

УДК 538.9



Черкез Р.Г.

Черкез Р.Г.

Черновицкий национальный университет
им. Ю. Федьковича, ул. Коцюбинского, 2,
Черновцы, 58012, Украина

О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОНИЦАЕМЫХ ТЕРМОЭЛЕМЕНТОВ

Представлены результаты теоретических исследований проницаемых термоэлементов. В пакете прикладных компьютерных программ Comsol Multiphysics создана 3D модель термоэлемента с учетом температурных зависимостей параметров материалов, наличия коммутационных шин, теплопереходов и контактных сопротивлений. Описан метод математической теории оптимального управления и компьютерного проектирования для решения многофакторных оптимизационных задач в 1D модели. Созданы компьютерные программы для определения конструкционных и теплофизических параметров, обеспечивающих максимальные значения термодинамическим характеристикам преобразования энергии. Приведены результаты компьютерных расчетов оптимальных параметров проницаемых термоэлементов для различных материалов на основе Bi-Te-Se-Sb, указывающие на возможности повышения эффективности термоэлектрического преобразования энергии в 1.2-1.5 раза по сравнению с традиционными термоэлементами.

Ключевые слова: проницаемый термоэлемент, энергетические характеристики, оптимизация, проектирование.

The results of theoretical research on permeable thermoelements are presented. In Comsol Multiphysics application software package a 3D model of thermoelement is created with regard to temperature dependences of material parameters, the availability of connecting buses, heat spreaders and contact resistances. A method of mathematical optimal control theory and computer design for solving multi-factor optimization problems in a 1D model is described. Computer programs are created to determine design and thermophysical parameters affording maximal values to thermodynamic characteristics of energy conversion. Computer calculations of optimal parameters of permeable thermoelements for various materials based on Bi-Te-Se-Sb are performed. Calculated data point to possible improvement of thermoelectric energy conversion efficiency by a factor of 1.2-1.5 as compared to conventional thermoelements.

Key words: permeable thermoelement, energy characteristics, optimization, design.

Введение

Перспективным направлением повышения эффективности термоэлектрического преобразования энергии является использование физических моделей термоэлементов, у которых теплообмен с источником и стоком тепла осуществляется не только через спаи ветвей, что характерно для традиционных термоэлементов, но и в объеме материала ветвей [1, 2]. Вариантами реализации таких моделей являются проницаемые термоэлементы, имеющие каналы для прокачки по ним жидкостного или газообразного теплоносителя [3]. Наличие

теплообмена в объеме ветви повышает интенсивность теплопередачи, приводит к перераспределению температурных полей, потенциалов и тепловых потоков, влияя тем самым и на энергетические характеристики термоэлемента. Управляя теплофизическими параметрами (скоростью прокачки теплоносителя, интенсивностью теплообмена, плотностью электрического тока и т.п.) можно реализовать такие условия работы, при которых будет улучшена энергетическая эффективность преобразования энергии.

Первые теоретические исследования проницаемых термоэлементов для потоков газов [4-6] показали перспективность их создания, предвидя повышение холодильного коэффициента на 30-40% [7] при охлаждении воздуха и повышение КПД генераторов на 20-30% [8] при использовании низкопотенциальной тепловой энергии газов. Однако такие исследования были проведены для простейшей модели проницаемого термоэлемента в одномерном приближении без учета температурных зависимостей параметров материала, коммутационных теплопереходов и т.д.

Поэтому в работе [9] впервые для более корректного решения таких задач использована математическая теория оптимального управления и проведены исследования проницаемых термоэлементов в 1-D модели из полупроводников с учетом их температурных зависимостей для однородных и функционально-градиентных материалов (ФГМ). Это дало возможность создать теорию проницаемых термоэлементов из ФГМ и показать возможности повышения энергетических характеристик в режимах генерации электрической энергии и охлаждения теплоносителей в 1.2-1.5 раз.

