

Підйомно-транспортні машини

УДК 621.875

В.С. Ловейкін, д-р техн. наук, професор НУБіПУ,
Д.А. Паламарчук, асистент КНУБА

МІНІМІЗАЦІЯ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ПЕРЕМІЩЕННІ ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНОЮ СТІЛОВОЮ СИСТЕМОЮ КРАНА

Вступ. При зміні вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи на ділянках перехідних процесів виникають значні коливання вантажу. Ці коливання спричиняють виникнення динамічних навантажень на елементи стрілової системи: стрілу, хобот, відтяжку, механізми привіду та врівноваження. Що призводить до швидкого виходу з ладу елементів кінематичних пар та ланок стрілової системи.

Однією з причин виникнення розгойдування вантажу є нелінійна залежність між кутом повороту стріли та горизонтальним переміщенням кінцевої точки хобота, тобто, при рівномірному обертанні стріли навколо її нижнього шарніру ($\dot{\alpha} = const$) кінцева точка хобота рухається нерівномірно [1, 2]. Також однією з важливих причин виникнення коливань вантажу є режим руху привідного механізму зміни вильоту стрілової системи [3, 4].

Постановка задачі. Аналізуючи взаємне переміщення кінцевої точки хобота та підвешеного до неї вантажу, можна зробити висновок, що нерівномірність руху кінця хобота по горизонталі можна розглядати як деякий рух, що складається із кількох процесів розгону та гальмування [5]. Причому тривалість цих процесів залежить від інерційних і геометричних характеристик стрілової системи.

Тому постає задача знаходження такого режиму роботи механізму зміни вильоту, що забезпечував би мінімальне відхилення вантажу від вертикалі.

Виклад основного матеріалу. За основу для динамічної моделі приймемо таку стрілову систему, в якій кінцева точка хобота рухається в межах встановленої точності по лінії, яка проходить горизонтально на відстані H від нижнього шарніру стріли, а вантажний канат 7 проходить паралельно до повздовжньої вісі відтяжки 3 (рис. 1).

При розгляді цієї стрілової системи прийнято такі припущення [6]: ланки стрілової системи вважати абсолютно жорсткими, в яких не виникають внутрішні пружні коливання; рух стрілової системи та вантажу відбувається лише у вертикальній площині; вся стрілова система та вантаж повністю врівноважені

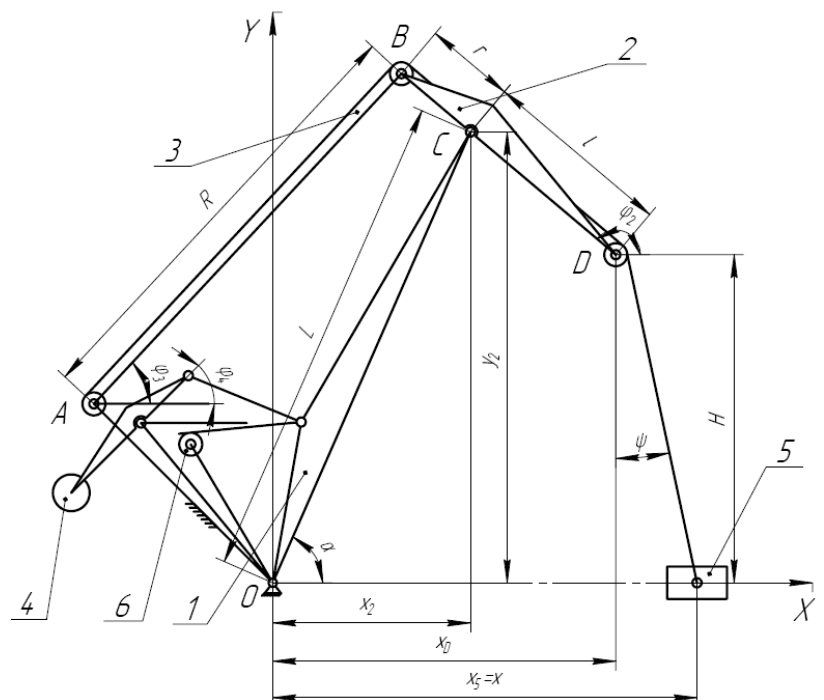


Рисунок 1. Динамічна модель стрілової системи крана.



триланковою системою врівноваження.

Для цієї динамічної моделі за узагальнені координати прийнято кут повороту стріли α та лінійне переміщення вантажу x вздовж вісі X .

