

УДК 666.97.003.16

*М.П. Нестеренко, д.т.н., професор**Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка*

## **АНАЛІТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ВІБРОМАШИНИ З БЕТОННОЮ СУМІШШЮ ПРИ ДІЇ ВЕРТИКАЛЬНО НАПРАВЛЕНОЇ СКЛАДОВОЇ ПРОСТОРОВИХ КОЛИВАНЬ ВІБРОМАШИНИ**

**АНОТАЦІЯ.** *Визначено характер взаємодії вібромашини з бетонною сумішшю при дії вертикально направленої складової просторових коливань вібромашини на основі аналітичного дослідження динамічної системи «вібромашина – бетонне середовище».*

**Ключові слова:** *вібробуджувач, вібромашина, дебаланс, математична модель, просторові коливання, пружна опора, бетонна суміш.*

**ANNOTATION.** *Character of cooperation of vibration machines is certain with cement by concrete mixture at the action of the apeak directed constituent of spatial vibrations vibration machines on the basis of analytical research of the dynamic system «vibration machine – cement by concrete environment».*

**Key words:** *vibroexciter, vibration platform, mathematical model, spatial oscillations, unbalans, resilient support, concrete mixture.*

**Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями.** Досить широкого поширення при формуванні залізобетонних виробів набуло розроблене у ПолтНТУ вібраційне обладнання з просторовими коливаннями робочого органа [1], удосконалення котрого може проводитися на підставі аналітичних досліджень з врахуванням фізико-механічних характеристик ущільнюваного середовища і визначенням на їхній основі раціональних параметрів вібраційної площадки та режимів вібраційної дії.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання даної проблеми.** У розрахунках вібраційного обладнання для формування залізобетонних виробів використовуються різні підходи до складення математичних моделей, про що свідчать публікації різних років. Відомі математичні моделі можна умовно розподілити на дві групи: плоскі динамічні моделі руху робочого органу, що розглядають рух у вертикальній або горизонтальній площині [2–7], та просторові – які розглядають рух робочого органу у просторі [8–9].

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття.** У "плоских" математичних моделях розглядається вплив бетонної суміші на поглинання енергії з врахуванням її реологічних властивостей. У математичних моделях вібраційних машин з просторовими коливаннями робочого органа бетонна суміш враховується у вигляді твердого тіла як приєднана маса до коливальної системи. Але у реальних віброплощадок із просторовими коливаннями робочого органа частина енергії витрачається на тертя бетонної суміші по піддону форми, інша частина поглинається бетонною сумішшю при її ущільненні. Раціональні параметри вібромашини можна устаєовити шляхом визначення енергетичних витрат на основі вивчення закону руху даної динамічної системи, включаючи рух як рухомої рами вібромашини, днища форми, так і рух ущільнюваного середовища у вертикальному напрямі.

**Метою даної роботи** є проведення аналітичних досліджень характеру взаємодії вібромашини з бетонною сумішшю при дії вертикально направленої складової просторових коливань вібромашини на основі аналітичного дослідження динамічної системи «вібромашина – бетонне середовище», які дозволять врахувати фізико-механічні характеристики ущільнюваного середовища і визначити раціональні параметри вібраційної площадки та режими вібраційної дії, при яких забезпечується ефективно ущільнення бетонних сумішей.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Для визначення характеру взаємодії вібромашина з ущільнюваною бетонною сумішшю при вертикально направлених коливаннях досліджуємо динамічну систему «вібромашина – бетонне середовище» (рис.1). Приймаємо розрахункову схему в котрій рухома рама 1 вібромашини встановлена на пружні опори 2, закріплені на фундаменті 3 симетрично до вертикальної осі Z. Вібробуджувач кругових коливань 4 уставлено в центральному вікні рухомої рами таким чином, що вісь обертання його дебалансу 5 нахилена до вертикалі на кут  $\beta$ , а площина 11 дії вимушуючої сили  $\Phi$  перпендикулярна до осі обертання дебалансу і проходить через точку O, відповідну положенню ц. м. коливальної системи. Електродвигун 6, установлений на піддвигуневій рамі 7, приводить в обертання дебаланс 5 через клинопасову передачу 8. Форма 9, заповнена ущільнюваною бетонною сумішшю, встановлюється на рухома раму 1 між жорсткими клиновими упорами 10.

