i = 3, 4, \end{aligned}$$

з крайовими умовами: початковими $t = t_0 = 0$, $q_1 = q_{1n}$, $q_2 = q_{2n}$ і кінцевими $t = t_1 = t_k$, $q_1 = q_{1k}$, $q_2 = q_{2k}$.

Після зведення до узагальнених координат, отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами:

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 A_{11} + \ddot{q}_2 A_{12} + \dot{q}_1^2 C_{11} + \dot{q}_2^2 C_{12} + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 B_{11} = 0; \\ \ddot{q}_1 A_{21} + \ddot{q}_2 A_{22} + \dot{q}_1^2 C_{21} + \dot{q}_2^2 C_{22} + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 B_{21} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} A_{i,j} &= \sum_{\max(i,j)}^n J_i \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial q_j} \right) \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial q_j} \right) + \sum_{\max(i,j)}^n m_i \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_j} \right) \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_j} \right) + \sum_{\max(i,j)}^n m_i \left(\frac{\partial y_i}{\partial q_j} \right) \left(\frac{\partial y_i}{\partial q_j} \right); \\ C_{i,j} &= \sum_{\max(i,j)}^n J_i \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial q_j} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial q_j^2} \right) + \sum_{\max(i,j)}^n m_i \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_j} \right) \left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial q_j^2} \right) + \sum_{\max(i,j)}^n m_i \left(\frac{\partial y_i}{\partial q_j} \right) \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial q_j^2} \right); \\ B_{i,j} &= \sum_{\max(i,j)}^n J_i \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial q_i \partial q_j} \right) + \sum_{\max(i,j)}^n m_i \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial^2 x_i}{\partial q_i \partial q_j} \right) + \sum_{\max(i,j)}^n m_i \left(\frac{\partial y_i}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial^2 y_i}{\partial q_i \partial q_j} \right), \quad i, j = 1, 2, \end{aligned}$$

де ϕ_i – кут повороту i -ої ланки стріли (при $i = 1$ – $\phi_1 = \alpha$; при $i = 2$ – $\phi_2 = \gamma$); n – кількість узагальнених координат.

Для розв'язку системи (8) використаємо наближений числовий метод колокацій. При використанні методу колокацій розв'язок крайової задачі (8) шукаємо у вигляді:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_{1n} + \left(\Delta q_1 + \left(1 - \frac{t}{t_1} \right) \left(a_1 + a_2 \frac{t}{t_1} \right) \right) \cdot \left(\frac{t}{t_1} \right); \quad \dot{q}_1 = \left(\Delta q_1 + a_1 \left(1 - 2 \frac{t}{t_1} \right) + a_2 \frac{t}{t_1} \left(2 - 3 \frac{t}{t_1} \right) \right) \frac{1}{t_1}; \\ \ddot{q}_1 &= 2 \left(a_2 \left(1 - 3 \frac{t}{t_1} \right) - a_1 \right) \frac{1}{t_1^2}; \quad q_2 = q_{2n} + \left(\Delta q_2 + \left(1 - \frac{t}{t_1} \right) \left(a_3 + a_4 \frac{t}{t_1} \right) \right) \cdot \left(\frac{t}{t_1} \right); \\ \dot{q}_2 &= \left(\Delta q_2 + a_3 \left(1 - 2 \frac{t}{t_1} \right) + a_4 \frac{t}{t_1} \left(2 - 3 \frac{t}{t_1} \right) \right) \frac{1}{t_1}; \quad \ddot{q}_2 = 2 \left(a_4 \left(1 - 3 \frac{t}{t_1} \right) - a_3 \right) \frac{1}{t_1^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\Delta q_1 = q_{1k} - q_{1n}$; $\Delta q_2 = q_{2k} - q_{2n}$; $\frac{t}{t_1}$ – відносна координата часу; t_1 – тривалість ділянки руху стріли; a_1, a_2, a_3, a_4 – сталі коефіцієнти рівнянь неув'язок в точках колокації.

Точками колокацій вибрано: $\frac{t}{t_1} = \frac{1}{3}$ та $\frac{t}{t_1} = \frac{2}{3}$. Визначивши в точках колокацій неув'язку рівнянь (9), отримаємо систему трансцендентних рівнянь з невідомими

коефіцієнтами a_1, a_2, a_3, a_4 , розв'язавши які отримаємо: $a_1 = 0,279$; $a_2 = -0,093$; $a_3 = -0,173$; $a_4 = 0,076$. Після підстановки отриманих коефіцієнтів в залежності (9), отримаємо характеристики руху системи, що зображені на рис.2.

