

Волков М.П.¹, Драбкин И.А.², Ершова Л.Б.¹, Кондратьев Д.А.¹

¹ООО «Компания РМТ», ул. Ларина, 22 д, Нижний Новгород, 603152, Россия;

²Государственный научно-исследовательский и проектный институт редкометаллической промышленности (ОАО «Гиредмет»), Б. Толмачевский пер., 5/1, Москва, 119017, Россия

ДИНАМИКА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОКАСКАДНЫХ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОДУЛЯХ

Динамика выхода в рабочий режим термоэлектрического охладителя (ТЭО) является важной характеристикой для любого устройства, в котором он используется, и способы расчетного и экспериментального определения ее параметров весьма актуальны. В работе [1] были выведены выражения для временной релаксации единичной ветви и однокаскадных ТЭО и обобщены на случай двухкаскадных ТЭО с различной тепловой нагрузкой и в разных условиях эксплуатации. Эти результаты получили экспериментальное подтверждение в работе [2]. Данная работа ставит своей целью получить метод оценки времени релаксации переходных процессов в ТЭО с любым числом каскадов, исследовать теоретически и экспериментально динамические кривые выхода ТЭО в стационарный режим и сравнить результаты измерений и расчетов.

Ключевые слова: многокаскадный термоэлектрический модуль, константа времени, время релаксации.

The dynamics of reaching the operating mode by thermoelectric cooler (TEC) is an important characteristic for any device where it is employed, and the methods for computational and experimental determination of its parameters are rather relevant. In paper [1], the expressions for time relaxation of a unit leg and a single-stage TEC were derived and generalized for the case of a two-stage TEC under different thermal load and operating conditions. These results were experimentally verified in [2]. The purpose of this paper is to get a method for estimating the relaxation time of transient processes in TEC with any number of stages, to study theoretically and experimentally the dynamic curves of reaching the steady-state mode by TEC and to compare the measured and calculated results.

Key words: multi-stage thermoelectric module, time constant, relaxation time.

Введение

Время выхода в режим (время релаксации) многокаскадного термоэлектрического модуля имеет важное прикладное значение. Под этим временем мы будем понимать время, за которое отклонение температуры модуля от равновесного значения уменьшается в e раз.

Попытки вычисления времени релаксации многокаскадных модулей предпринимались неоднократно [1, 2, 3], однако они носят скорее оценочный характер, не учитывая важные детали конструкции модуля. В статье [4] предлагается методика расчетов нестационарных режимов каскадных термоэлектрических модулей. В настоящей работе мы, по возможности, точно решаем в одномерном приближении зависящее от времени уравнение теплопроводности для многокаскадного термоэлектрического модуля, даем методику нахождения его времени релаксации и проводим сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Метод решения задачи

Рассмотрим многокаскадный модуль (рисунок 1).

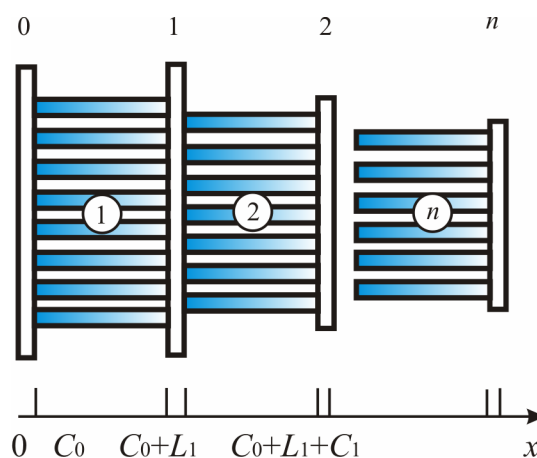


Рис. 1. Схема многокаскадного модуля.

На рисунке каскады модуля нумеруются, начиная с самого «горячего» каскада. Номера каскадов указаны в кружках. Температуру на горячей стороне i каскада обозначим T_i , на холодной T_{0i} . Первый каскад соединен со стоком тепла, находящимся при температуре T_a . Номера теплопереходов начинаются с 0 и приведены вверху рисунка. Толщина i -ого теплоперехода C_i , длина ветви i -ого каскада L_i .