Для прийнятої динамічної моделі запишемо диференціальні рівняння руху стрілової системи, основою яких є рівняння Лагранжа другого роду [7]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial T}{\partial \alpha} = Q_{\alpha}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x, \end{cases} \quad (1)$$

де t – час; α, x – узагальнені координати стрілової системи; $\dot{\alpha}, \dot{x}$ – швидкості зміни узагальнених координат; Q_{α}, Q_x – узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам відповідно α та x ; T – кінетична енергія стрілової системи.

Кінетичну енергію стрілової системи знайдемо за виразом

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\phi}_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\phi}_4^2 + \frac{1}{2} J_5 \dot{\phi}_5^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2, \quad (2)$$

де J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 – моменти інерції відносно вісей обертання відповідно стріли, хобота, відтяжки, рухомої противаги та ротора електродвигуна, при цьому вважаємо, що центр мас хобота співпадає з кінематичною парою C ; m, m_2 – маси відповідно вантажу і хобота; $\dot{\alpha}, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, \dot{\phi}_4, \dot{\phi}_5$ – кутові швидкості відповідно стріли, хобота, відтяжки, коромисла рухомої противаги і ротора електродвигуна; $\dot{x}, \dot{x}_2, \dot{y}_2$ – лінійні складові швидкостей центрів мас вздовж вісей X і Y відповідно вантажу та хобота.

Узагальнені сили визначаються за принципом можливих переміщень і для розглянутої динамічної моделі, з урахуванням вище наведених припущень мають вигляд:

$$\begin{cases} Q_{\alpha} = M \frac{\partial \phi_5}{\partial \alpha} + mg \frac{x - x_D}{H} \frac{\partial x_D}{\partial \alpha}; \\ Q_x = -mg \frac{x - x_D}{H}, \end{cases} \quad (3)$$

де M – рушійний момент на валу електродвигуна; $\frac{\partial \phi_5}{\partial \alpha}, \frac{\partial x_D}{\partial \alpha}$ – оператори передачі руху першого порядку [8], відповідно для ротора електродвигуна та кінцевої точки хобота; x, x_D – горизонтальна координата відповідно вантажу та кінцевої точки хобота; H – висота на якій розміщена горизонтальна лінія руху кінцевої точки хобота відносно нижнього шарніру стріли.

Підставивши вирази (2) та (3) у рівняння Лагранжа другого роду (1), та провівши з ними деякі алгебраїчні перетворення, отримаємо диференціальні рівняння руху стрілової системи під час зміни вильоту вантажу:

$$\begin{cases} J_0 \ddot{\alpha} + \frac{1}{2} \frac{\partial J_0}{\partial \alpha} \dot{\alpha}^2 = M \frac{\partial \phi_5}{\partial \alpha} + mg \frac{x - x_D}{H} \frac{\partial x_D}{\partial \alpha}; \\ m \ddot{x} = -mg \frac{x - x_D}{H}, \end{cases} \quad (4)$$

де J_0 – момент інерції всієї стрілової системи без вантажу приведений до вісі повороту стріли.

До систем рівнянь (3) і (4) входить складова $x - x_D$, яка відображає різницю між горизонтальною координатою вантажу та координатою точки D хобота.

Використовуючи систему рівнянь (4) знайдемо такий режим руху вантажу, при якому на всій ділянці зміни вильоту стрілової системи забезпечується найменша різниця між горизонтальним прискоренням вантажу та прискоренням кінцевої точки хобота D , тобто:

$$\sum_{i=1}^n |\ddot{x} - \ddot{x}_D| \rightarrow \min. \quad (5)$$

Враховуючи те, що вираз (5) може набувати значень, як менших від нуля так і більших, то потрібно знайти суму квадратів відхилення прискорень \ddot{x} і \ddot{x}_D .

Вказану суму знайдемо, проінтегрувавши різницю прискорень на всій ділянці зміни вильоту:

$$\Delta \ddot{x}^2 = \int_0^{t_1} (\ddot{x} - \ddot{x}_D)^2 dt = \frac{H^2}{g^2} \int_0^{t_1} \ddot{x}^2 dt, \quad (6)$$

де t_1 – тривалість руху стрілової системи.

