



УДК 666.97.003.16

М.П. Нестеренко, к.т.н., доцент

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ДНИЩА ФОРМИ З УЩІЛЬНЮваним СЕРЕДОВИЩЕМ ПРИ ДІЇ ГОРИЗОНТАЛЬНО НАПРАВЛЕНОЇ СКЛАДОВОЇ ПРОСТОРОВИХ КОЛИВАНЬ ВІБРОПЛОЩАДКИ

*АНОТАЦІЯ.* Визначено характер взаємодії днища форми з цементобетонною сумішшю при дії горизонтально направленої складової просторових коливань віброплощадки на основі аналітичного дослідження динамічної системи „віброплощадка – цементобетонне середовище“.

*Ключові слова:* вібробуджувач, віброплощадка, дебаланс, днище форми, математична модель, просторові коливання, пружна опора, цементобетонна суміш.

*АННОТАЦИЯ.* Определенно характер взаимодействия днища формы из цемента-бетонной смеси при действии горизонтально направленной составляющей пространственных колебаний виброплощадки на основе аналитического исследования динамической системы „виброплощадка – цементобетонная среда“.

*Ключевые слова:* вибровозбудитель, виброплощадка, дебаланс, днище формы, математическая модель, пространственные колебания, упругая опора, цементобетонная смесь.

*ANNOTATION.* character of cooperation of bottoms of form is certain with cement by concrete mixture at the action of the horizontally directed constituent of spatial vibrations of vibroplatforms on the basis of analytical research of the dynamic system „vibroplatforms – cement by concrete environment“.

*Key words:* bottoms of form, vibroexciter, vibration platform, mathematical model, spatial oscillations, unbalans, resilient support, cement concrete mixture.

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями.** Досить широкого поширення при формуванні залізобетонних виробів набуло розроблене у ПолтНТУ ПолтНТУ імені Юрія Кондратюка вібраційне обладнання з просторовими коливаннями робочого органа [1], удосконалення котрого може проводитися на підставі аналітичних досліджень з врахуванням фізико-механічних характеристик ущільнюваного середовища і визначенням на їхній основі раціональних параметрів вібраційної площадки та режимів вібраційної дії.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання даної проблеми.** У розрахунках вібраційного обладнання для формування залізобетонних виробів використовуються різні підходи до складення математичних моделей, про що свідчать публікації різних років. Відомі математичні моделі можна умовно розподілити на дві групи: плоскі динамічні моделі руху робочого органу, що розглядають рух у вертикальній або горизонтальній площині [2–7], та просторові – які розглядають рух робочого органа у просторі [8–9].

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття.** У "плоских" математичних моделях розглядається вплив бетонної суміші на поглинання енергії з врахуванням її реологічних властивостей. У математичних моделях вібраційних машин з просторовими коливаннями робочого органа бетонна суміш враховується у вигляді твердого тіла як приєднана маса до коливальної системи. Але у реальних віброплощадок із просторовими коливаннями робочого органа частина енергії витрачається на тертя бетонної суміші по піддону форми, інша частина поглинається бетонною сумішшю при її ущільненні. Раціональні параметри віброплощадки можна устаєовити шляхом визначення енергетичних витрат на основі вивчення закону руху даної динамічної системи, включаючи рух як рухомої рами віброплощадки, днища форми, так і рух ущільнюваного середовища у вертикальному напрямі.