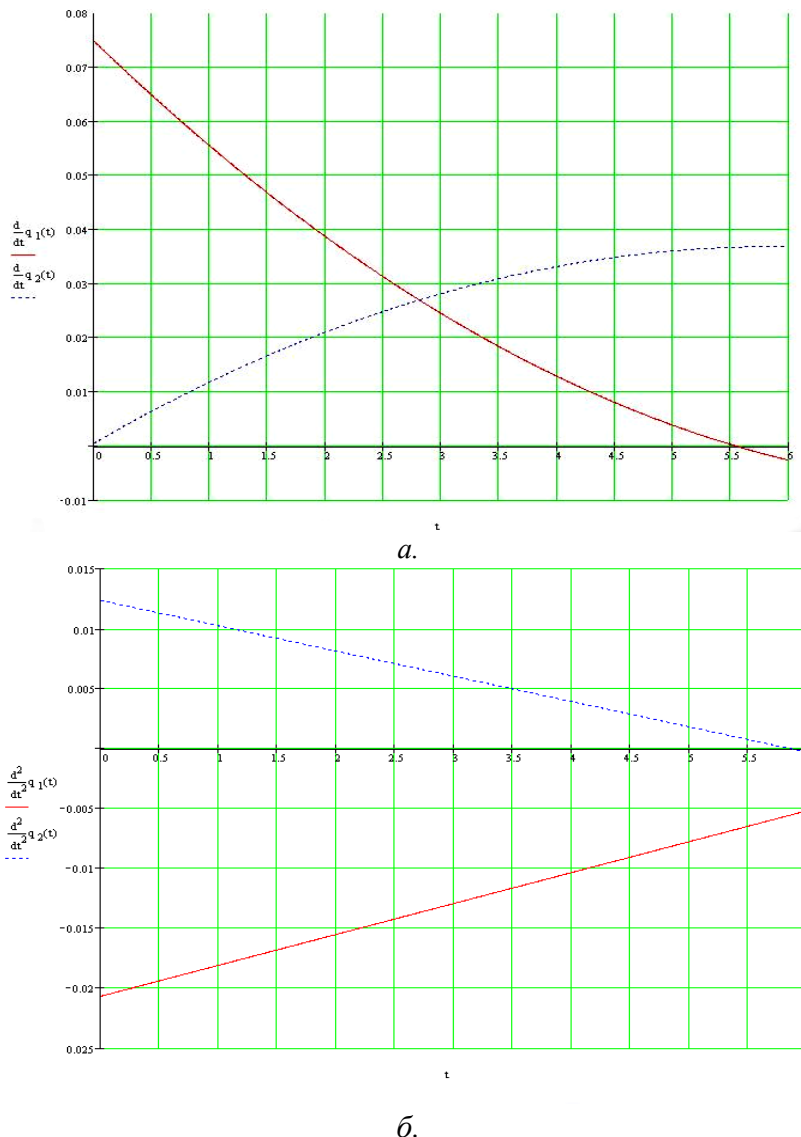


Рисунок 2. Характеристики зміни швидкості (а) та прискорення (б) поршнів привідних гідроциліндрів (узагальнених незалежних координат q_1, q_2) при енергетичному режимі руху.

Оптимальний динамічний режим руху механічної складової стрілової системи маніпулятора визначається шляхом мінімізації інтегрального функціоналу з підінтегральною функцією у вигляді енергії прискорень:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} E_n(t, q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1, q_2, \dot{q}_2, \ddot{q}_2) dt. \quad (10)$$

Енергія прискорень стрілової системи, зображеної на рис.1, матиме вигляд:

$$E_n = \frac{1}{2} J_2 \ddot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J_3 \ddot{\gamma}^2 + \frac{1}{2} m_3 (\ddot{x}_3^2 + \ddot{y}_3^2) + \frac{1}{2} m_4 (\ddot{x}_4^2 + \ddot{y}_4^2), \quad (11)$$

де $\ddot{\alpha}$ – кутове прискорення стріли 2; $\ddot{\gamma}$ – кутове прискорення обертання стріли 3 відносно власного центра мас; \ddot{x}_3, \ddot{y}_3 та \ddot{x}_4, \ddot{y}_4 – прискорення центра мас ланки 3 та вантажу 4 по осям, відповідно, абсцис та ординат.



