УДК 621.73.011

ПЛАСТИЧНІСТЬ МЕТАЛІВ ПРИ НЕМОНОТОННОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Сивак Роман Іванович *к.т.н., доцент*
Вінницький національний аграрний університет
Sivak R.
Vinnytsia National Agrarian University

Анотація: *в статті запропоновано метод оцінки пластичності металів при немонотонному навантажені, в якому для оцінки впливу немонотонності на величину використаного ресурсу пластичності використано направляючий тензор прирощень деформацій, значення головних компонент якого визначаються параметром Надаі-Лоде. Виконано дослідження процесу поперечного видавлювання с послідуючою осадкою.*

Ключові слова: *навантаження, деформація, параметр Надаі-Лоде, видавлювання.*

В більшості випадків процеси обробки металів тиском супроводжуються немонотонним пластичним деформуванням металів. Критерії деформуємості, засновані на скалярному описанні процесів накопичення пошкоджень [1,2,3] не дозволяють отримати достовірну оцінку пластичності, яка визначається накопиченою до моменту руйнування пластичною деформацією. В якості міри пластичності приймають граничну деформацію, яка визначається за формулою

$$e_p = \int_0^{t_p} \dot{\varepsilon}_u d\tau, \tag{1}$$

де $\dot{\varepsilon}_u$ - інтенсивність швидкостей деформацій,

t_p - час деформування до руйнування.

В роботі [3] запропоновано критерій для оцінки пластичності металів при немонотонному навантаженні. Умова руйнування записується у вигляді

$$\sum_{i=1}^{n} \psi_i^{a_i} = 1 \tag{2}$$

де n – число етапів деформування, в межах кожного із яких вид напруженого стану не змінюється,

a_i – величина, значення якої залежить від виду напруженого стану,

ψ_i – використаний на даному етапі ресурс пластичності.

Величина ψ_i визначається за формулою

$$\psi_i = \frac{\Delta e_u(\eta_i)}{e_p(\eta_i)},$$

де $\Delta e(\eta_i)$ – приріст ступеня деформації, на і-тому етапі при $\eta_i = const$,

$\Delta e_p(\eta_i)$ – гранична деформація при простому навантаженні в умовах напруженого стану і-го етапу деформування, тобто при $\eta_i = const$.

Як показано в роботі [4] умова руйнування (2) має ряд недоліків, обумовлених тим, що в неповній мірі враховує направлений характер виникаючих при пластичній деформації пошкоджень. Тому, умова руйнування (2), не описує, наприклад, анізотропію пластичності деформованого металу.

В роботі [4] для оцінки пластичності металів при немонотонному навантаженні запропоновано використовувати тензор пошкоджень, компоненти якого визначаються наступним шляхом

$$\psi_{ij} = \int_0^{e_u} F\left(e_u^*, \eta, \mu_\sigma\right)\beta_{ij} de_u^*, \tag{3}$$

де $\eta = \frac{3\sigma}{\sigma_u}$ - показник жорсткості напруженого стану,

$\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ij}\sigma_{ij}$ - середнє напруження,

μ_σ - параметр Надаі-Лоде,

$e_u = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u d\tau$ - ступінь деформації,

t – час деформування з моменту початку пластичної деформації до деформованого стану, що розглядається.

Компоненти направляючого тензора прирощень деформацій β_{ij} дорівнюють

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u} \tag{4}$$

Функція $F(e_u,\eta,\mu_\sigma)$ є характеристикою матеріалу. Умова руйнування запропонована в [4] має вид

$$\psi_{ij}\psi_{ij}=1 \tag{5}$$

З використанням умови руйнування (5) на даний час отримано розв'язки задач двохетапного, циклічного та складного навантаження, що підтверджує достовірність тензорної моделі.

В.М. Михалевич [5] запропонував тензорно-нелінійну модель, згідно з якою компоненти тензора пошкоджень визначаються за формулою

$$\psi_{ij} = \int_0^{e_u} \left(\mathrm{A}\beta_{ij} + \mathrm{B}\left(\beta_{ik}\beta_{kj} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \right) \right) de_u, \tag{6}$$

де А і В – функції, які залежать від умов навантаження та механічних властивостей матеріалу.