Пусть распределение температур по длине модуля описывается функцией $T(t, x)$, где t – время, x – координата. Если (\cdot) x находится в области теплоперехода, то $T(t, x)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial T_{i,c}(t, x)}{\partial t} = a_c^2 \frac{\partial^2 T_{i,c}(t, x)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где символ i указывает, на номер керамики, а a_c – температуропроводность теплоперехода:

$$a_c = \sqrt{\frac{\kappa_c}{c_c d_c}}, \quad (2)$$

где κ_c – теплопроводность материала теплоперехода, c_c – его теплоемкость, а d_c – плотность.

Если (\cdot) x находится в области ветвей, то

$$\frac{\partial T_{i,ty}(t, x)}{\partial t} = a_{i,ty}^2 \frac{\partial^2 T_{i,ty}(t, x)}{\partial x^2} + \frac{J^2}{c_{i,ty} d_{i,ty} \sigma_{i,ty}}, \quad (3)$$

где i -номер каскада, символом ty обозначен тип проводимости ветви $ty = n, p$, соответственно

$a_{i,ty} = \sqrt{\frac{\kappa_{i,ty}}{c_{i,ty} d_{i,ty}}}$ – температуропроводность ветви типа ty , а $\kappa_{i,ty}$, $c_{i,ty}$, $d_{i,ty}$ – теплопроводность, теплоемкость и плотность ветви типа ty в i каскаде. Все ветви будем для простоты считать соединенными последовательно, поэтому плотность тока J не зависит ни от типа проводимости ty , ни от номера каскада, $\sigma_{i,ty}$ – удельная электропроводность ветви i каскада и типа ty .

Из условия непрерывности температур следует, что на границе керамики и ветвей выполняются соотношения

$$T_{0,c}(t, C_0) = T_{1,ty}(t, C_0), \quad (4)$$

$$T_{k,c} \left(t, \left[C_0 + \sum_{i=1}^{i=k} (C_i + L_i) \right] \right) = T_{k,ty} \left(t, \left[C_0 + \sum_{i=1}^{i=k} (C_i + L_i) \right] \right), \quad k=1, \dots, n, \quad (5)$$

$$T_{k-1,c} \left(t, \left[\sum_{i=1}^{i=k} (C_{i-1} + L_i) \right] \right) = T_{k,ty} \left(t, \left[\sum_{i=1}^{i=k} (C_{i-1} + L_i) \right] \right), \quad k=1, \dots, n. \quad (6)$$

Будем считать, что тепловой поток, текущий через ветви термоэлектрического модуля, равномерно распределяется по сечению теплоперехода. В этом случае одномерное приближение остается справедливым. Для нулевого теплоперехода, или для холодных концов ветвей любого из каскадов такое предположение кажется довольно естественным, так как ветви распределены по поверхности керамики довольно равномерно. Что же касается горячих концов ветвей для каскадов, начиная со второго, то там ветви распределены по площади заметно меньшей общей площади теплоперехода, и для них такое предположение выглядит несколько искусственным. Условие непрерывности тепловых потоков дает на контакте теплопереход-ветвь с учетом (5), (6)

$$-S_{i-1}k_c \frac{\partial T_{i,c}(t, x)}{\partial x} + N_i s \sum_{ty=n,p} \left(k_{ty} \frac{\partial T_{i,ty}(t, x)}{\partial x} + \alpha J T_c(t, x) \right) \Bigg|_{x=C_0, C_0 + \sum_{i=1}^{i=k} (C_i + L_i)} = 0, \quad ty = n, p, \quad k=1, \dots, n, \quad (7)$$