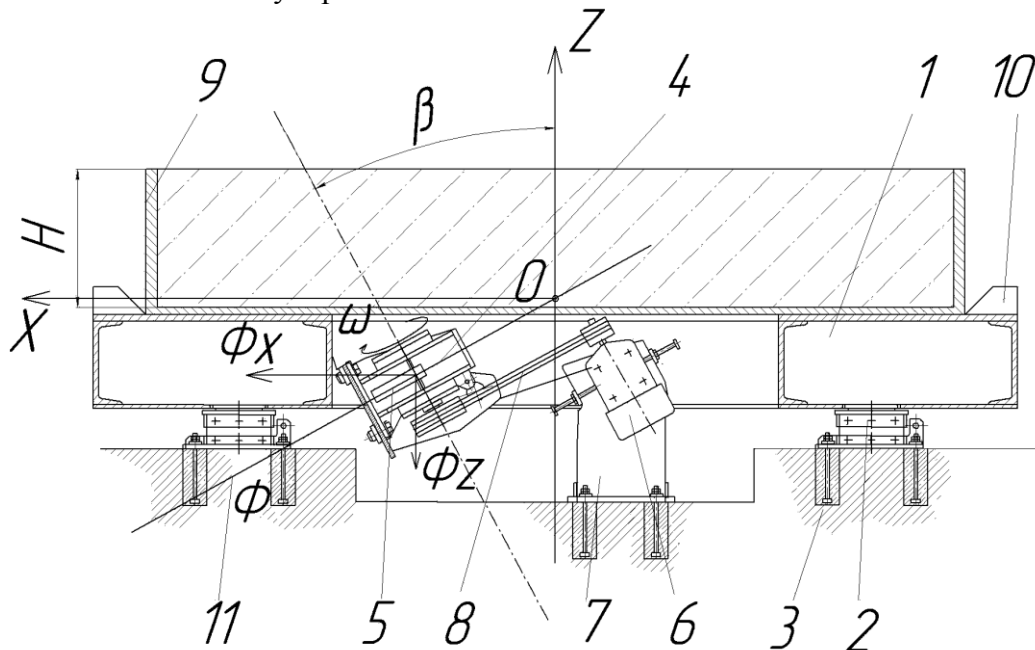


Рисунок 1. Розрахункова схема динамічної системи «вібромашина – бетонне середовище»: 1 – рухома рама вібромашини; 2 – пружна опора; 3 – фундамент; 4 – вібробуджувач; 5 – дебаланс; 6 – електродвигун; 7 – піддвигунева рама; 8 – клинопасова передача; 9 – форма із бетонною сумішшю; 10 – клиновий упор; 11 – площина обертання дебалансу.

При обертанні дебалансу виникає вимушуюча відцентрова сила кругової дії  $\Phi$ , вектор якої обертається у площині 11 із кутовою швидкістю  $\omega$ . Складові сили  $\Phi$  по осях прямокутної системи координат OXYZ з початком у ц. м. O, рівні

$$\Phi_x = \Phi \cos \beta \cos \omega t; \quad \Phi_y = \Phi \sin \omega t; \quad \Phi_z = \Phi \sin \beta \cos \omega t,$$

збуджують трикомпонентні просторові коливання рухомої рами 1 і встановленої на ній форми 9, які її днищем та бортами передаються бетонній суміші, забезпечуючи її ущільнення.

Розглянемо процес ущільнення бетонної суміші від нормальних вертикально направлених коливань  $\Phi_z = \Phi \sin \beta \cos \omega t$ . Тут форма конструктивно виконана з плоским днищем, а оброблюване середовище представлене у вигляді системи з розподіленими параметрами.

Залежність між напруженням і деформацією оброблюваного бетонного середовища може бути в першому наближенні описана наступним рівнянням

$$\sigma = E \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} + \xi \cdot u(z,t), \quad (1)$$

де  $u$  і  $z$  – ейлерова і лагранжева координати;

$E$  – динамічний модуль пружної деформації ущільнюваної бетонної суміші;

$\xi$  – коефіцієнт опору, що враховує зчеплення та внутрішнє тертя в бетонній суміші, а також витрати енергії на переорієнтацію частинок й інші явища в бетонній суміші, супроводжуючі вібраційне ущільнення.