**Метою даної роботи** є проведення аналітичних досліджень характеру взаємодії днища форми з цементобетонною сумішшю при дії горизонтально направленої складової

просторових коливань віброплощадки на основі аналітичного дослідження динамічної системи „віброплощадка – цементобетонне середовище“, які дозволять врахувати фізико-механічні характеристики ущільнюваного середовища і визначити раціональні параметри вібраційної площадки та режими вібраційної дії, при яких забезпечується ефективне ущільнення цементобетонних сумішей.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для визначення характеру взаємодії віброплощадка з ущільнюваною цементобетонною сумішшю при вертикально направлених коливаннях досліджуємо динамічну систему „віброплощадка – цементобетонне середовище“ (рис.1). Приймаємо розрахункову схему в котрій рухома рама 1 віброплощадки встановлена на пружні опори 2, закріплені на фундаменті 3 симетрично до вертикальної осі  $Z$ . Вібробуджувач кругових коливань 4 усталено в центральному вікні рухомої рами таким чином, що вісь обертання його дебалансу 5 нахилена до вертикалі на кут  $\beta$ , а площина дії вимушуючої сили  $\Phi$  перпендикулярна до осі обертання дебалансу і проходить через точку  $O$ , відповідну положенню ц. м. коливальної системи. Електродвигун 6, установлений на піддвигуневій рамі 7, приводить в обертання дебаланс 5 через клинопасову передачу 8. Форма 9, заповнена ущільнюваною цементобетонною сумішшю, встановлюється на рухому раму 1 між жорсткими клиновими упорами 10.

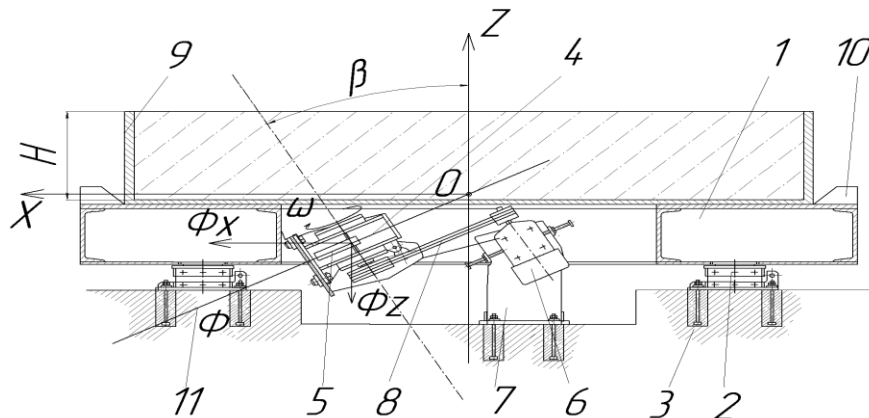


Рисунок 1. Розрахункова схема динамічної системи «віброплощадка – цементобетонне середовище»: 1 – рухома рама віброплощадки; 2 – пружна опора; 3 – фундамент; 4 – вібробуджувач; 5 – дебаланс; 6 – електродвигун; 7 – піддвигунева рама; 8 – клинопасова передача; 9 – форма із цементобетонною сумішшю; 10 – клиновий упор; 11 – площина обертання дебалансу.

При обертанні дебалансу виникає вимушуюча відцентрова сила кругової дії  $\Phi$ , вектор якої обертається у площині 11 із кутовою швидкістю  $\omega$ . Складові сили  $\Phi$  по осях прямокутної системи координат  $OXYZ$  з початком в ц. м.  $O$ , рівні

$$\Phi_x = \Phi \cos \beta \cos \omega t; \quad \Phi_y = \Phi \sin \omega t; \quad \Phi_z = \Phi \sin \beta \cos \omega t, \quad (1)$$

збуджують трикомпонентні просторові коливання рухомої рами 1 і встановленої на ній форми 9, які її днищем та бортами передаються бетонній суміші, забезпечуючи її ущільнення.