Создание 3-D модели проницаемого термоэлемента усложняется необходимостью решения сопряжено задачи тепло-, электро- и массообмена в системе твердое тело – теплоноситель. Такая задача была решена в пакете прикладных компьютерных программ Comsol Multiphysics для проницаемого плоскостного термоэлемента [10]. Однако проведение оптимизации параметров для выявления максимальных значений энергетических характеристик в таких 3-D случаях затруднено. В данной работе описаны особенности методов решения задач в 3-D и 1-D случаях, для различных моделей проницаемых термоэлементов.

Физическая модель, математическое описание и результаты решения задачи

Для неоднородной изотропной проницаемой термоэлектрической среды (рис. 1), в которой существует стационарный поток тепла, заряженных частиц и энергии, вызванный наличием градиентов температуры ∇T и электрохимического потенциала $\nabla \zeta$, процессы обмена и преобразования энергии описываются

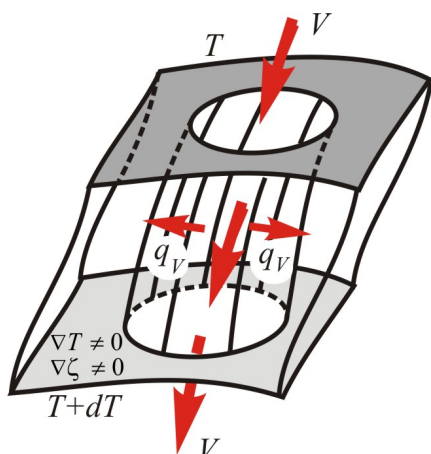


Рис. 1. Проницаемая термоэлектрическая среда.

и преобразования энергии описываются фундаментальными законами сохранения энергии и электрического заряда.

В стационарном случае распределение температуры T в термоэлектрическом материале определяется системой дифференциальных уравнений в частных производных

$$\left. \begin{aligned} \nabla(\kappa \nabla T) + \frac{\dot{i}^2}{\sigma} - T \frac{\partial \alpha}{\partial T} (\vec{i} \nabla T) - T (\vec{i} \nabla |_{T=const} \alpha) &= 0, \\ \nabla(-\sigma \nabla \zeta - \sigma \alpha \nabla T) &= 0, \end{aligned} \right\} (1)$$

где $\vec{q} = -\kappa \nabla T + \alpha T \vec{i}$ – вектор плотности потока

тепла; $\vec{i} = -\sigma \nabla \zeta - \sigma \alpha T$, i – вектор плотности электрического тока; α – коэффициент термоЭДС, σ и κ – коэффициенты электро- и теплопроводности, соответственно.

Наличие теплообмена между термоэлектрическим материалом и теплоносителем обуславливает необходимость решать систему (1) совместно с уравнениями неразрывности, движения и теплопроводности для теплоносителя:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div}(\rho_t \vec{V}) &= 0, \\ \rho_t \vec{F} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} + \frac{1}{3} \mu \nabla (\operatorname{div}(\vec{V})) &= 0, \\ \rho_t (\vec{F} \vec{V}) + \operatorname{div}(\Lambda \vec{V}) + \operatorname{div}(\kappa_t \nabla t) + \rho_t q_V &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где ρ_t – плотность теплоносителя; \vec{V} – скорость теплоносителя; \vec{F} – массовая сила; p – давление; Λ – тензор напряжения; κ_t – коэффициент теплопроводности теплоносителя; q_V – внутренние источники тепла; U – внутренняя энергия.

Решение такой задачи целесообразно проводить с использованием специально разработанных прикладных компьютерных программ типа Femlab, ANSYS, COMSOL Multiphysics. В данной работе 3-D моделирование генераторного термоэлемента с боковым теплообменом было проведено в работе [10] на основе программы COMSOL Multiphysics.

Получены распределения температур в материале ветви на основе *Bi-Te* и теплоносителя (рис. 2, а), распределение скорости теплоносителя (рис. 2, б) и распределение потенциалов позволяют определить термодинамические характеристики преобразования.