где S_{i-1} – площадь $i-1$ -ого теплоперехода, N_i – число пар термоэлементов, s – сечение ветвей термоэлементов (одинаковые для обоих типов проводимости). Вводя обозначение для коэффициента заполнения k -ой керамики i -ого каскада

$$K_{i,k} = \frac{2N_i s_i}{S_k}, \quad k=i, i-1, \quad (8)$$

можно записать (7) в виде

$$\left(k_n \frac{\partial T_{i,n}(t, x)}{\partial x} + k_p \frac{\partial T_{i,p}(t, x)}{\partial x} \right) - \frac{2k_c}{K_{i,i-1}} \frac{\partial T_{i-1,c}(t, x)}{\partial x} + \bar{\alpha}_i J T_{i,c}(t, x) \Bigg|_{x=C_0, C_0 + \sum_{i=1}^{i=k} (C_i + L_i)} = 0, \quad (9)$$

где $\bar{\alpha}_i = (\alpha_{in} + \alpha_{ip}) / 2$.

Аналогично на контакте ветвь-теплопереход с учетом (4) имеем

$$k_c \frac{\partial T_c(t, x)}{\partial x} - \frac{K_{i,i}}{2} \left(k_n \frac{\partial T_n(t, x)}{\partial x} + k_p \frac{\partial T_p(t, x)}{\partial x} \right) - K_{i,i} \bar{\alpha}_i J T_{ty}(t, x) \Bigg|_{\sum_{i=1}^{i=k} (C_{i-1} + L_i)} = 0, \quad k=1, \dots, n. \quad (10)$$

Краевые условия на холодном теплопереходе модуля:

$$k_c \frac{\partial T_{n,c} \left(t, C_0 + \sum_{i=1}^{i=n} (C_i + L_i) \right)}{\partial x} = q_0, \quad (11)$$

где q_0 плотность теплового потока на холодный теплопереход модуля.

Начальные условия:

$$T_c(0, x) = T_a. \quad (12)$$

Ищем решение (1) в виде

$$T(t, x) = \tau(t)\varphi(x) + \varphi_{st}(x), \quad (13)$$

где $\varphi_{st}(x)$ – решение стационарного уравнения теплопроводности с теми же условиями (4) – (10), что и для нестационарного решения теплопроводности. В силу определения (13) функция $\varphi(x)$ удовлетворяет уравнению (1) и уравнению (3), в котором последний член равен 0. Функции $\varphi(x)$ на теплопереходе и ветвях сшиваются при помощи уравнений (4) – (10). На холодном теплопереходе для последнего каскада $\varphi(x)$ удовлетворяет уравнению (11), в котором $q_0 = 0$. Начальные условия для функции $\varphi(x)$:

$$\varphi_0(x) = T_a - \varphi_{st}(x). \quad (14)$$

Характеристические числа λ находятся методом разделения переменных из уравнения

$$\frac{\partial \tau(t)}{\tau(t) \partial t} = a^2 \frac{d^2 \varphi(x)}{\varphi(x) dx^2} = -\lambda_j^2. \quad (15)$$

Решение уравнения (15) в области i -ого теплоперехода имеет вид:

$$\varphi_{i,c}(x) = A_{i,c} \sin \frac{\lambda_j x}{a_c} + B_{i,c} \cos \frac{\lambda_j x}{a_c}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (16)$$

где $A_{i,c}$ и $B_{i,c}$ – постоянные интегрирования.

В области термоэлектрического материала

$$\varphi_{i,ty}(x) = A_{i,ty} \sin \frac{\lambda_j x}{a_{ty}} + B_{i,ty} \cos \frac{\lambda_j x}{a_{ty}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad ty = n, p, \quad (17)$$

где $A_{i,ty}$, $B_{i,ty}$ – постоянные интегрирования.