Колівальну систему спростимо й умовно розглянемо процес взаємодії днища форми і бетонної суміші від нормальних горизонтально направлених коливань  $\Phi_y = \Phi \sin \omega t$ . При горизонтально направлених коливаннях віброплощадки днище форми викликає в цементобетонній суміші дотичні напруження  $\tau$ , які залежить від величини зсувних деформацій в ущільнюваному шарі. Аналіз виконаних досліджень показує, що цементобетонна суміш має яскраво виражені анізотропні властивості і при зсувних деформаціях поводитья як в'язке тіло. При цьому її динамічний модуль зсувних деформацій рівний  $G = 0,025 E$  [11, 12]. На цій підставі зміна дотичних напружень від зсувних деформацій можна в першому наближенні описати наступною залежністю:



$$\tau = \eta_s \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial z \partial t}. \quad (2)$$

Для визначення характеру взаємодії днища форми з ущільнюваною цементобетонною сумішшю при дії горизонтально направлених коливань досліджуємо динамічну систему „віброплощадка – цементобетонне середовище“, в якій ущільнювана суміш представлена у вигляді системи з розподіленими параметрами. При вивченні взаємодії цементобетонної суміші з днищем форми умовно не враховуватимемо взаємодію бетонної суміші з вертикальними стінками форми.

Тоді диференціальне рівняння руху ущільнюваної суміші у напрямі координати  $Z$  за час  $t$  матиме вигляд:

$$\eta_s \frac{\partial^3 v(z,t)}{\partial z^2 \partial t} - \rho \frac{\partial^2 v(z,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

де  $v$  – зсув цементобетонної суміші в горизонтальній площині;

$z$  – поточна координата у вертикальному напрямі;

$\eta_s$  – коефіцієнт динамічної в'язкості при зсувних деформаціях [2]

$$\eta_s = \frac{a\rho H}{2(1+\chi)}, \quad (4)$$

$a$  – фазова швидкість розповсюдження збудження в цементобетонній суміші;

$H$  – товщина ущільнюваного шару;

$\chi$  – коефіцієнт Пуассона.

Розв'язок хвильового рівняння руху відшукуватимемо за наступних граничних умов:

$$-m \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial t^2} - c_2 u(0,t) + \eta_s F_2 \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial z \partial t} = -Q \sin(\omega t); \quad (5)$$

$$\tau(H,t) = \eta_s \frac{\partial^2 v(H,t)}{\partial z \partial t} = 0, \quad (6)$$

де  $m$  – маса віброплощадки;

$\tilde{n}_2$  – коефіцієнт жорсткості пружних амортизаторів у горизонтальному напрямі;

$Q$  – амплітуда збуджуючої сили;

$\omega$  – кутова частота вимушених коливань;

$F_2$  – площа взаємодії днища форми з бетонною сумішшю.

Розв'язок хвильового рівняння коливань (3) представимо у вигляді уявної частини комплексної функції

$$v(z,t) = I_m [V(z)e^{i\omega t}], \quad (7)$$

де  $V(z)$  – комплексна амплітуда коливань.

Знак  $I_m$  надалі відкидатимемо.

Підставляючи вираз (7) у рівняння (3), отримаємо рівняння для визначення комплексної амплітуди коливань  $V(z)$ :

$$\frac{\partial^2 V(z)}{\partial z^2} + \frac{\rho\omega}{i\eta_s} V(z) = 0. \quad (8)$$

Розв'язок рівняння (8) знайдемо в наступному вигляді:

$$V(z) = D_1 e^{-i\tilde{k}_1 z} + D_2 e^{i\tilde{k}_1 z}, \quad (9)$$

де  $D_1$  і  $D_2$  – постійні інтегрування (комплексні амплітуди), визначувані граничними умовами (5) і (6);

$\tilde{k}_1$  - хвильове число

$$\tilde{k}_1 = \sqrt{\frac{\rho\omega}{i\eta_s}}. \quad (10)$$

Представимо хвильове число  $\tilde{k}_1$  у вигляді наступного виразу:

$$\tilde{k}_1 = k_1 - ia_1 = \frac{\omega}{a_1} - ia_1, \quad (11)$$

де  $k_1$  – хвильове число  $k_1 = \frac{\omega}{a_1}$ ;

$\omega$  – фазова швидкість розповсюдження зсувних деформацій в ущільнюваному шарі;  
 $a_1$  – коефіцієнт загасання збудження.