Функціонал (6) досягає мінімуму на функціях, які є розв'язком рівняння Ейлера-Пуассона [8], і з урахуванням підінтегральної функції виразу (6) набуває вигляду:

$$\frac{\partial x}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial x}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial x}{\partial \ddot{x}} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial x}{\partial \ddot{\ddot{x}}} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial x}{\partial \ddot{\ddot{\ddot{x}}}} = 0. \quad (7)$$

Це рівняння зводиться до диференціального рівняння восьмого порядку:

$$x = 0. \quad (8)$$

Проінтегрувавши рівняння (8) за часом, отримаємо систему рівнянь:

$$x = A_1; \quad \dot{x} = A_1 t + A_2; \quad \ddot{x} = \frac{1}{2} A_1 t^2 + A_2 t + A_3; \quad \ddot{\ddot{x}} = \frac{1}{6} A_1 t^3 + \frac{1}{2} A_2 t^2 + A_3 t + A_4;$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{x}}} = \frac{1}{24} A_1 t^4 + \frac{1}{6} A_2 t^3 + \frac{1}{2} A_3 t^2 + A_4 t + A_5; \quad \ddot{\ddot{\ddot{\ddot{x}}}} = \frac{1}{120} A_1 t^5 + \frac{1}{24} A_2 t^4 + \frac{1}{6} A_3 t^3 + \frac{1}{2} A_4 t^2 + A_5 t + A_6, \quad (9)$$

$$\dot{\ddot{\ddot{\ddot{x}}}} = \frac{1}{720} A_1 t^6 + \frac{1}{120} A_2 t^5 + \frac{1}{24} A_3 t^4 + \frac{1}{6} A_4 t^3 + \frac{1}{2} A_5 t^2 + A_6 t + A_7,$$

$$\ddot{\ddot{\ddot{\ddot{\ddot{x}}}}} = \frac{1}{5040} A_1 t^7 + \frac{1}{720} A_2 t^6 + \frac{1}{120} A_3 t^5 + \frac{1}{24} A_4 t^4 + \frac{1}{6} A_5 t^3 + \frac{1}{2} A_6 t^2 + A_7 t + A_8,$$

де $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8$ – постійні інтегрування, які визначаються за крайовими умовами руху.

Для забезпечення рівності між прискоренням руху вантажу та прискоренням кінцевої точки хобота, на початку та в кінці зміни вильоту крайові умови повинні мати такий

вигляд:

$$t = 0, x = x_0, \dot{x} = \ddot{x} = \ddot{\ddot{x}} = 0; \quad t = t_1, x = x_1, \dot{x} = \ddot{x} = \ddot{\ddot{x}} = 0. \quad (10)$$

За вказаних крайових умов постійні інтегрування приймають значення:

$$A_1 = -100800 \frac{x_1 - x_0}{t_1^7}; \quad A_2 = 50400 \frac{x_1 - x_0}{t_1^6}; \quad A_3 = -10080 \frac{x_1 - x_0}{t_1^5}; \quad A_4 = 840 \frac{x_1 - x_0}{t_1^4}; \quad (11)$$

$$A_5 = A_6 = A_7 = 0; \quad A_8 = x_0.$$

Після підстановки цих постійних інтегрування в залежності (9) знайдемо такий режим руху вантажу, що забезпечує мінімальне середньоквадратичне відхилення між прискоренням вантажу та прискоренням кінцевої точки хобота на всій ділянці руху:



$$\begin{aligned}
 x &= x_0 + (x_1 - x_0) \left(-20\bar{t}^7 + 70\bar{t}^6 - 84\bar{t}^5 + 35\bar{t}^4 \right); \dot{x} = 20 \frac{x_1 - x_0}{t_1} \left(-7\bar{t}^6 + 21\bar{t}^5 - 21\bar{t}^4 + 7\bar{t}^3 \right); \\
 \ddot{x} &= 20 \frac{x_1 - x_0}{t_1^2} \left(-42\bar{t}^5 + 105\bar{t}^4 - 84\bar{t}^3 + 21\bar{t}^2 \right); \ddot{x} = 840 \frac{x_1 - x_0}{t_1^3} \left(-5\bar{t}^4 + 10\bar{t}^3 - 6\bar{t}^2 + \bar{t} \right); \quad (12) \\
 x^{IV} &= 840 \frac{x_1 - x_0}{t_1^4} \left(-20\bar{t}^3 + 30\bar{t}^2 - 12\bar{t} + 1 \right); x^V = 10080 \frac{x_1 - x_0}{t_1^5} \left(-5\bar{t}^2 + 5\bar{t} - 1 \right),
 \end{aligned}$$

де t_1 – час руху вантажу; \bar{t} – відносний час руху стрілової системи, причому $0 \leq \bar{t} \leq 1$.

