

**Гринченко А.С.**  
*Харьковский национальный техниче-  
ский университет сельского хозяй-  
ства имени Петра Василенка*

**СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВНЕЗАПНЫХ  
МЕХАНИЧЕСКИХ ОТКАЗОВ**

УДК 62-192.624.041

Рассмотрены основы построения стохастических моделей прогнозирования внезапных механических отказов при многократном экстремальном нагружении. Определены величины коэффициентов запаса прочности, обеспечивающие заданную вероятность безотказной работы элементов.

**Ключевые слова:** механические отказы, прогнозирование, стохастические модели, запас прочности.

**Постановка проблемы.** Внезапные механические отказы элементов и систем в машинах и конструкциях в основном бывают обусловлены случайными экстремальными нагрузками, которые могут скачкообразно хотя бы раз превысить несущую способность и привести к квазистатическому разрушению или возникновению недопустимых остаточных деформаций. Несущую способность каждого из элементов следует также считать случайными величинами и поэтому закономерности возникновения внезапных механических отказов являются стохастическими. Существенным признаком внезапного механического отказа является то, что его риск можно считать не зависящим от накопленного ранее повреждения и предыстории нагружения элемента.

Обеспечение надежности элементов машин от внезапных механических отказов при традиционном детерминированном подходе к проектировочным расчетам до последнего времени сводится к использованию коэффициентов запаса прочности [1], назначение которых состоит в том, чтобы учитывать и компенсировать влияние различных случайных факторов на механические характеристики материалов и величину действующих эксплуатационных нагрузок. Тем самым фактически признается наличие влияния случайности при обеспечении надежности, однако для учета этого влияния вероятностные модели и методы не используются. Коэффициенты запаса прочности (безопасности) задаются в нормативных технических документах или стандартах, используемых в различных отраслях машиностроения. Их величину обычно устанавливают эмпирическим путем на основе экспертного анализа и обобщения предшествующего опыта проектирования и эксплуатации изделий аналогичного назначения.

**Цель статьи** - изложение основ построения стохастических моделей и прогнозирования внезапных механических отказов сельскохозяйственной техники.

**Изложение основного материала.** Кроме основных стационарных режимов работы многие элементы могут дополнительно подвергаться импульсным экстремальным воздействиям, имеющим нестационарный характер. Момент времени их появления и величина случайны и практически не связаны с основным стационарным режимом и его характеристиками. Такие накладывающиеся на стационарный процесс участки, имеющие нестационарный характер, бывают связаны с переходными динамическими процессами в трансмиссии, подвеске, других упругих системах и их элементах, обусловленными разгоном (троганием с места) или резким торможением, внезапным наездом колеса на отдельную неровность или попаданием в выбоину, наличием на обрабатываемом участке поля инородных тел и т.д.

Диапазон возникающих при этом экстремальных нагрузок можно оценивать расчетными методами [2, 3], а также на основе специальных полигонных и стендовых испытаний [4, 5]. Число таких экстремальных нагружений за весь период эксплуатации

конкретного елемента являється випадковим і може бути дуже значущим, ісчислюється десятками і сотнями. Разом з тим, реєстрація і статистичний аналіз реальних величин і частоти екстремальних навантажень цього типу у елементах мобільних машин звичайно ускладнені ввиду того, що в умовах експлуатації вони рідкі і короткочасні. На практиці іноді сама можливість виникнення таких навантажень виявляється тільки по їх наслідкам – випадкам раптового руйнування або деформації елементів. Практичні методи забезпечення механічної надійності елементів машин при багаторазовому впливі випадкових екстремальних навантажень в основному зводяться до наступного:

- проектування з достаточними запасами міцності, урахуванням наявності випадкового розсіювання міцнісних характеристик і багаторазово впливаючих екстремальних навантажень (вибір матеріалів, форми і розмірів деталей, їх раціональної компоновки в вузлах і т.д.);

- підвищення нижньої межі розсіювання несущої здатності елементів за рахунок їх попереднього навантаження або використання інших методів сплошного контролю нижнього рівня статичної міцності.

- обмеження максимальних навантажень, діючих на деталі, шляхом застосування захисних муфт, обмежувачів деформацій, захисних клапанів і інших пристроїв, захищають деталі від перевантажень.