Прирівняємо вираз (10) і (11), зведемо ліву й праву частини в квадрат та, виділяючи відповідно речову і уявну частини виразу, знайдемо

$$k_1 = \sqrt{\frac{\rho\omega}{2\eta_s}}; \quad a_1 = k_1; \quad (12); \quad a_1 = \sqrt{\frac{2\eta_s\omega}{\rho}}. \quad (13)$$

На підставі залежностей (12) і (13) вираз (9) перетвориться до наступного вигляду:

$$v(z,t) = [D_1 e^{-(a_1+ik_1)z} + D_2 e^{(a_1+ik_1)z}]. \quad (14)$$

Використовуючи вираз (7) і (14), знайдемо розв'язок рівняння (8) в наступному вигляді:

$$v(z,t) = [D_1 e^{-(a_1+ik_1)z} + D_2 e^{(a_1+ik_1)z}] e^{i\omega t}. \quad (15)$$

Підставляючи отримане рішення (15) в граничну умову (6), знайдемо співвідношення між комплексними амплітудами  $D_1$  і  $D_2$ :

$$D_1 = D_2 \frac{e^{(a_1+ik_1)H}}{e^{-(a_1+ik_1)H}}. \quad (16)$$

Підставляючи отриману залежність (16) між комплексними амплітудами  $D_1$  і  $D_2$  у вираз (15), отримаємо розв'язок рівняння (8) в наступному вигляді:

$$v(z,t) = D_2 \frac{e^{(a_1+ik_1)(H-z)} + e^{-(a_1+ik_1)(H-z)}}{e^{-(a_1+ik_1)H}} e^{i\omega t}. \quad (17)$$

Звідси, для хвилі що розповсюджується в позитивному напрямі, знайдемо розв'язок рівняння (8) в наступному вигляді:

$$v(z,t) = D_2 \frac{e^{(a_1+ik_1)(H-z)}}{e^{-(a_1+ik_1)H}} e^{i\omega t}. \quad (18)$$

Підставляючи вираз (18) в граничну умову (5), знайдемо комплексну амплітуду  $D_2$ :

$$D_2 = \frac{Q e^{-(a_1+ik_1)H}}{\{[(c_2 - m\omega^2) - k_1\eta_s\omega F_2 H] + ia_1\eta_s\omega F_2 H\} e^{(a_1+ik_1)H}}. \quad (19)$$

Помножимо чисельник і знаменник виразу (19) на комплексне число, зпряжене комплексному числу знаменника. Отримаємо:

$$D_2 = \frac{Q e^{-(a_1+ik_1)H} \{[(c_2 - m\omega^2) - k_1\eta_s\omega F_2 H] - ia_1\eta_s\omega F_2 H\}}{\{[(c_2 - m\omega^2) - k_1\eta_s\omega F_2 H]^2 + (a_1\eta_s\omega F_2 H)^2\} e^{(a_1+ik_1)H}}. \quad (20)$$

Аналіз знаменника отриманої залежності (20) для комплексної амплітуди  $D_2$  показує, що вираз  $k_1\eta_s\omega FH = \frac{\eta F_2 H \omega^2}{a_1}$  є інерційною силою цементобетонної суміші, а вираз  $a_1\eta_s\omega F_2 H$  силу непружного опору. При цьому приведена маса цементобетонної суміші при зсувних деформаціях може бути визначена з наступної залежності:



$$m_\tau = \frac{\eta_s F_2 H}{a_1}, \quad (21)$$

а коефіцієнт непружного опору при зсувних деформаціях з наступної залежності:

$$b_\tau = a_1 \eta_s F_2 H. \quad (22)$$

На підставі (21) і (22) вираз (20) перетвориться до наступного вигляду:

$$D_2 = \frac{Q e^{-(a_1 + ik_1)H} \{ [c_2 - (m + m_\tau)\omega^2] - ib_\tau \omega \}}{\{ [c_2 - (m + m_\tau)\omega^2]^2 + (b_\tau \omega)^2 \} e^{(a_1 + ik_1)H}}. \quad (23)$$