Оптимальний динамічний режим руху стрілової системи маніпулятора визначається системою рівнянь Ейлера – Пуассона:

$$\begin{cases} \frac{dE_n}{dq_1} - \frac{d}{dt} \frac{dE_n}{d\dot{q}_1} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{dE_n}{d\ddot{q}_1} = 0; \\ \frac{dE_n}{dq_2} - \frac{d}{dt} \frac{dE_n}{d\dot{q}_2} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{dE_n}{d\ddot{q}_2} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Спростивши систему (12) отримаємо наступну крайову задачу:

$$\begin{cases} J_2^{\text{IV}} \frac{\partial \alpha}{\partial q_1} + J_3^{\text{IV}} \gamma \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} + m_3^{\text{IV}} x_3 \frac{\partial x_3}{\partial q_1} + m_3^{\text{IV}} y_3 \frac{\partial y_3}{\partial q_1} + m_4^{\text{IV}} x_4 \frac{\partial x_4}{\partial q_1} + m_4^{\text{IV}} y_4 \frac{\partial y_4}{\partial q_1} = 0; \\ J_2^{\text{IV}} \frac{\partial \alpha}{\partial q_2} + J_3^{\text{IV}} \gamma \frac{\partial \gamma}{\partial q_2} + m_3^{\text{IV}} x_3 \frac{\partial x_3}{\partial q_2} + m_3^{\text{IV}} y_3 \frac{\partial y_3}{\partial q_2} + m_4^{\text{IV}} x_4 \frac{\partial x_4}{\partial q_2} + m_4^{\text{IV}} y_4 \frac{\partial y_4}{\partial q_2} = 0, \end{cases} \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned} \alpha &= q_1^{\text{IV}} \frac{\partial \alpha}{\partial q_1} + 4\ddot{q}_1 \dot{q}_1 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial q_1^2} + 3\ddot{q}_1^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial q_1^2} + 6\ddot{q}_1 \dot{q}_1^2 \frac{\partial^3 \alpha}{\partial q_1^3} + \dot{q}_1^4 \frac{\partial^4 \alpha}{\partial q_1^4}, \\ \dot{\gamma} &= q_1^{\text{IV}} \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} + (4\dot{q}_1 \ddot{q}_1 + 3\ddot{q}_1^2) \frac{\partial^2 \gamma}{\partial q_1^2} + (4\ddot{q}_1 \dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1 \ddot{q}_2 + 4\dot{q}_1 \ddot{q}_2) \frac{\partial^2 \gamma}{\partial q_1 \partial q_2} + 6\ddot{q}_1 \ddot{q}_2 \frac{\partial^3 \gamma}{\partial q_1^3} + \dot{q}_2^4 \frac{\partial^4 \gamma}{\partial q_2^4} + \\ &+ (12\ddot{q}_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + 6\dot{q}_1^2 \ddot{q}_2) \frac{\partial^3 \gamma}{\partial q_1^2 \partial q_2} + (12\dot{q}_1 \ddot{q}_2 \dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1 \dot{q}_2^2) \frac{\partial^3 \gamma}{\partial q_1 \partial q_2^2} + q_2^{\text{IV}} \frac{\partial \gamma}{\partial q_2} + (4\dot{q}_2 \ddot{q}_2 + 3\ddot{q}_2^2) \frac{\partial^2 \gamma}{\partial q_2^2} + \\ &+ 6\ddot{q}_2 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^3 \gamma}{\partial q_2^3} + 4\dot{q}_1^3 \dot{q}_2 \frac{\partial^4 \gamma}{\partial q_1^3 \partial q_2} + 6\dot{q}_1^2 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^4 \gamma}{\partial q_1^2 \partial q_2^2} + 4\dot{q}_1 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^4 \gamma}{\partial q_1 \partial q_2^3} + \dot{q}_2^4 \frac{\partial^4 \gamma}{\partial q_2^4}; \\ \ddot{x}_i &= q_1^{\text{IV}} \frac{\partial x_i}{\partial q_1} + (4\dot{q}_1 \ddot{q}_1 + 3\ddot{q}_1^2) \frac{\partial^2 x_i}{\partial q_1^2} + (4\ddot{q}_1 \dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1 \ddot{q}_2 + 4\dot{q}_1 \ddot{q}_2) \frac{\partial^2 x_i}{\partial q_1 \partial q_2} + 6\ddot{q}_1 \ddot{q}_2 \frac{\partial^3 x_i}{\partial q_1^3} + \dot{q}_2^4 \frac{\partial^4 x_i}{\partial q_2^4} + \\ &+ (12\ddot{q}_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + 6\dot{q}_1^2 \ddot{q}_2) \frac{\partial^3 x_i}{\partial q_1^2 \partial q_2} + (12\dot{q}_1 \ddot{q}_2 \dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1 \dot{q}_2^2) \frac{\partial^3 x_i}{\partial q_1 \partial q_2^2} + q_2^{\text{IV}} \frac{\partial x_i}{\partial q_2} + (4\dot{q}_2 \ddot{q}_2 + 3\ddot{q}_2^2) \frac{\partial^2 x_i}{\partial q_2^2} + \\ &+ 6\ddot{q}_2 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^3 x_i}{\partial q_2^3} + 4\dot{q}_1^3 \dot{q}_2 \frac{\partial^4 x_i}{\partial q_1^3 \partial q_2} + 6\dot{q}_1^2 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^4 x_i}{\partial q_1^2 \partial q_2^2} + 4\dot{q}_1 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^4 x_i}{\partial q_1 \partial q_2^3} + \dot{q}_2^4 \frac{\partial^4 x_i}{\partial q_2^4}; \\ \ddot{y}_i &= q_1^{\text{IV}} \frac{\partial y_i}{\partial q_1} + (4\dot{q}_1 \ddot{q}_1 + 3\ddot{q}_1^2) \frac{\partial^2 y_i}{\partial q_1^2} + (4\ddot{q}_1 \dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1 \ddot{q}_2 + 4\dot{q}_1 \ddot{q}_2) \frac{\partial^2 y_i}{\partial q_1 \partial q_2} + 6\ddot{q}_1 \ddot{q}_2 \frac{\partial^3 y_i}{\partial q_1^3} + \dot{q}_2^4 \frac{\partial^4 y_i}{\partial q_2^4} + \\ &+ (12\ddot{q}_1 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + 6\dot{q}_1^2 \ddot{q}_2) \frac{\partial^3 y_i}{\partial q_1^2 \partial q_2} + (12\dot{q}_1 \ddot{q}_2 \dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1 \dot{q}_2^2) \frac{\partial^3 y_i}{\partial q_1 \partial q_2^2} + q_2^{\text{IV}} \frac{\partial y_i}{\partial q_2} + (4\dot{q}_2 \ddot{q}_2 + 3\ddot{q}_2^2) \frac{\partial^2 y_i}{\partial q_2^2} + \\ &+ 6\ddot{q}_2 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^3 y_i}{\partial q_2^3} + 4\dot{q}_1^3 \dot{q}_2 \frac{\partial^4 y_i}{\partial q_1^3 \partial q_2} + 6\dot{q}_1^2 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^4 y_i}{\partial q_1^2 \partial q_2^2} + 4\dot{q}_1 \dot{q}_2^2 \frac{\partial^4 y_i}{\partial q_1 \partial q_2^3} + \dot{q}_2^4 \frac{\partial^4 y_i}{\partial q_2^4}; \quad i=3;4 \end{aligned}$$