Відносний час руху системи знайдемо з рівності: $\bar{t} = \frac{t}{t_1}$,

(13)

де t – значення часу в дану мить руху стрілової системи $0 \leq t \leq t_1$.

Використовуючи друге рівняння системи (4), встановимо взаємозв'язок між знайденим режимом руху вантажу (12) та механізмом зміни вильоту стрілової системи:

$$x_D = x + \frac{H}{g} \ddot{x}. \quad (14)$$

Двічі продиференціювавши вираз (14) за часом, знайдемо прискорення кінцевої точки хобота D .

Використовуючи систему рівнянь, яка враховує кінематичні співвідношення між ланками стрілової системи, можна знайти горизонтальну координату точки D :

$$\begin{cases} x_D = L \cos \alpha + l \cos \varphi_2; \\ H = L \sin \alpha - l \sin \varphi_2, \end{cases} \quad (15)$$

де L, l – довжина відповідно стріли і хобота; φ_2 – кут нахилу хобота до горизонту в даному положенні стрілової системи.

Із першого рівняння системи (15) знайдемо:

$$\cos \varphi_2 = \frac{x_D - L \cos \alpha}{l}; \sin \varphi_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{x_D - L \cos \alpha}{l} \right)^2}. \quad (16)$$

Підставивши залежність (14) та отримані вирази (16) у друге рівняння системи (15) отримаємо:

$$H = L \sin \alpha - l \sqrt{1 - \left(\frac{x + \frac{H\ddot{x}}{g} - L \cos \alpha}{l} \right)^2}. \quad (17)$$

Згрупуємо подібні члени та піднесемо обидві сторони рівняння до квадрату:

$$(L \sin \alpha - H)^2 = l^2 \left[1 - \left(\frac{x + \frac{H\ddot{x}}{g} - L \cos \alpha}{l} \right)^2 \right]. \quad (18)$$

Розкладемо ліву та праву частини виразу (18), як квадрат різниці двох складових:

$$L^2 (1 - \cos^2 \alpha) - 2HL \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} + H^2 = l^2 - \left(x + \frac{H\ddot{x}}{g} \right)^2 + 2L \cos \alpha \left(x + \frac{H\ddot{x}}{g} \right) - L^2 \cos^2 \alpha. \quad (19)$$

Замінивши в останньому рівнянні $\cos \alpha$ на z і $\left(x + \frac{H\dot{x}}{g}\right)$ на x_D , та провівши деякі алгебраїчні перетворення отримаємо квадратне рівняння із невідомим z :

$$H^2 + x_D^2 - l^2 + L^2 - 2x_D L z - 2HL\sqrt{1-z^2} = 0. \quad (20)$$

Розв'язавши рівняння (20) отримаємо:

$$z_{1,2} = \frac{x_D L (H^2 + x_D^2 - l^2 + L^2)}{2(H^2 + x_D^2)L^2} \pm \frac{\sqrt{H^2 L^2 \left[-(H^2 + x_D^2 - l^2)^2 + 2(H^2 + x_D^2 + l^2)L^2 - L^4 \right]}}{2(H^2 + x_D^2)L^2}. \quad (21)$$

Аналізуючи отримані значення z_1 та z_2 видно, що дійсним розв'язком рівняння (21) є:

$$z = \frac{x_D L (H^2 + x_D^2 - l^2 + L^2)}{2(H^2 + x_D^2)L^2} - \frac{\sqrt{H^2 L^2 \left[-(H^2 + x_D^2 - l^2)^2 + 2(H^2 + x_D^2 + l^2)L^2 - L^4 \right]}}{2(H^2 + x_D^2)L^2}, \quad (22)$$

оскільки лише цей розв'язок забезпечує корінь z , що відповідає поставленим умовам задачі.

Кутову координату стріли α , що відповідає оптимальному режиму руху вантажу, визначимо, використовуючи залежність: $\alpha = \arccos z$. (23)

Проведемо дослідження оптимального руху вантажу для стрілової системи крана МАРК 40 [10] з такими характеристиками:

- мінімальний та максимальний вильоти, відповідно $S_{min} = 7,4 \text{ м}$; $S_{max} = 30 \text{ м}$;
- середня швидкість зміни вильоту $V = 1,05 \text{ м/с}$;
- час зміни вильоту від мінімального до максимального значення $t = 22 \text{ с}$;
- довжини стріли та хобота, відповідно $L = 25,76 \text{ м}$; $l = 10,16 \text{ м}$;
- довжина підвісу вантажу $H = 14,7 \text{ м}$;
- маси стріли, хобота (в зборі з контрхоботом), відтяжки, противаги, відповідно $m_1 = 12650 \text{ кг}$; $m_2 = 5423 \text{ кг}$; $m_3 = 3114 \text{ кг}$; $m_4 = 13525 \text{ кг}$;
- середня вантажопідйомність крана на основному гаку $m = 20000 \text{ кг}$.