Значення динамічного модуля пружної деформації ущільнюваної бетонної суміші  $E$  залежно від консистенції суміші, її густини та відносної пластичної деформації можуть бути представлені у вигляді показникової функції:

$$E = E_0 \exp(kS^n), \quad (2)$$

де  $E_0$  – динамічний модуль пружної деформації не ущільненого бетонного шару суміші при густині  $\rho_0$ ;

$S$  – коефіцієнт відносної пластичної деформації  $S = \varepsilon/\varepsilon_k$ ;

$\varepsilon$  – величина відносної пластичної деформації при поточному значенні густини  $\varepsilon = \frac{\rho - \rho_0}{\rho}$ ;

$\varepsilon_k$  – максимальна величина відносної пластичної деформації при остаточному значенні густини  $\varepsilon_k = \frac{\rho_k - \rho_0}{\rho_k}$ ;

$\rho_0$  – густина шару суміші в не ущільненому стані;

$k$  та  $n$  – коефіцієнти, визначувані дослідним шляхом, для важких бетонних сумішей різної консистенції з водоцементним відношенням  $V/\text{ц} = 0,4 - 0,48$  і  $V/\text{ц} = 0,57 - 0,69$ :  $k=1,61$  і  $n=1,4$ .

Значення коефіцієнта опору  $\xi$  можна визначити з достатнім ступенем точності з наступної залежності

$$\xi = a\rho\omega, \quad (3)$$

де  $a$  – фазова швидкість розповсюдження вимушених коливань в ущільнюваному шарі бетонної суміші,

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad (4)$$

$\omega$  – кутова частота вимушених коливань.

Диференціальне рівняння руху ущільнюваної суміші у напрямі координати  $z$  за час  $t$  матиме вигляд

$$\frac{\partial \sigma(z,t)}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}, \quad (5)$$

або з урахуванням залежності (1)

$$E \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} + \xi \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Розв'язок хвильового рівняння коливань (6) відшукуватимемо за наступних граничних умов:

$$-m \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial t^2} - c_1 u(0,t) + EF \frac{\partial u(0,t)}{\partial z} + \xi F u(0,t) = -\Phi \cos \beta \sin(\omega t); \quad (7)$$

$$E \frac{\partial u(H,t)}{\partial z} + \xi u(H,t) = 0, \quad (8)$$

де  $m$  – маса вібростани;

$c_1$  – коефіцієнт жорсткості пружних опор у вертикальному напрямі;



$\Phi$  – вимушуюча сила;

$F$  – площа днища форми, що контактує з бетонною сумішшю;

$H$  – висота ущільнюваного шару суміші.

Для розв'язання рівняння (6) представимо функцію  $u(z, t)$  у вигляді [9]:

$$u(z, t) = U(z) \sin \omega t \quad (9)$$

де  $U(z)$  – комплексна амплітуда коливань, котра визначається з граничних умов (7) та (8).

Підставляючи вираз (9) у рівняння (6), отримуємо рівняння

$$\frac{\partial^2 U(z)}{\partial z^2} + 2\delta_1 \frac{\partial U(z)}{\partial z} + k^2 U(z) = 0, \quad (10)$$

де  $k$  – хвильове число,

$$k = \frac{\omega}{a}; \quad (11)$$

$\delta_1$  – коефіцієнт загасання вимушуючої сили в ущільнюваному шарі бетонної суміші

$$\delta_1 = \frac{\xi}{2E}. \quad (12)$$

Підставляючи розв'язок рівняння (10) у вираз (9), отримуємо залежність для визначення функції  $u(z, t)$  у наступному вигляді:

$$u(z, t) = e^{-\delta_1 z} (M \sin k_1 z + N \cos k_1 z) \sin \omega t, \quad (13)$$

де  $M$  і  $N$  – постійні інтегрування, які визначаються з граничних умов (7) і (8)

$$k_1 = \sqrt{k^2 + \delta_1^2}. \quad (14)$$

Підставляючи вираз (13) у граничну умову (8), знайдемо співвідношення між постійними інтегрування  $M$  та  $N$ :

$$M = N \frac{k_1 E \sin k_1 H - 0,5 \xi \cos k_1 H}{k_1 E \cos k_1 H + 0,5 \xi \sin k_1 H} = N \frac{\sin(k_1 H - \lambda_1)}{\cos(k_1 H - \lambda_1)}, \quad (15)$$