Розрахунки величини використаного ресурсу пластичності за приведеними вище критеріями досить трудомісткі, оскільки потребують визначення функцій $F(e_u,\eta,\mu_\sigma)$, А, В а також залежностей $\beta_{ij}(e_u)$.

В даній роботі пропонується наступна модель описання процесу накопичення пошкоджень при немонотонній пластичній деформації. Оскільки компоненти направляючого тензора визначаються формулою (4), то використовуючи фізичні рівняння теорії пластичної течії

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \frac{de_u}{\sigma_u} S_{ij} \tag{7}$$

находимо, що

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u} = \sqrt{\frac{3}{2}}\beta_{ij} = \frac{3}{2}\frac{S_{ij}}{\sigma_u} \tag{8}$$

або

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{S_{ij}}{\sigma_u}, \tag{9}$$

де S_{ij} – компоненти девіатора напружень,

σ_u – інтенсивність напружень.

Представимо тензор σ_{ij} у вигляді

$$\sigma_{ij}=S_{ij}+\sigma\delta_{ij} \tag{10}$$

де $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij}$ – середнє напруження.

Крім того, використовуємо відомі співвідношення

$$\mu_\sigma = \frac{2S_2 - S_1 - S_3}{S_1 - S_3} \tag{11}$$

$$S_1+S_2+S_3=0,\ 2\sigma_u^2 = (S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2, \tag{12}$$

де μ_σ – параметр Надаі-Лоде.

Після розв'язку системи (11), (12) находимо

$$\frac{S_1}{\sigma_u} = \mp\frac{1}{3}\frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\ \frac{S_2}{\sigma_u} = \pm\frac{1}{3}\frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\ \frac{S_3}{\sigma_u} = \mp\frac{1}{3}\frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \tag{13}$$

Із (4) і (13) витікає, що головні компоненти тензора β_{ij} дорівнюють

$$\beta_1 = \mp\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{\mu_\sigma - 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\ \beta_2 = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{2\mu_\sigma}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}},\ \beta_3 = \mp\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{\mu_\sigma + 3}{\sqrt{\mu_\sigma^2 + 3}}. \tag{14}$$

Припускається, що при немонотонному навантаженні руйнування наступає при умові, коли деяка функція інваріантів тензора ψ_{ij} досягає певного значення. Перший інваріант цього тензора дорівнює нулю, оскільки внаслідок нестисливості матеріалу $\beta_1+\beta_2+\beta_3=0$. Без врахування впливу третього інваріанта умова руйнування може бути записана у вигляді

$$\psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2 = 1. \tag{15}$$

Щоб визначити вид функції $F(e_u, \eta, \mu_\sigma)$, яка входить в (3), розглянемо просте навантаження, при якому β_{ij}, η, μ_σ залишаються постійними, тоді [4]

$$\psi_{ij} = \beta_{ij} \int_0^{e_u^*} F(e_u, \eta, \mu_\sigma) de_u = \beta_{ij} \varphi(e_u, \eta, \mu_\sigma), \tag{16}$$

$$\text{де } \varphi(e_u, \eta, \mu_\sigma) = \int_0^{e_u^*} F(e_u, \eta, \mu_\sigma) de_u. \tag{17}$$

Оскільки $\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1$, із (15) витікає, що при руйнуванні, якщо $e_u = e_p$, $\varphi(e_u, \eta, \mu_\sigma) = 1$. Крім того

$$\varphi(0, \eta, \mu_\sigma) = 0. \tag{18}$$

Задовольняючи цим умовам, припустимо, що [4]

$$\varphi = \sum_{k=1}^{m} b_k \left(\frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)} \right)^{n_k}, \quad \sum b_k = 1, \qquad n_k > 0. \tag{19}$$

У відповідності з (19) і (18) приймемо в подальшому

$$\varphi = (1 - a) \frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)} + a \frac{e_u^2}{e_p^2}, \tag{20}$$

де $e_p(\eta, \mu_\sigma)$ – поверхня граничних деформацій,

a – стала, величина якої залежить від механічних характеристик металу. В даній роботі а прийнято рівним а=0,48.