Для дослідження руху вантажу під час зміни вильоту, побудуємо графіки залежності горизонтальних координат вантажу x та кінця хобота x_D від відносного часу (рис. 2).

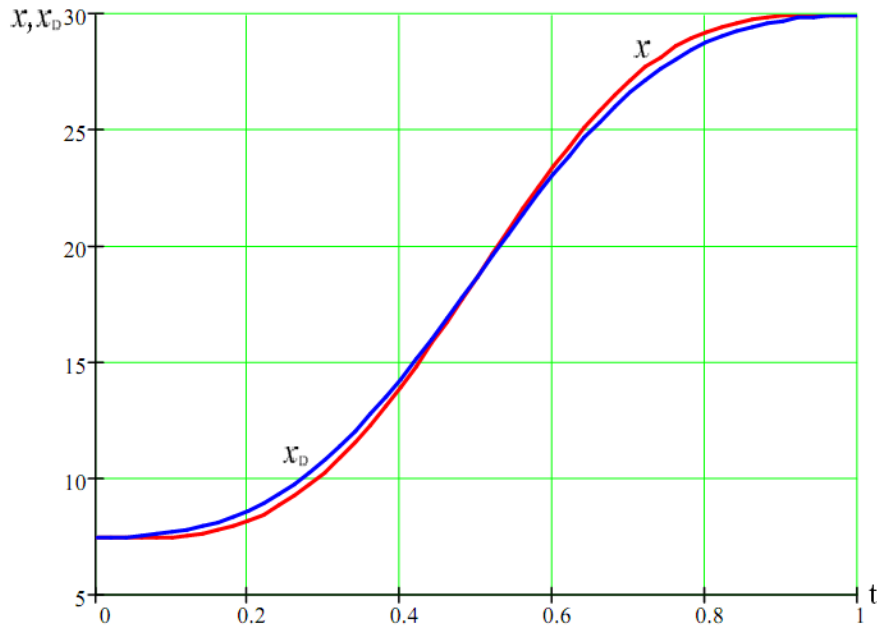


Рисунок 2. Графіки зміни горизонтальних координат вантажу та кінцевої точки хобота.

Крім того, побудуємо графіки зміни швидкостей вантажу \dot{x} та кінцевої точки хобота D \dot{x}_D залежно від відносного часу (рис. 3). А також графіки зміни прискорень вантажу \ddot{x} та кінцевої точки хобота D \ddot{x}_D (рис. 4).

Для того, щоб проаналізувати на скільки відхиляється вантаж від заданого положення, побудуємо графік $\Delta x = f(t)$, який відображає зміну різниці $\Delta x = x - x_D$ між горизонтальною координатою вантажу x та горизонтальною координатою точки D залежно від часу. Проаналізуємо також різницю між швидкостями $\Delta \dot{x} = \dot{x} - \dot{x}_D$ вантажу та кінцевої точки хобота D . Для цього побудуємо графік $\Delta \dot{x} = f(t)$. Та проаналізуємо різницю $\Delta \ddot{x} = \ddot{x} - \ddot{x}_D$ між прискоренням вантажу та горизонтальним прискоренням точки D , і побудуємо графік $\Delta \ddot{x} = f(t)$. Графічні залежності величин Δx , $\Delta \dot{x}$, $\Delta \ddot{x}$, від часу наведені на рис. 5, причому Δx вимірюється в m , $\Delta \dot{x}$ в m/c , $\Delta \ddot{x}$ в m/c^2 .