де  $\lambda_1$  – кут зсуву фаз,

$$\lambda_1 = \arctg \frac{0,5 \xi}{k_1 E}. \quad (16)$$

Підставляючи отриманий вираз (15) у граничну умову (7), послідовно, після нескладних перетворень, знайдемо постійні інтегрування  $N$  і  $M$ :

$$N = \frac{Q}{c_1 - [m + \frac{\rho F}{k} \operatorname{tg}(k_1 H - \lambda_1)] \sqrt{1 - \frac{0,25 \xi^2}{E^2 \omega^2} + \frac{0,5 \xi F}{\omega^2}} \omega^2}; \quad (17)$$

$$M = \frac{Q \sin(k_1 H - \lambda_1)}{c_1 - [m + \frac{\rho F}{k} \operatorname{tg}(k_1 H - \lambda_1)] \sqrt{1 - \frac{0,25 \xi^2}{E^2 \omega^2} + \frac{0,5 \xi F}{\omega^2}} \omega^2 \cos(k_1 H - \lambda_1)}. \quad (18)$$

Підставляючи вирази (17) і (18) у залежність (13), знайдемо шукане рішення рівняння (6) у наступному вигляді

$$u(z, t) = A_1 e^{-\delta_1 z} \frac{\cos[k_1 (H - z) - \lambda_1]}{\cos(k_1 H - \lambda_1)} \sin \omega t, \quad (19)$$

де  $A_1$  – амплітуда коливань вібростанини,

$$A_1 = \frac{Q}{c_1 - [m + \frac{\rho F}{k} \operatorname{tg}(k_1 H - \lambda_1) \sqrt{1 - \frac{0,25\xi^2}{F^2 \omega^2} + \frac{0,5\xi F}{\omega^2}}] \omega^2} \quad (20)$$

При  $z = 0$  вираз (19) описує закон руху рухомої рами вібромашинаа, тобто

$$u(0, t) = A_1 \sin \omega t. \quad (21)$$

З аналізу отриманих залежностей (19) та (20) виходить, що вираз

$$[\frac{\rho F}{k} \operatorname{tg}(k_1 H - \lambda_1) \sqrt{1 - \frac{0,25\xi^2}{F^2 \omega^2} + \frac{0,5\xi F}{\omega^2}}] \omega^2 \quad (22)$$

є величиною сили інерції ущільнюваного шару бетонної суміші у вертикальному напрямі. Звідси витікає, що при вібраційній дії у вертикальному напрямі приведена маса бетонної суміші  $m_{\text{прп}}$  може бути визначена з наступного виразу:

$$m_{\text{прп}} = [\frac{\rho}{k} \operatorname{tg}(k_1 H - \lambda_1) \sqrt{1 - \frac{0,25\xi^2}{E^2 \omega^2} + \frac{0,5\xi F}{\omega^2}}] \omega^2 F. \quad (23)$$

Величина питомої приведеної маси бетонної суміші при коливаннях у вертикальному напрямі визначиться з виразу (23) і буде рівна:

$$m_{\text{прп}} = [\frac{\rho}{k} \operatorname{tg}(k_1 H - \lambda_1) \sqrt{1 - \frac{0,25\xi^2}{E^2 \omega^2} + \frac{0,5\xi F}{\omega^2}}] \omega^2 F. \quad (24)$$

Аналіз отриманих виразів показує, що значення приведеної маси ущільнюваного шару бетонної суміші  $m_{\text{прп}}$  при вертикальній вібраційній дії істотно залежать від динамічного модуля пружної деформації і коефіцієнта опору  $\xi$  ущільнюваної бетонної суміші, її густини  $\rho$ , фазової швидкості розповсюдження вимушуючої сили в ущільнюваному шарі  $a$ , кутової частоти коливань  $\omega$ , товщини оброблюваного шару  $H$ , і площі опорної поверхні днища форми  $F$ .

Підставляючи розв'язок (19) у залежність (1), знайдемо величину напруження, яке виникає в ущільнюваному шарі бетонної суміші:

$$\sigma_{11}(z, t) = A_1 \omega \sqrt{E \rho} e^{-\delta_1 z} \frac{\sin k_1 (H - z)}{\cos(k_1 H - \lambda_1)} \sin \omega t. \quad (25)$$

Отримана залежність (25) дозволяє визначити напруження в ущільнюваній бетонній суміші, які викликаються відносною деформацією ущільнюваного шару.