Підставляючи вираз (23) в залежність (18), знайдемо в комплексній формі зв'язок рівняння (3), що задовольняє граничним умовам (5) і (6):

$$v(z, t) = \frac{Q e^{-(a_1 + ik_1)z} \{ [c_2 - (m + m_\tau)\omega^2] - ib_\tau \omega \}}{[c_2 - (m + m_\tau)\omega^2]^2 + (b_\tau \omega)^2} e^{i\omega t}. \quad (24)$$

Виділяючи з отриманого виразу (24) уявну частину комплексного числа, отримаємо після достатньо складних перетворень зв'язок хвильового рівняння коливань (3), що задовольняє граничним умовам (5) і (6) в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} v(z, t) &= Q e^{-a_1 z} \frac{\cos k_1 z \sin(\omega t - \varphi) - \sin k_1 z \cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{[c_2 - (m + m_\tau)\omega^2]^2 + (b_\tau \omega)^2}} = \\ &= Q e^{-a_1 z} \frac{\sin(\omega t - \varphi - k_1 z)}{\sqrt{[c_2 - (m + m_\tau)\omega^2]^2 + (b_\tau \omega)^2}}, \end{aligned} \quad (25)$$

де  $\varphi$  - кут зсуву фаз, 
$$\varphi = \arctg \frac{b_\tau \omega}{c_2 - (m + m_\tau)\omega^2}. \quad (26)$$

Отриманий вираз (25) описує закон коливань динамічної системи „рухома рама – ущільнюване середовище“, тобто воно при  $z = 0$  описує коливання рухомої рами віброплощадка, при  $z > 0$  описує рух цементобетонної суміші, а при  $z = H$  – рух верхнього шару суміші:

$$v(0, t) = A_{0\tau} \sin(\omega t - \varphi); \quad (27)$$

$$v(z, t) = A_{0\tau} e^{-a_1 z} \sin(\omega t - \varphi - k_1 z); \quad (28)$$

$$v(H, t) = A_{0\tau} e^{-a_1 H} \sin(\omega t - \varphi - k_1 H), \quad (29)$$

де  $A_0$  – амплітуда коливань рухомої рами віброплощадки в горизонтальному напрямі

$$A_0 = \frac{Q}{\sqrt{[c_2 - (m + m_\tau)\omega^2]^2 + (b_\tau \omega)^2}}. \quad (30)$$

Дотичне напруження, яке виникає в ущільнюваній цементобетонній суміші при зсувних деформаціях, викликане горизонтальними коливаннями рухомої рами віброплощадка, визначиться при підстановці виразу (30) в рівність (2):

$$\tau(z, t) = -A_0 \eta_s \omega \sqrt{a_1^2 + k_1^2} e^{-a_1 z} \cos(\omega t - \varphi_1 - k_1 z), \quad (31)$$

де  $\varphi_1 = \varphi - \arctg \frac{k_1}{a_1}. \quad (32)$

При цьому напруження, яке виникає у основі ущільнюваного шару і на його поверхні, визначиться відповідно з наступних виразів:

$$\tau(0, t) = -A_0 \eta_s \omega \sqrt{a_1^2 + k_1^2} \cos(\omega t - \varphi_1); \quad (33)$$

$$\tau(H, t) = -A_0 \eta_s \omega \sqrt{a_1^2 + k_1^2} e^{-a_1 H} \cos(\omega t - \varphi_1 - k_1 H). \quad (34)$$

Зміна величини середнього дотичного напруження в ущільнюваному шарі цементобетонної суміші залежно від часу  $t$  визначиться з наступного виразу:

$$\begin{aligned}\tau_{\bar{n}\bar{d}}(t) &= \frac{1}{H} \int_0^H \tau(z,t) dz = \frac{A_0 \eta_s \omega \sqrt{a_1^2 + k_1^2}}{H} \int_0^H e^{-a_1 z} \cos(\omega t - \varphi_1 - k_1 z) dz = \\ &= \frac{A_0 \eta_s \omega}{H} \sqrt{(1 - e^{-a_1 H} \cos k_1 H)^2 + \sin^2 k_1 H} \cos(\omega t - \varphi + \theta_2),\end{aligned}\quad (35)$$

$$\text{де } \theta_2 = \operatorname{arctg} \frac{\sin k_1 H}{1 - e^{-a_1 H} \cos k_1 H}.\quad (36)$$