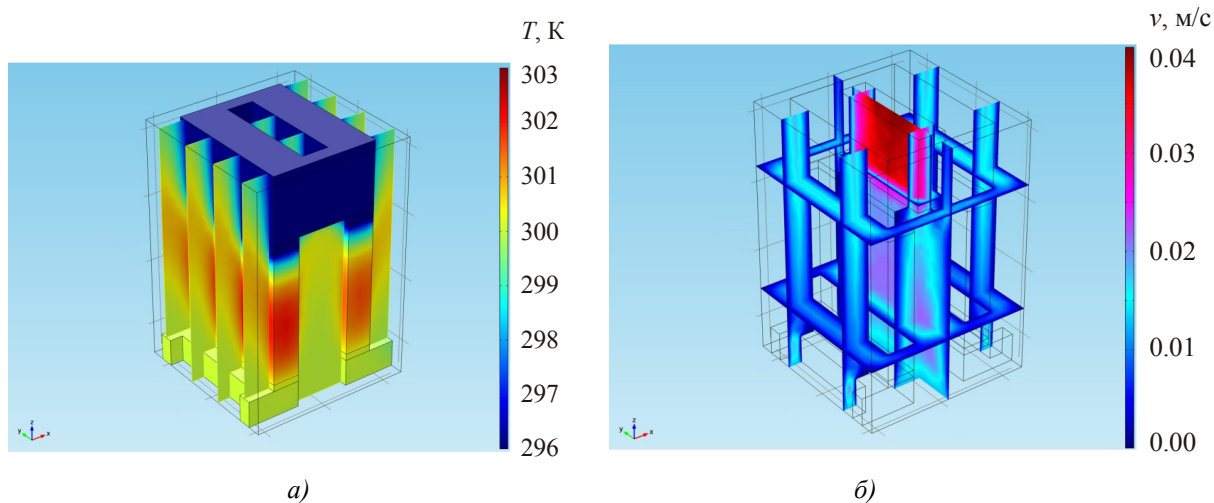


Рис. 2. Распределение температур в термоэлементе и теплоносителе (а),
распределение поля скоростей в теплоносителе (б).

Результаты расчетов указывают на то, что с использованием бокового теплообмена большие значения КПД достигаются тогда, когда теплообмен происходит на уровне 0.5 высоты ветви, а другая часть имеет тепловую изоляцию.

Получены также данные для других конструкций термоэлемента и температуры теплоносителя, меняющейся в диапазоне 700-1100 К. Они указывают на то, что использование бокового теплообмена может дать увеличение КПД на 20-30% и электрической мощности на 40-50%.

Данные расчета указывают на необходимости решать многопараметрическую оптимизационную задачу на нахождение оптимальных условий работы термоэлемента и

максимальных значений его энергетических характеристик. Однако, проведение такой многопараметрической оптимизации для 3-D модели крайне затруднительно. Использование 1-D модели позволяет провести многопараметрическую оптимизацию энергетических характеристик термоэлементов и определить такие условия их работы, при которых достигается максимальное значение эффективности преобразования энергии.

В 1-D случае определение энергетических характеристик проницаемого термоэлемента основывается на решении системы дифференциальных уравнений для теплоносителя и материала ветвей n - и p -типов проводимости вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= -\frac{\alpha j}{\kappa} T - \frac{q}{\kappa}, \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{\alpha^2 j}{\kappa} T + \frac{\alpha j}{\kappa} q + i^2 \rho - \frac{\alpha_T P_K N_K l^2}{(S - S_K) j} (T - t), \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{\alpha_T P_K N_K l}{V c_p S_K} (T - t). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь T , t – температура материала ветвей и теплоносителя в точке x ; $j = il$ – приведенная плотность электрического тока; l – высота веток термоэлемента; i – плотность электрического тока; $q = \frac{1}{j} \left(\alpha j T - \kappa \frac{dT}{dx} \right)$ – приведенный удельный тепловой поток; $x = \frac{x}{l}$ – безразмерная координата; S_K – площадь сечения всех каналов; S – сечение ветви вместе с каналами; P_K – периметр канала; N_K – количество каналов в ветви; V – массовая скорость теплоносителя в каналах; α_T – коэффициент теплоотдачи в канале.