при граничних умовах: початкові – $t = t_0 = 0$, $q_1 = q_{1n}$, $q_2 = q_{2n}$, $\dot{q}_1 = 0$, $\dot{q}_2 = 0$; кінцеві – $t = t_1 = t_k$, $q_1 = q_{1k}$, $q_2 = q_{2k}$, $\dot{q}_1 = 0$, $\dot{q}_2 = 0$.

Після зведення до узагальнених координат, отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^{IV} \cdot A_1 + (4\ddot{q}_1\dot{q}_1 + 3\dot{q}_1^2) \cdot A_2 + 6\ddot{q}_1\dot{q}_1^2 \cdot A_3 + \dot{q}_1^4 \cdot A_4 + (4\ddot{q}_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_1\ddot{q}_2 + 6\ddot{q}_1\ddot{q}_2) \cdot A_5 + \\ + (12\ddot{q}_1\dot{q}_1\dot{q}_2 + 6\dot{q}_1^2\ddot{q}_2) \times A_6 + (12\dot{q}_1\ddot{q}_2\dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1\dot{q}_2^2) \cdot A_7 + q_2^{IV} \cdot A_8 + (4\ddot{q}_2\dot{q}_2 + 3\dot{q}_2^2) \cdot A_9 + \\ + 6\ddot{q}_2\dot{q}_2^2 \cdot A_{10} + 4\dot{q}_1^3\dot{q}_2 \cdot A_{11} + 6\dot{q}_1^2\dot{q}_2^2 \times A_{12} + 4\dot{q}_1\dot{q}_2^3 \cdot A_{13} + \dot{q}_2^4 \cdot A_{14} = 0; \\ q_1^{IV} \cdot B_1 + (4\ddot{q}_1\dot{q}_1 + 3\dot{q}_1^2) \cdot B_2 + 6\ddot{q}_1\dot{q}_1^2 \cdot B_3 + \dot{q}_1^4 \cdot B_4 + (4\ddot{q}_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_1\ddot{q}_2 + 6\ddot{q}_1\ddot{q}_2) \cdot B_5 + \\ + (12\ddot{q}_1\dot{q}_1\dot{q}_2 + 6\dot{q}_1^2\ddot{q}_2) \times B_6 + (12\dot{q}_1\ddot{q}_2\dot{q}_2 + 6\ddot{q}_1\dot{q}_2^2) \cdot B_7 + q_2^{IV} \cdot B_8 + (4\ddot{q}_2\dot{q}_2 + 3\dot{q}_2^2) \cdot B_9 + \\ + 6\ddot{q}_2\dot{q}_2^2 \cdot B_{10} + 4\dot{q}_1^3\dot{q}_2 \cdot B_{11} + 6\dot{q}_1^2\dot{q}_2^2 \times B_{12} + 4\dot{q}_1\dot{q}_2^3 \cdot B_{13} + \dot{q}_2^4 \cdot B_{14} = 0. \end{array} \right. \quad (14)$$

де A_1, \dots, A_{14} та B_1, \dots, B_{14} – змінні коефіцієнти, що складаються з передаточних функцій.

Для розв'язку системи (14) використаємо наближений числовий метод колокацій. При використанні методу колокацій розв'язок крайової задачі (14) шукаємо у вигляді:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_{1n} + \left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \left(\Delta q_1 \left(3 - 2\frac{t}{t_1} \right) + b_1 \left(1 - 2\frac{t}{t_1} + \left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \right) \right); \quad \dot{q}_1 = \left(3\Delta q_1 \left(1 - \frac{t}{t_1} \right) + b_1 \left(1 - 3\frac{t}{t_1} + 2\left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \right) \right) \frac{2t}{t_1^2}; \\ \ddot{q}_1 &= \left(3\Delta q_1 \left(1 - 2\frac{t}{t_1} \right) + b_1 \left(1 - 6\frac{t}{t_1} + 6\left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \right) \right) \frac{2}{t_1^2}; \quad \ddot{q}_1 = - \left(\Delta q_1 + b_1 \left(1 - 2\frac{t}{t_1} \right) \right) \frac{12}{t_1^3}; \\ q_1^{IV} &= \frac{24b_1}{t_1^4}; \\ q_2 &= q_{2n} + \left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \left(\Delta q_2 \left(3 - 2\frac{t}{t_1} \right) + b_2 \left(1 - 2\frac{t}{t_1} + \left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \right) \right); \\ \dot{q}_2 &= \left(3\Delta q_2 \left(1 - \frac{t}{t_1} \right) + b_2 \left(1 - 3\frac{t}{t_1} + 2\left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \right) \right) \frac{2t}{t_1^2}; \\ \ddot{q}_2 &= \left(3\Delta q_2 \left(1 - 2\frac{t}{t_1} \right) + b_2 \left(1 - 6\frac{t}{t_1} + 6\left(\frac{t}{t_1}\right)^2 \right) \right) \frac{2}{t_1^2}; \quad \ddot{q}_2 = - \left(\Delta q_2 + b_2 \left(1 - 2\frac{t}{t_1} \right) \right) \frac{12}{t_1^3}; \\ q_2^{IV} &= \frac{24b_2}{t_1^4}. \end{aligned} \quad (15)$$

Точкою колокацій обрано $\frac{t}{t_1} = 0,5$. Обчисливши в точці колокацій неув'язку рівнянь

для заданих параметрів стрілової системи маніпулятора визначаємо невідомі коефіцієнти $b_1=0.403$ та $b_2=0.404$. При підстановці отриманих коефіцієнтів в залежності (15), отримаємо характеристики руху системи, що зображені на рис.3.