Середнє напруження, яке виникає в ущільнюваному шарі бетонної суміші, визначиться з наступного виразу:

$$\begin{aligned} \sigma_{11cp} &= \frac{1}{H} \int_0^H \sigma(z, t) dz = \\ &= A_1 \omega \sqrt{E \rho} \frac{1}{H \sqrt{k_1^2 + \delta_1^2} [e^{-\delta_1 H} \cos \lambda_1 - \cos(k_1 H + \lambda_1)] \sin \omega t}. \end{aligned} \quad (26)$$

Напруження, яке виникає в основі ущільнюваного шару цементно-бетонної суміші, визначиться з виразу (25):

$$\sigma_{11}(0, t) = A_1 \omega \sqrt{E \rho} \frac{\sin k_1 H}{\cos(k_1 H - \lambda_1)} \sin \omega t. \quad (27)$$

Напруження, яке виникає в основі шару суміші від дії власної сили інерції шару, може бути визначені з наступної залежності:

$$\sigma_{12}(0, t) = A_1 \omega^2 \rho g H \sin \omega t. \quad (28)$$

Тоді загальна величина нормального напруження, яке виникає в основі ущільнюваного шару бетонної суміші, може бути визначена з наступної залежності

$$\sigma_1(0,t) = \sigma_{11}(0,t) + \sigma_{12}(0,t). \quad (29)$$

Загальна величина середнього нормального напруження в ущільнюваному шарі бетонної суміші визначатиметься з наступного виразу:

$$\sigma_{1cp}(0,t) = \sigma_{11cp}(0,t) + 0,5\sigma_{12}(0,t) \quad (30)$$

### Висновки

1. Отримані теоретичні залежності дозволяють достатньо точно врахувати фізико-механічні характеристики ущільнюваного середовища і визначити раціональні параметри вібраційної площадки і режими вібраційної дії, при яких забезпечується ефективне ущільнення бетонних сумішей.
2. Вирази (19), (20) і (23) – (30) дозволяють визначити закон руху динамічної системи і фізико-механічні характеристики бетонної суміші, які можуть бути використані при дослідженні складних динамічних систем з просторовими коливаннями та при ущільненні залізобетонних виробів зі складною конфігурацією.

### Література

1. Нестеренко М.П. Вібраційні площадки з просторовими коливаннями для виготовлення залізобетонних виробів широкої номенклатури / М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вип. 16. – С. 177–181.
2. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона / И.Н. Ахвердов. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.
3. Гусев Б.В. Вибрационная технология бетона / Б.В. Гусев, В.Г. Зазимко. – К.: Будівельник, 1991. – 160 с.
4. Десов А.Е. Вибрированный бетон. – М.: Госстройиздат, 1956. – 230 с.
5. Гольдштейн Б.Г. Глубинные вибраторы для уплотнения бетона / Б.Г. Гольдштейн, Л.П. Петрунькин. – М.: Машиностроение, 1966. – 169 с.
6. Овчинников П. Ф. Виброреология. / П.Ф. Овчинников. – К.: Наукова думка, 1983. – 272 с.
7. Сивко В. И. Основы механики вибрируемой бетонной смеси / В. И. Сивко. – К.: Вышш. шк., 1987. – 168 с.
8. Олехнович К.А. Исследования характера многокомпонентных колебаний малочумных виброплощадок / К.А. Олехнович, Ю.И. Виноградов. – Полтава: ПИСИ, 1980. – 13 с.
9. Орисенко О.В. Дослідження просторового руху робочого органа вібраційної машини для формування трубчастих залізобетонних виробів / О.В. Орисенко, М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2000. – Вип. 6, частина 1. – С.172 – 175.
10. Нестеренко, М. П. Дослідження характеру взаємодії вертикальних стінок форми з цементобетонною сумішшю при дії горизонтальної складової просторових коливань вібрмашини / М. П. Нестеренко // Нові технології. Науковий вісник Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій і управління №4 (26). – 2009. – С. 153-158.
11. Нестеренко, М. П. Дослідження зміни коефіцієнта приєднаної маси цементобетонної суміші при горизонтальних коливаннях залежно від її властивостей та умов формування виробів / М. П. Нестеренко // Науковий вісник будівництва. Харків: ХДТУБА-ХОТВ АБУ, № 61. – 2010. – С. 184 – 191.
12. Нестеренко, М. П. Визначення коефіцієнта приєднаної маси цементобетонної суміші при вертикальних коливаннях залежно від властивостей та умов формування виробів / М. П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ. Випуск 1 (26). – 2010. – С. 78 – 85.