Для решения оптимизационной задачи по нахождению оптимальных условий работы термоэлемента в расчетах использован принцип максимума Понтрягина математической теории оптимального управления, определяющий дает необходимые условия оптимальности:

1) оптимальные значения удельной плотности тока в ветвях термоэлемента j должны удовлетворять равенствам

$$-\left[\frac{\partial J}{\partial j} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[\psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial j} + \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial j} + \psi_3 \frac{\partial f_3}{\partial j} \right]_{n,p} dx = 0, \quad (4)$$

где J – функционал, характеризующий эффективность процесса преобразования энергии (КПД для генераторов, холодильный коэффициент для охлаждения и т.д.); $(f_1, f_2, f_3)_{n,p}$ – правые части уравнений (1), $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)_{n,p}$ – вектор-функция импульсов [12], определяемая из решения вспомогательной системы дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dx} &= \frac{\alpha j}{\kappa} R_1 \psi_1 - \left(\frac{\alpha j}{\kappa} R_2 - \frac{\alpha l}{(S - S_E) j} \right) \psi_2 + \frac{\alpha_T P_K^1 N_K}{G c_p} \psi_3, \\ \frac{d\psi_2}{dx} &= \frac{j}{\kappa} \psi_1 - \frac{\alpha j}{\kappa} \psi_2, \\ \frac{d\psi_3}{dx} &= -\frac{\alpha_T P_K^1 N_K l}{(S - S_E) j} \psi_2 - \frac{\alpha_T P_K^1 N_K}{G c_p} \psi_3, \end{aligned} \right\}_{n,p} \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1 + \frac{d \ln \alpha}{dT} T - \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right), \\ R_2 &= R_1 + \frac{\kappa}{\alpha^2 \sigma} \frac{d \ln \sigma}{dT} + \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right). \end{aligned} \right\}_{n,p}$$

2) оптимальные значения искоемых параметров $\omega_i = (\omega_1, \dots, \omega_r)$, определяются из системы интегро-дифференциальных уравнений

$$-\left[\frac{\partial J}{\partial \omega_i} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[\psi_1 \frac{\partial f_1}{\partial \omega_i} + \psi_2 \frac{\partial f_2}{\partial \omega_i} + \psi_3 \frac{\partial f_3}{\partial \omega_i} \right]_{n,p} dx = 0, i = 1, \dots, r. \quad (6)$$

На основе приведенных соотношений с использованием метода последовательных приближений, численных методов решения систем дифференциальных уравнений (3) и (5), метода Ньютона для решения систем интегрально-дифференциальных уравнений (6) была разработана компьютерная программа проектирования проницаемого термоэлемента [10].

Результаты таких расчетов проницаемого генераторного термоэлемента из материалов на основе *Bi-Te-Se-Sb* в оптимальных условиях работы приведены на рис. 3.