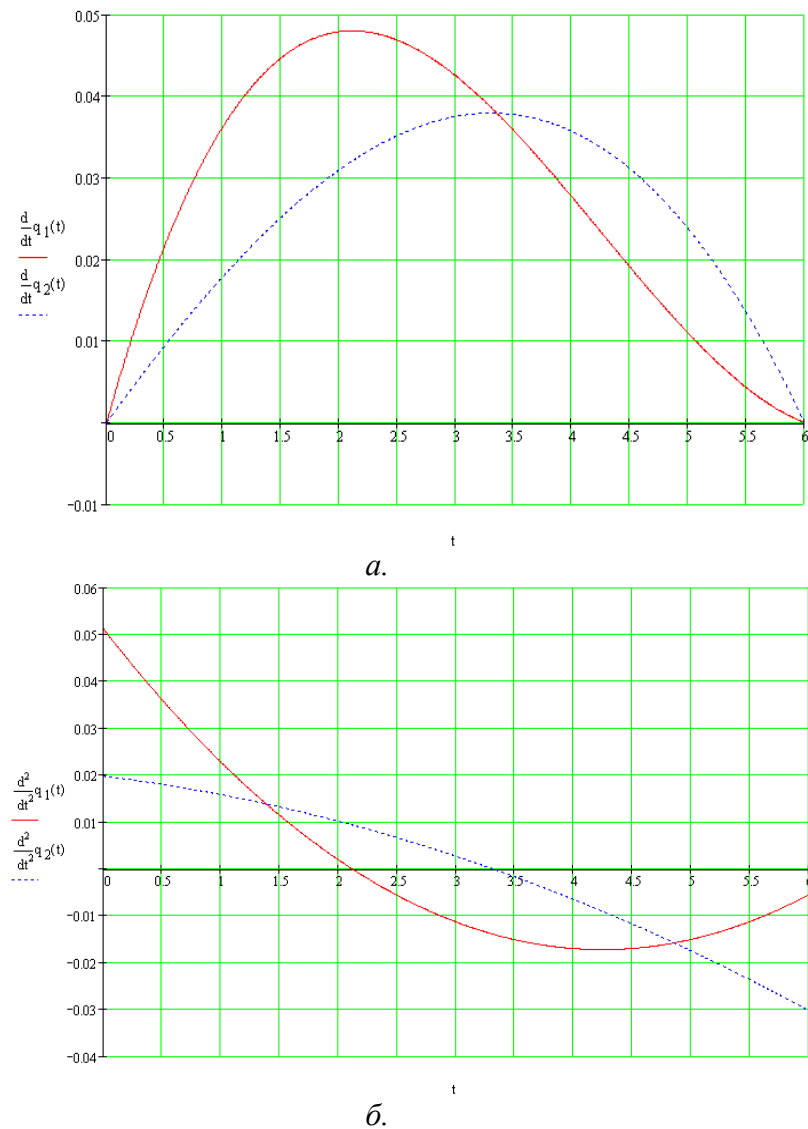


Рисунок 3. Характеристики зміни швидкості (а) та прискорення (б) поршнів привідних гідроциліндрів (узагальнених незалежних координат q_1, q_2) при динамічному режимі руху.

Висновки

1. Визначено оптимальні режими руху стрілової системи маніпулятора під час роботи двох гідроциліндрів зміни вильоту, що дає можливість покращити динаміку роботи крана.
2. Встановлено, що енергетичний режим придатний лише для усталеного руху, тоді як динамічний можна використовувати на перехідних ділянках (пуску чи гальмування).

Література:

1. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин. Киев УМК ВО, 1990. – 168с.
2. Григоров О. В. Ловейкін В. С. Оптимальне керування рухом механізмів вантажо-підйомних машин. – К.: ІЗМН, 1997. – 264с.
3. Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н., Градецкий В. Г. Манипуляционные роботы: динамика, управление, оптимизация. – М.: Наука, 1989. - 386с.