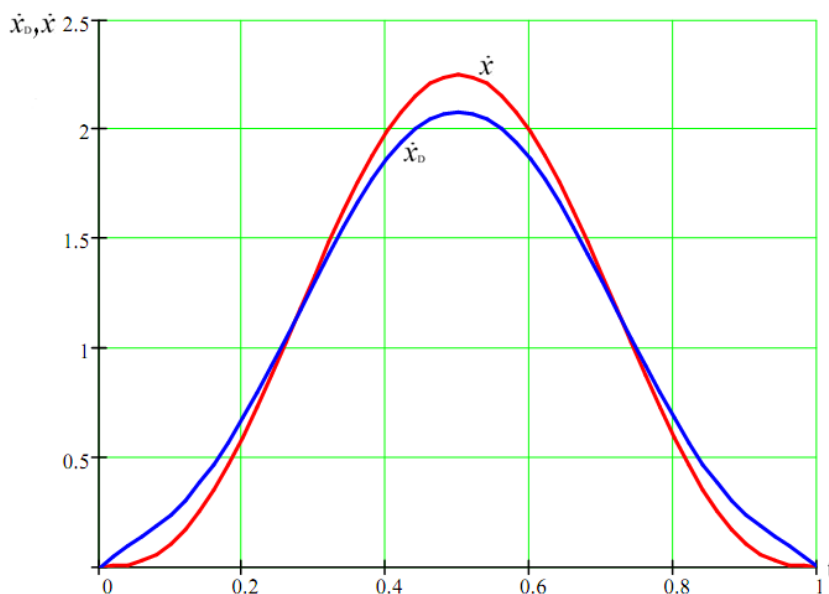


Рисунок 3. Графіки зміни швидкостей вантажу та кінцевої точки хобота.

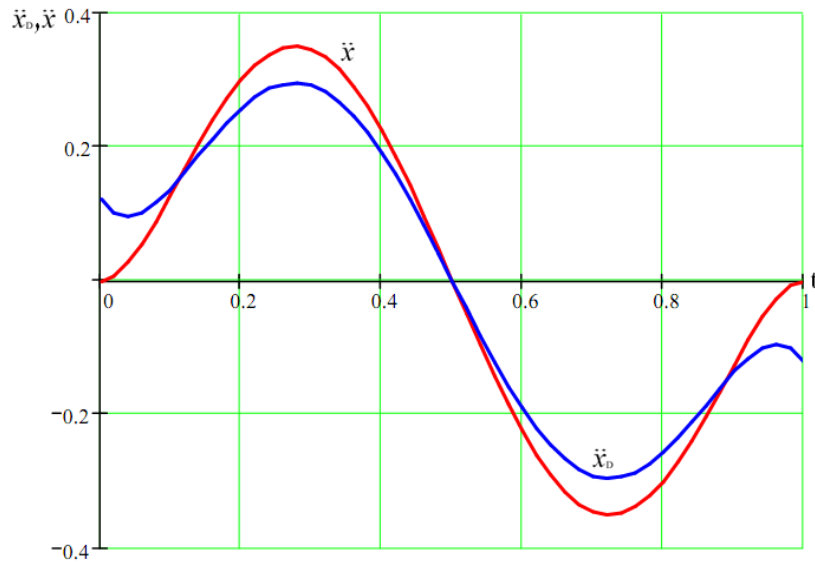


Рисунок 4. Графіки зміни прискорень вантажу та кінцевої точки хобота.

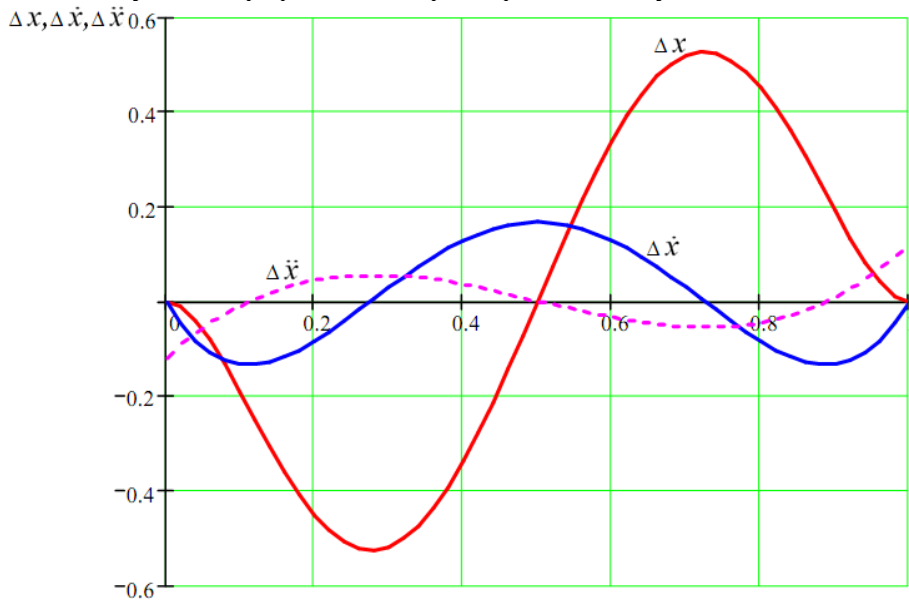


Рисунок 5. Графік зміни відхилень Δx , $\Delta \dot{x}$, $\Delta \ddot{x}$ в процесі руху стрілової системи.