Если известно решение в области теплоперехода, то решение в области ветвей может быть найдено из (4) – (10) решением простой линейной системы уравнений

$$\begin{cases} A_{i,n} \sin \frac{\lambda_j L}{a_n} + B_{i,n} \cos \frac{\lambda_j L}{a_n} = T_{cer} \\ A_{i,p} \sin \frac{\lambda_j L}{a_p} + B_{i,p} \cos \frac{\lambda_j L}{a_p} = T_{cer} \\ A_{i,n} \sin \frac{\lambda_j (L + L_i)}{a_n} + B_{i,n} \cos \frac{\lambda_j (L + L_i)}{a_n} - A_{i,p} \sin \frac{\lambda_j (L + L_i)}{a_p} - B_{i,p} \cos \frac{\lambda_j (L + L_i)}{a_p} = 0 \\ A_{i,n} \frac{\kappa_n \lambda_j}{a_n} \cos \frac{\lambda_j L}{a_n} - B_{i,n} \frac{\kappa_n \lambda_j}{a_n} \sin \frac{\lambda_j L}{a_n} + A_{i,p} \frac{\kappa_p \lambda_j}{a_p} \cos \frac{\lambda_j L}{a_p} - B_{i,p} \frac{\kappa_p \lambda_j}{a_p} \sin \frac{\lambda_j L}{a_p} = \frac{\kappa_c}{K_{i-1,i}} D_{cer}. \end{cases} \quad (18)$$

Здесь введены обозначения:

$$L = \sum_{m=0}^{m=i} (C_m + L_m) \quad i = 0, 1, \dots, n; \quad L_0 = 0,$$

$$T_{cer} = \varphi_{i-1,c}(L) \quad D_{cer} = A_{i-1,c} \frac{\lambda_j}{a_c} \cos \frac{\lambda_j L}{a_c} - B_{i-1,c} \frac{\lambda_j}{a_c} \sin \frac{\lambda_j L}{a_c}. \quad (19)$$

Если известно решение в области ветвей, то в области теплоперехода находим из выражений (4) – (10):

$$B_{i,c} = T_{mater} \cos \frac{\lambda_j L}{a_c} - q_{mater} \sin \frac{\lambda_j L}{a_c}, \quad A_{i,c} = T_{mater} \sin \frac{\lambda_j L}{a_c} + q_{mater} \cos \frac{\lambda_j L}{a_c}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (20)$$

где использованы следующие обозначения:

$$L = \sum_{m=1}^i (C_{m-1} + L_m), \quad T_{mater} = A_{i,ty} \sin \frac{\lambda_j L}{a_{ty}} + B_{i,ty} \cos \frac{\lambda_j L}{a_{ty}}, \quad q_{mater} = \frac{a_c K_{i,i} (\kappa_{ni} D_{ni} + \kappa_{pi} D_{pi} + \bar{\alpha}_i J T_{mater})}{\kappa_c \lambda_i},$$

$$D_{ty,i} = A_{i,ty} \frac{\lambda_j}{a_{ty}} \cos \frac{\lambda_j L}{a_{ty}} - B_{i,ty} \frac{\lambda_j}{a_{ty}} \sin \frac{\lambda_j L}{a_{ty}} \quad ty = n, p. \quad (21)$$

Решение для 0 керамики имеет вид:

$$\varphi_{0,c}(x) = \sin \frac{\lambda_j x}{a_c}, \quad x \in [0, D_0], \quad (22)$$

где коэффициент $A_{0,c} = 1$, что не ограничивает общности решения, т.к. в уравнение для нахождения λ_j входит отношение коэффициентов.

Решая последовательно уравнения (18) и (20) для всех каскадов, можно получить уравнение для нахождения характеристических чисел

$$\operatorname{tg} \left[\frac{\lambda_i \left(C_0 + \sum_{i=1}^n (C_i + L_i) \right)}{a_c} \right] - \frac{A_{n,c}}{B_{n,c}} = 0. \quad (23)$$

Времена релаксации связаны с характеристическими числами в соответствии с (15):

$$\tau_i = \left(\frac{1}{\lambda_i} \right)^2. \quad (24)$$

Результирующее время релаксации модуля выбирается как наибольшее из набора времен (24).

В вышеприведенных уравнениях температурные зависимости термоэлектрических параметров не учитываются. Для учета температурных зависимостей было принято приближенное компромиссное решение. Значения термоэлектрических параметров для каждого каскада считались постоянными, но их значения брались для i каскада при температуре ветвей на «горячем» теплопереходе T_i .