Прогнозування надійності елементів при раптових механічних отказах пов'язано з побудовою стохастических моделей, що дозволяють оцінювати ймовірність безотказної роботи, як ймовірність неперевиконання величиною екстремальної навантаження  $P_n$  величини несущої здатності  $P_n$  елемента. Розглянемо спочатку спрощений варіант, коли несуща здатність елементів має настільки мале випадкове розсіювання, що їм на практиці можна пренебрати. Тоді будемо вважати заданим неслучайний (детермінований) і постійний во часі граничний рівень  $P_o$  несущої здатності. При цьому в якості коефіцієнта запасу  $K$  слід приймати відношення граничного рівня  $P_o$  до середньої величини випадкових екстремальних навантажень  $\bar{P}_n$ , т.е.

$$K = \frac{P_o}{\bar{P}_n} .$$

Відповідно до відомого з теорії ймовірностей нерівності Чебишева [6] при будь-якому законі розподілу випадкової навантаження можна оцінити верхню межу для ймовірності відмови при першому (одноразовому) екстремальному навантаженні:

$$Q_1 = \text{Вер}(P_n \geq P_o) \leq \frac{\bar{P}_n}{P_o} = \frac{1}{K} . \quad (1)$$

Отже, нижня межа  $\tilde{R}_1$  для ймовірності безотказної роботи при першому навантаженні  $R_1$  може бути визначена з виразу

$$R_1 \geq \tilde{R}_1 = 1 - \frac{1}{K} . \quad (2)$$

З (2) випливає, що при відсутності інформації про вид і параметри розподілу екстремальних навантажень гарантована оцінка  $\tilde{R}_1$  практично непридатна для

обеспечения обычно требуемого для элементов машин [3] достаточно высокого нормативного уровня безотказности:  $R = 0,9 \div 0,999$ . Так, например, если задать  $\tilde{R}_1 = 0,9$ , то соответствующее значение коэффициента запаса должно составлять  $K=10$ . Реализовывать такие запасы прочности в машинах при проектировании практически нецелесообразно. Следует также заметить, что оценка вида (2) справедлива только при однократном экстремальном нагружении, а при многократных нагрузках заданную надежность не обеспечивает.

Подход, который дает возможность получения практически полезных результатов, заключается в задании вида и параметров предполагаемого закона распределения экстремальных нагрузок. При этом целесообразно использовать функции распределений непрерывных положительных случайных величин с унимодальной (одновершинной) плотностью и бесконечной верхней границей случайного рассеивания. Ввиду того, что единственным и наиболее удобным параметром, задающим уровень случайного рассеивания нагрузки или несущей способности при машиностроительных расчетах является безразмерный коэффициент вариации, предпочтительнее применять двухпараметрические законы распределения. В дальнейшем при построении моделей широко используются: закон распределения Вейбулла, а также логарифмически логистическое [7] и распределение Фреше [8]. Традиционным является применение нормального, логарифмически нормального и двойного экспоненциального [9] распределений.

Если функция распределения нагрузки при любом экстремальном нагружении  $F(P_H)$  задана и не зависит от наработки и числа экстремальных нагружений  $m$ , то вероятность безотказной работы при однократном (первом) нагружении элемента может быть определена, как вероятность того, что  $P_H < P_O$  или

$$R_1 = F(P_O). \quad (3)$$

В общем случае при  $m$  экстремальных нагружениях вероятность безотказной работы определяется вероятностью того, что условный максимум  $m$ -кратной нагрузки  $P_{\max}(m) = \max(P_{H_1}, \dots, P_{H_m})$  не превысит постоянный предельный уровень  $P_O$  несущей способности элемента. Из результатов теории экстремальных значений случайных величин [9] известно, что функции распределения условных максимумов  $F(P_{\max}(m))$  и нагрузки  $F(P_H)$  должны быть связаны зависимостью

$$F(P_{\max}(m)) = F^m(P_H). \quad (4)$$

Тогда вероятность безотказной работы элемента при  $m$  экстремальных нагружениях определяется выражением

$$R_m = F^m(P_O) = R_1^m = (1 - Q_1)^m. \quad (5)$$

Из (5) следует, что число экстремальных нагружений  $m$  до внезапного механического отказа при детерминированном постоянном предельном уровне несущей способности элемента имеет дискретное геометрическое распределение [10]. Функция вероятности (дискретная плотность) этого распределения:

$$f(m) = Q_1(1 - Q_1)^{m-1}. \quad (6)$$

Среднее число экстремальных нагружений до отказа:

$$\bar{m} = \frac{1}{Q_1}. \quad (7)$$

При этом дискретный аналог интенсивности внезапных отказов определяется выражением:  $\lambda = Q_1$  и не зависит от  $m$ .