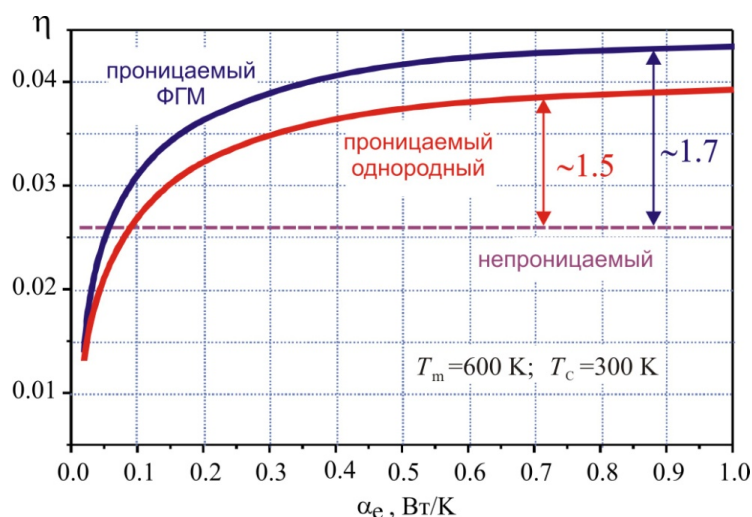


Рис. 3. Зависимости КПД термоэлементов от эффективного коэффициента теплоотдачи.

Как видно, эффективность преобразования энергии при использовании проницаемых термоэлементов из однородных и функционально-градиентных материалов может быть повышена в 1.2-1.5 раз по сравнению с непроницаемыми термоэлементами.

Выводы

Описана физическая модель, метод расчета и проектирования проницаемого термоэлемента, в котором теплоноситель прокачивается сквозь ветви полупроводникового материала. Сравнение результатов расчетов 3-D модели и одномерной модели термоэлемента (1-D) показало, что 1-D модель с учетом объемных термоэлектрических эффектов реалистично описывает процессы тепло- и электропроводности в термоэлектрической среде.

Для материалов на основе *Bi-Te-Se-Sb* рассчитано влияние конструкционных параметров

(диаметра каналов и их числа, высоты ветвей и количества сегментов) в оптимальных условиях работы по КПД термоэлемента на энергетические характеристики. Выявлены рациональные значения таких параметров, которые дают возможность установить необходимые материаловедческие требования для создания термоэлемента.

Сравнение по термодинамической эффективности преобразования энергии с традиционными термоэлементами показало возможность повышения КПД в 1.2-1.5 раза.

Литература

1. Анатычук Л.И. Термоэлектричество, Т.1. Физика термоэлектричества. Черновцы. – 2008. – 388 с.
2. Crane, D. T., LaGrandeur, J. W., Harris, F., Bell, L. E. Performance Results of a High Power Density Thermoelectric Generator: Beyond the Couple //Proceedings of the International Conference on Thermoelectrics, Corvallis, OR, August 2008.
3. А.С СССР № 144883. Способ повышения КПД термоэлектрического генератора (холодильника). Зорин И.В. Заявлено 24.06.1961, Опубликовано 18.10.1968.
4. Котырло Г.К., Щеголев Г.М. Тепловые схемы термоэлектрических устройств. – К.: Наук. думка, 1973. – 215 с.
5. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G. Permeable thermoelement in electric energy generation mode // Journal of Thermoelectricity. – 2003. – №2. – С. 35-46.
6. Anatyshuk L.I. and Cherkez R.G. Energy Potential of Permeable Segmented Thermoelements in Cooling Mode // Journal of Electronic Materials, Volume 41, Number 6, March 2012, P. 1115-1119.
7. Cherkez R. Theoretical studies on the efficiency of air conditioner based on permeable thermoelectric converter // Applied Thermal Engineering, Volume 38, May 2012, P. 7-13.
8. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G. Permeable segmented thermoelement in electric power generation mode // Journal of Thermoelectricity. – 2010. – №3. – С. 5-12.
9. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G. Permeable planar cooling thermoelement // Journal of Thermoelectricity – 2008. – №3. – С. 5-12.
10. Cherkez R.G. Energy characteristics of thermoelement with a developed lateral heat exchange // Journal of Thermoelectricity – 2012. – №3. – С. 59-68.
11. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G., Demyanyuk D.D., Bukharayeva N.R. Research on the energy characteristics of permeable planar thermoelement // Journal of Thermoelectricity – 2012. – №2.
12. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.:Наука, 1976. – 392 с.

Поступила в редакцию 22.01.16.