Экспериментальные результаты

Расчетное время релаксации было сравнено с экспериментально полученными данными, а также с данными предыдущих работ. В таблице 1 приведены полученные величины для двухкаскадных модулей 2МС06-023-12 и 2МС06-043-05. Здесь I – измерительный ток, τ – время релаксации, рассчитанное по вышеизложенному методу, τ_{exp} – измеренное время релаксации, τ_{appr} – приближенная величина времени релаксации, рассчитанная как сумма максимальных покаскадных времен при нулевом токе [1, 2]. Все величины получены при температуре горячего теплоперехода 50 °С, в вакууме.

Таблица 1

Экспериментальные и расчетные величины времен релаксации

ТЭ модуль	I , мА	τ_{exp} , с	τ , с	τ_{appr} , с
2МС06-023-12	300	9.94	9.50	12.7
2МС06-043-05	700	3.19	3.68	3.22

В расчетах использовались следующие параметры: теплоемкость термоэлектрического материала 0.13 Дж/г, плотность – 7.5 г/см³, для керамики – 0.8 Дж/г и 3.5 г/см³, для припоя, соответственно, 0.17 Дж/г и 9.3 г/см³, толщина керамики 0.5 мм.

Измерения проводились следующим образом. При данном токе измерялась зависимость температуры на ТЭ модуле от времени и определялась максимальная разность температур ΔT_{max} . Далее строилась зависимость $\ln\left(1 - \frac{\Delta T}{\Delta T_{max}}\right)$, и по обратной величине тангенса наклона прямой линейной аппроксимации определялось τ_{exp} .

Рисунки 2, 3 поясняют экспериментальное нахождение времени релаксации.

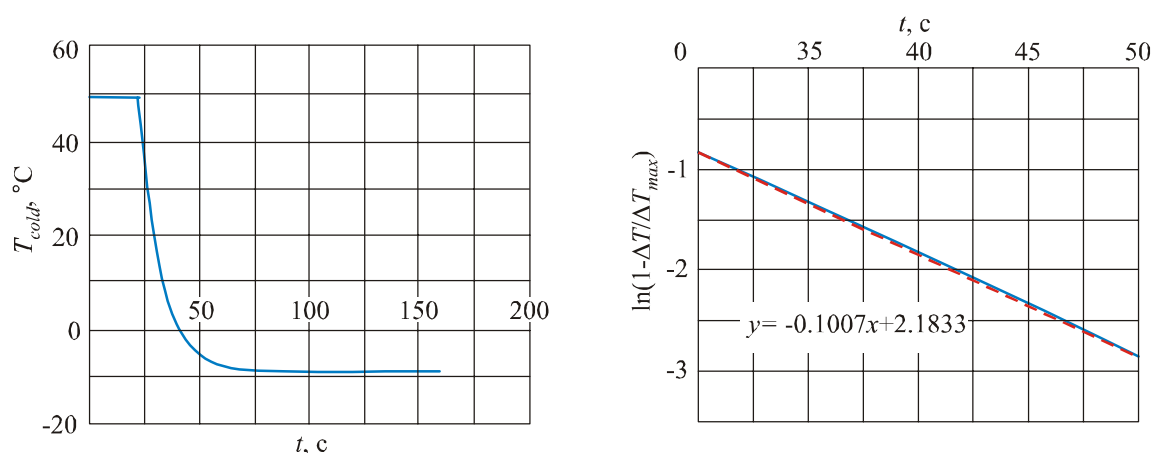


Рис. 2. К нахождению времени релаксации τ_{exp} ТЭ модуля 2МС06-023-12.