С использованием (3) и (5) определены коэффициенты запаса прочности, обеспечивающие заданную величину вероятности безотказной работы  $R_m = 0,99$  при различных законах распределения случайной экстремальной нагрузки, которые приведены в таблице 1.

Таблица 1

Коэффициенты запаса прочности					
Вид распределения нагрузки	Число нагруженный $m$	Коэффициент вариации нагрузки			
		0,06	0,10	0,20	0,30
Вейбулла	1	1,105	1,183	1,406	1,672
	10	1,127	1,223	1,507	1,865
	50	1,139	1,244	1,562	1,974
Нормальное	1	1,140	1,233	1,466	1,698
	10	1,185	1,309	1,618	1,926
	50	1,213	1,354	1,708	2,062
Логарифмически нормальное	1	1,146	1,249	1,525	1,817
	10	1,199	1,347	1,772	2,271
	50	1,232	1,410	1,938	2,594
Логарифмически логистическое	1	1,162	1,280	1,610	1,977
	10	1,254	1,453	2,064	2,841
	50	1,322	1,586	2,455	3,660
Двойное экспоненциальное	1	1,188	1,314	1,627	1,941
	10	1,296	1,493	1,986	2,480
	50	1,371	1,619	2,237	2,856
Фреше	1	1,197	1,338	1,712	2,102
	10	1,328	1,584	2,350	2,887
	50	1,428	1,783	2,934	4,472

**Вывод.** Предложена общая методика построения моделей прогнозирования надежности элементов машин по внезапным механическим отказам. Показано, что в условиях неопределенности относительно вида законов распределения экстремальной нагрузки при проектировании ответственных элементов для задания вида распределения нагрузки следует использовать распределение Фреше.

### Литература

1. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.
2. Светлицкий В.А. Случайные колебания механических систем. М.: Машиностроение, 1976. – 216 с.
3. Нормирование надежности технических систем: Монография /О.В.Берестнев, Ю.Л.Солитерман, А.М.Гоман – Мн.: УП "Технопринт", 2004. – 266с.
4. Кугель Р.В. Зарубежные автомобили "Автомобилестроение". Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР, М., 1987, - 156 с.

**Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів**  
Technical service of agriculture, forestry and transport systems

5. Лаптев С.А. Комплексная система испытаний автомобилей: Формирование, развитие, стандартизация. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 172 с.
6. Дунин-Барковский И.В., Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М.: Гостехиздат, 1955. - 556 с.
7. Кокс Д.Р., Оукс Д. Анализ данных типа времени жизни/ М.: Финансы и статистика, 1988. - 192 с.
8. G.Upton, I.Cook. Oxford dictionary of Statistics. 2008. - 453 p.
9. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. – М.: Мир, 1965. – 452с.
10. Джонсон Н.Л. Одномерные дискретные распределения/ Н.Л. Джонсон, С. Коц, А.У. Кемп. - М.: Бинوم. 2012. - 559 с.

A.S. Grynchenko **Stochastic models of prognostication sudden mechanical refusals**

The bases of construction of stochastic models of prognostication of sudden mechanical refusals at the frequent extreme loading are considered. The sizes of coefficients of margin of safety, providing the set probability of faultless work of elements, are definite.

**Keywords:** mechanical failures, forecasting, stochastic models, a margin of safety.

### References

1. Rechetov DN Machine parts. - M.: Engineering, 1989. - 496 p.
2. Svetlitsky VA Random vibrations of mechanical systems. M.: Machine-building, 1976. - 216 p.
3. Rationing reliability of technical systems: Monograph /O.V.Berestnev, Yu.L.Soliterman, A.M.Goman - Mn.: UE "Tehnoprint", 2004. - 266s.
4. RV Kugel Foreign cars "Automotive". The results of science and technology. VINITI USSR Academy of Sciences, Moscow, 1987, - 156.
5. Laptev SA A comprehensive system of vehicle testing: formation, development, standardization. - Moscow.: Publishing house standards, 1991. - 172 p.
6. Dunin-Barkovskii IV, Smirnov NV Probability Theory and Mathematical Statistics in the art. M.: Gostekhizdat, 1955. - 556 p.
7. Cox DR, Oakes D. Analysis of the data type Time Life / M.: Finance and Statens stick, 1988. - 192 p.
8. G.Upton, I.Cook. Oxford dictionary of Statistics. 2008. - 453 p.
9. E. Gumbel extreme value statistics. - M.: Mir, 1965. - 452s.
10. Johnson, NL One-dimensional discrete distributions / NL Johnson, S. Kotz, AU Kemp. - M.: Bean. 2012. - 559 p.