За допомогою рівності (23) побудуємо графік зміни кута нахилу стріли α залежно від часу, тобто $\alpha = f(t)$ (рис. 6).

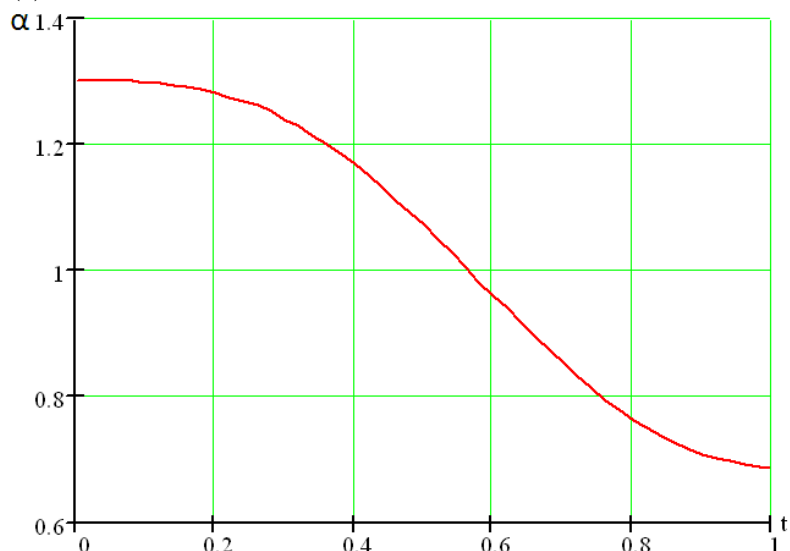


Рисунок 6. Графік зміни куткової координати стріли α в процесі руху стрілової системи.



Продиференціювавши вираз (23) за часом, отримаємо залежність для визначення кутової швидкості руху стріли:

$$\dot{\alpha} = -\frac{\dot{z}}{\sqrt{1-z^2}}, \quad (24)$$

де \dot{z} – вираз (22) продиференційований за часом.

За виразом (24) побудуємо графік зміни кутової швидкості стріли при зміні вильоту вантажу від мінімального значення до максимального (рис.7).

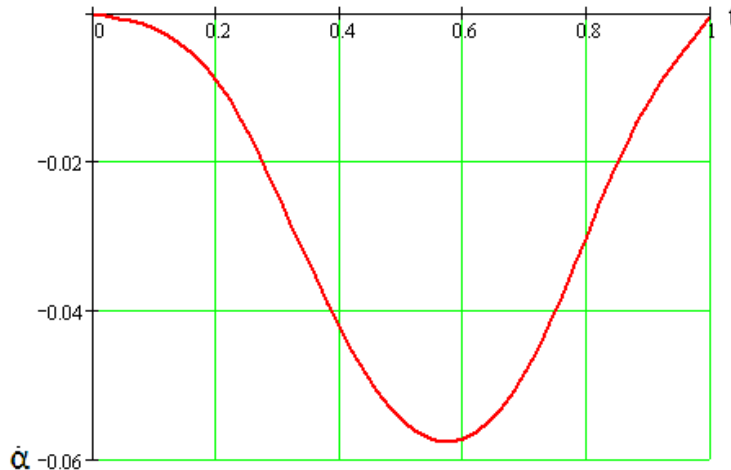


Рисунок 7. Графік зміни кутової швидкості стріли $\dot{\alpha}$ в процесі руху стрілової системи.

Для більш повного дослідження руху стрілової системи також знайдемо кутове прискорення стріли при збільшенні вильоту.

Для цього продиференціюємо вираз (24) за часом:

$$\ddot{\alpha} = -\frac{\ddot{z}}{\sqrt{1-z^2}} - \frac{\dot{z}^2 z}{(1-z^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (25)$$

де \ddot{z} – друга похідна від виразу (22) за часом.