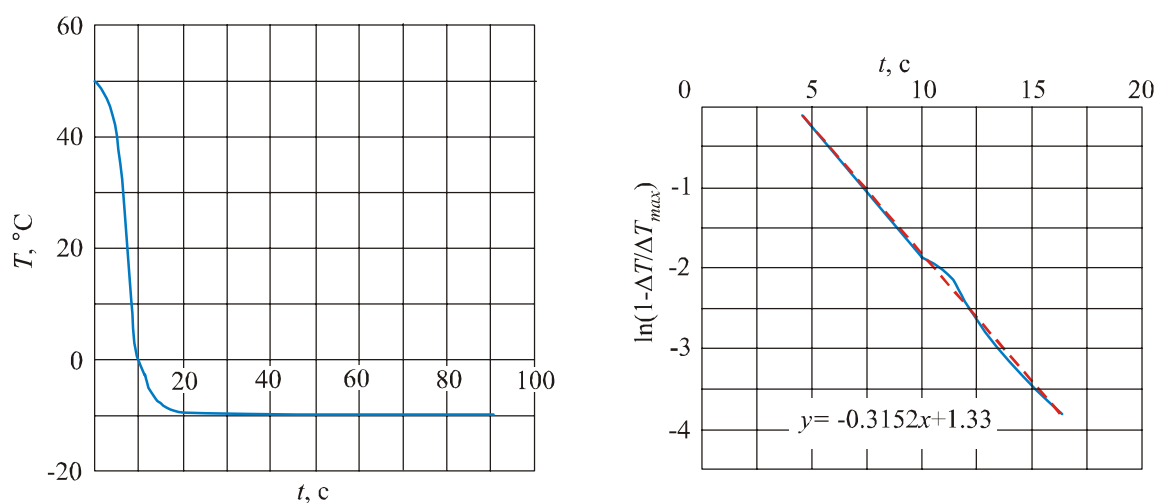


Рис. 3. К нахождению времени релаксации τ_{exp} ТЭ модуля 2МС06-043-05.

Важно отметить особую специфику измерения времени релаксации многокаскадных модулей. Для этой цели метод измерения по установлению стационарного напряжения [2], вообще говоря, не правомочен, хотя для однокаскадного модуля, в котором напряжение термоЭДС пропорционально разности температур, он, безусловно, подходит. При установлении стационарного значения напряжения, еще некоторое время продолжается разнонаправленное изменение разности температур на ветвях, поэтому время релаксации, измеряемое по напряжению термоЭДС, оказывается заниженным.

Заключение

Разработан метод, представляющий общий способ расчета времени релаксации ТЭ модуля с любым числом каскадов для произвольного тока.

Проведено сравнение расчетных результатов с величинами времен релаксации, измеренными для двухкаскадных модулей. Рассчитанные величины находятся в удовлетворительном согласии с теоретическими. Однако следует отметить, что необходимо пополнить число экспериментальных данных для модулей с числом каскадов более двух и провести дальнейший сравнительный анализ.

Показано, что приближенная величина времени релаксации, рассчитанная как сумма максимальных покаскадных времен при нулевом токе [1, 2], является довольно хорошей аппроксимацией. Для практических задач оценки динамики переходных процессов в ТЭ модулях этот приближенный метод вполне возможно применять.

Литература

1. Драбкин И.А. Переходные процессы в охлаждающих термоэлектрических модулях и устройствах. / И.А. Драбкин // Сборник докладов "Термоэлектрики и их применение". – С.-Петербург. – 2002. – С. 287 – 295.
2. Володин В.В. Методы исследования временной динамики термоэлектрических модулей в Z-метрии. / В.В. Володин, И.А. Драбкин, Л.Б. Ершова, Д.А. Кондратьев // Сборник докладов "Термоэлектрики и их применение". – С.-Петербург. – 2002. – С. 264 – 269.
3. Равич Ю.И. Метод расчета времени переходного процесса многоступенчатой охлаждающей батарей / Ю.И. Равич, А.И. Гордиенко // ФТП. – 2007. – Т. 41, № 1. – С. 112 – 116.
4. Вайнер А.Л. Нестационарный режим работы термобатарей / А.Л. Вайнер, В.И. Перепека // Термоэлектричество. – 2008. – № 2. – С. 15 – 20.

Поступила в редакцию 24.02.2013.