Амплітуда середнього дотичного напруження, яке виникає в ущільнюваному шарі цементобетонної суміші в горизонтальному напрямі при зсувних деформаціях, викликана горизонтальними коливаннями рухомої рами віброплощадка, визначиться з виразу (35), тобто

$$\tau_{0\bar{n}\bar{d}} = -\frac{A_0 \eta_s \omega}{H} \sqrt{(1 - e^{-a_1 H} \cos k_1 H)^2 + \sin^2 k_1 H}\quad (37)$$

### Висновки.

1. На основі теоретичних досліджень динамічної системи «віброплощадка – ущільнюване середовище», в якій останнє представлено у вигляді системи з розподіленими параметрами, розроблена фізико-механічна модель, що дозволяє достатньо точно визначити диссипативні і інерційні сили, що діють з боку суміші, на вібраційну машину при горизонтально направлених коливаннях.

2. Визначені дотичні напруження, які виникають в цементобетонній суміші при її взаємодії з днищем форми.

3. Отримані теоретичні залежності дозволяють встановити закон руху цементобетонної суміші і віброплощадки, визначити основні параметри віброплощадки і раціональні режими вібраційної дії на цементобетонну суміш залежно від геометричних розмірів і конфігурації формованого виробу.

4. Запропоновані теоретичні залежності є основою для розробки і проектування віброплощадок і дебалансних віброзбуджувачів кругових коливань, призначених для формування просторових залізобетонних конструкцій.

### Література

1. Нестеренко М.П. Вібраційні площадки з просторовими коливаннями для виготовлення залізобетонних виробів широкої номенклатури / М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вип. 16. – С. 177–181.
2. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона / И.Н. Ахвердов. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.
3. Гусев Б.В. Вибрационная технология бетона / Б.В. Гусев, В.Г. Зазимко. – К.: Будівельник, 1991. – 160 с.
4. Десов А.Е. Вибрированный бетон. – М.: Госстройиздат, 1956. – 230 с.
5. Гольдштейн Б.Г. Глубинные вибраторы для уплотнения бетона / Б.Г. Гольдштейн, Л.П. Петрунькин. – М.: Машиностроение, 1966. – 169 с.
6. Овчинников П. Ф. Виброреология. / П.Ф. Овчинников. – К.: Наукова думка, 1983. – 272 с.
7. Сивко В.И. Основы механики вибрируемой бетонной смеси / В. И. Сивко. – К.: Высш. шк., 1987. – 168 с.
8. Олехнович К.А. Исследования характера многокомпонентных колебаний малозумных виброплощадок / К.А. Олехнович, Ю.И. Виноградов. – Полтава: ПИСИ, 1980. – 13 с.
9. Орисенко О.В. Дослідження просторового руху робочого органа вібраційної машини для формування трубчастих залізобетонних виробів / О.В. Орисенко, М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2000. – Вип. 6, частина 1. – С.172 – 175.
10. Маслов А.Г. Вибрационные машины и процессы в дорожном строительстве / А.Г. Маслов, В.М. Пономарь // К.: Будівельник, 1985. – 128 с.
11. Назаренко І.І. Вібраційні машини і процеси будівельної індустрії: Навчальний посібник / І.І. Назаренко. – К.: КНУБА, 2007. – 230 с.
12. Файвусович А.С. Реологические свойства бетонных смесей при ударных и ударно-вибрационных воздействиях / А.С. Файвусович, Ю.А. Зубов // Изв. вузов. Стр-во и архитектура, 1981, № 11, с. 68 – 71.