Задовольняючи співвідношенням (3), (17), (20) приймемо, що в загальному випадку

$$\psi_1 = \int_0^{e_u} \left(1 - a + 2a \frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)} \right) \beta_1 \frac{de_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)}. \tag{21}$$

Аналогічні вирази можна записати для ψ_2 і ψ_3, які входять в умову руйнування (15).

Умову руйнування (15) використано для дослідження процесу поперечного видавлювання з послідуючою осадкою суцільних циліндричних заготовок із сталі 10. Методика розрахунків співпадає із запропонованою в роботі [6]. Різниця полягає лише в тому, що замість критерію руйнування Деля Г.Д. (5), приведеного в роботі [4], використано критерій (15). Розраховані значення величини використаного ресурсу пластичності для розглядуваного технологічного процесу, в якому має місце не монотонність навантаження, практично співпадають із отриманими в роботі [6].

Список літератури

1. *Огородников В.А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом деформировании / В.А. Огородников. – К.: УМК ВО, 1989. – 150с.*

2. *Колмогоров В.Л. Напряжения, деформации, разрушение / В.Л. Колмогоров. - М: Металлургия, 1970. – 230 с.*

3. *Богатов А.А. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением / А.А. Богатов, О.И. Мижирицкий, С.В. Смирнов. – М.: Металлургия, 1984. – 144 с.*

4. *Дель Г.Д. Пластичность деформированного металла / Г.Д. Дель // Физика и техника высоких давлений. - 1982. - №11 - С. 28 - 32.*

5. *Михалевич В.М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В.М. Михалевич. – Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1998. – 195с.*

6. *Сивак И.О. Деформируемость заготовок при радиальном выдавливании с контурной осадкой / И.О. Сивак, Р.И. Сивак, И.С. Алиев // Механика деформируемого твёрдого тела и обработка металлов давлением. – Тула: ТулГУ . – 2000. – С. 278-284.*

References

1. *Ogorodnikov V.A. Deformiruyemost' i razrusheniye metallov pri plasticheskikh deformirovanii / V.A.Ogorodnikov. - M .: UMK VO, 1989. - 150s.*

2. *Kolmogorov V.L. napryazheniya, deformatsii, razrusheniye / V.L Kolmogorov. - M: Metallurgiya, 1970. - 230 s.*

3. *Bogatov A.A. Resurs plastichnosti metallov pri obrabotke davleniyem / A.A. Bogatov, O.I. Mizhiritskiy, S.V. Smirnov. - M .: Metallurgiya, 1984. - 144 s.*

4. *Del' G.D. Plastichnost' deformirovannogo metalla / G.D. Del' // Fizika i tekhnika vysokikh davleniy. - 1982. - №11 - S. 28 - 32.*

5. *Mykhalevych V.M. Tenzorni modeli Nakopychennya poshkodzhen' / V.M. Mikhalevich. - Vinnytsya : "*

UNIVERSUM - Vinnytsya », 1998. - 195s .

6. Sivak I.O. Deformiruyemost' zagotovok pri radial'no vydavlivaniy s Konturnaya osadkoy / I.O. Sivak, R.I. Sivak, I.S. Aliyev // Mekhanika deformiruyemogo tvordogo tela i obrabotka metallov davleniyem. - Tula: TulGU. - 2000. - S. 278-284.

ПЛАСТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ ПРИ НЕМОНОТОННОМ НАГРУЖЕНИИ

Аннотация: *в статье предлагается метод оценки пластичности металлов при немонотонном нагружении, в котором для оценки влияния немонотонности на величину использованного ресурса пластичности использован направляющий тензор приращений деформаций, значения главных компонент которого определяються параметром Надаи-Лоде. Выполнено исследование процесса поперечного выдавливания с последующей осадкой.*

Ключевые слова: *нагрузка, деформация, параметр Надаи-Лоде, выдавливание.*

PLASTICITY OF METALS AT THE NONMONOTONOUS LOADING

Summari: *the paper proposes a method for estimating the plasticity of metals under nonmonotonic loading in which to assess the impact on the value of nonmonotonicity used plasticity resource guide used strain tensor increments, the values of the principal components of which are define parameter Nadai-Lode. The investigation of the cross-extrusion with subsequent draft.*

Keywords: *stress, deformation, setting Nadai-Lode, squeezing.*