Використовуючи вираз (25), побудуємо графік зміни кутового прискорення стріли залежно від відносного часу (рис. 8).

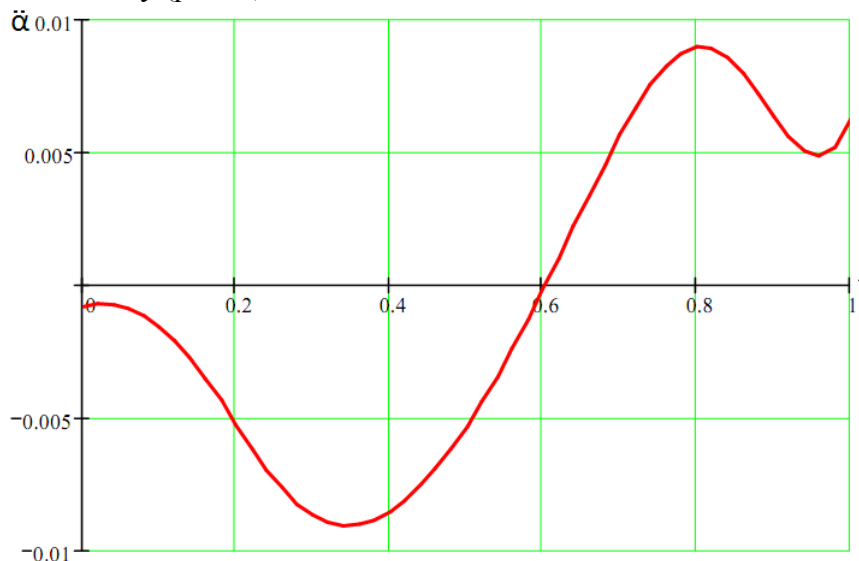


Рисунок 8. Графік зміни кутового прискорення стріли $\ddot{\alpha}$ в процесі руху стрілової системи.

Графіки (рис. 2-8) побудовані при русі стрілової системи від S_{min} до S_{max} .

Висновки. В результаті проведених досліджень було встановлено режим руху шарнірно-зчленованої стрілової системи, який забезпечує мінімальні коливання вантажу на всій ділянці руху від мінімального значення вильоту до максимального.

Проте, аналізуючи графіки (рис. 4-5) видно, що на початку та в кінці руху стрілової системи виникає м'який удар. Це пов'язано із тим, що вантаж на початку та в кінці руху має прискорення $0,121\dot{v} / \dot{v}^2$, при цьому прискорення у кінцевої точки хобота – відсутнє.

Тому для знаходження законів руху стрілової системи, які б забезпечували найменші коливання вантажу та відсутність м'яких ударів на початку та в кінці руху, потрібна мінімізація різниці ривків вантажу та кінцевої точки хобота.

Література

1. Ланг А.Г. Портальные краны / А.Г.Ланг, В.С.Майзель. – Москва, Ленинград : Машгиз, 1953. – 208 с.
2. Ланг А.Г. Портальные краны / А.Г.Ланг, И.С.Мазовер, В.С.Майзель. – Москва, Ленинград : Машгиз, 1962. – 284с.
3. Ловейкин В.С. Динамический анализ стреловых систем кранов с горизонтальным перемещением груза при изменении вылета: дис. кандидата тех. наук : 05.05.05 / Ловейкин Вячеслав Сергеевич. – К., 1982. – 268 с.
4. Ловейкин В.С. Оптимізація режиму зміни вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи крана / В.С.Ловейкін, Д.А.Паламарчук // ГБДММ – 2008. – №72. С. 21...27.
5. Комаров М.С. Динамика грузоподъемных машин / М.С.Комаров.– Москва, Киев : Машгиз, 1962.– 268 с.
6. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин : [учеб. пособие] / В.С.Ловейкин. – К. : УМК ВО, 1990. – 168 с.
7. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. В 2 ч. Ч. 2. Динамика : [учеб. пособие] / А.А.Яблонский, В.М.Никифорова. – М. : Высшая школа, 1977. – 430 с.
8. Горский Б.Е. Методика составления операторов передачи движения / Б.Е.Горский, В.С.Ловейкин // Горные, строительные и дорожные машины. – 1979. – №28. – С. 99...105.
9. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения / Л.Я.Цлаф. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 192 с.
10. Святославский А. Украинские «Марки» для украинских портов / А.Святославский // Транспорт. – 2004. – №22. – С. 11...15.