

III. ПРОЦЕСИ ТА ОБЛАДНАННЯ ПЕРЕРОБНИХ ТА ХАРЧОВИХ ВИРОБНИЦТВ

УДК 539.3

ПРО СПРОЩЕННЯ КРИТЕРІЮ ВИГЛЯДУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ
СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

Ковбаса Володимир Петрович, д.т.н., професор
Солона Олена Василівна, к.т.н., доцент
Спірін Анатолій Володимирович, к.т.н., доцент
Цуркан Олег Васильович, к.т.н., доцент
Вінницький національний аграрний університет

V. Kovbasa, Doctor of Technical Sciences, Full Professor
O. Solona, PhD, Associate Professor
A. Spirin, PhD, Associate Professor
O. Tsurkan, PhD, Associate Professor
Vinnytsia National Agrarian University

Робота присвячена розробці спрощеного критерію оцінки вигляду напружено-деформованого стану суцільного середовища для вирішення просторових задач. Критерій оцінки вигляду напружено-деформованого стану може використовуватись для аналізу взаємодії деформаторів із різними матеріалами та середовищами, які можуть бути формалізовані як суцільні середовища.

*Ключові слова: критерій, напружено-деформований стан, суцільне середовище, енергомісткість
Ф.9. Літ. 2.*

1. Вступ

У багатьох процесах, пов'язаних з дослідженнями напружень та деформацій у середовищі, що виникають при дії на нього робочих органів машин, постає питання про вигляд напружено-деформованого стану середовища. Мова йде про визначення напружень і деформацій, які превалюють у тій чи іншій точці (тут і далі для скорочення під точкою середовища розумітимемо елементарний об'єм) середовища, тобто, який вид напружень у ній превалює: стискання, розтягнення чи зсув. Превалювання того чи іншого виду напружень і, відповідно деформацій, зумовлює зміну фізико-механічних властивостей середовища та енергомісткість процесу цієї зміни [1].

У задачах плоского напруженого стану превалювання того чи іншого напруження вирішується просто, оскільки напружено-деформований стан характеризується трьома складовими. В площині XOY співвідношення між напруженнями (якщо головні напруження співпадають із напрямками осей) мають вигляд (рис. 1):

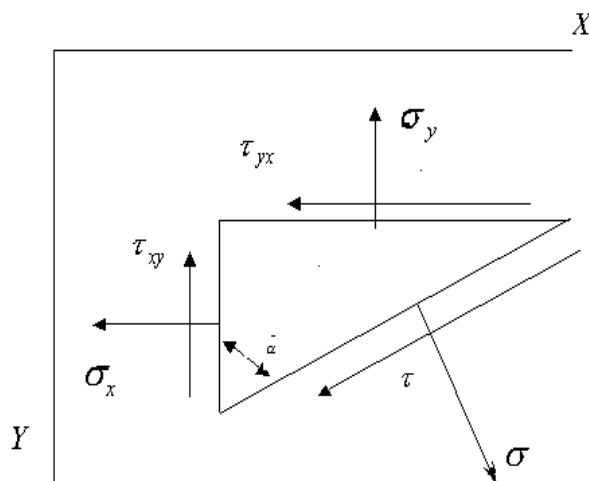


Рис. 1. Схема напружень для випадку плоского напруженого стану



$$\sigma = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha, \tau = \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha \quad (1)$$

Аналіз ф.1 засвідчив, що встановлення взаємозв'язку напружено-деформованого стану оброблюваного матеріалу для випадку однієї площини не зумовлює складнощів [2].

Тоді як встановлення просторового напружено-деформованого стану зумовлює функціонального використання дев'яти компонентного тензора напружень (рис.2) [3]:

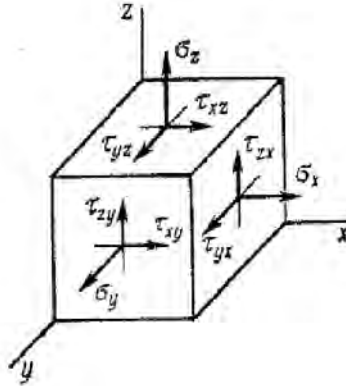


Рис. 2. Схема дії напружень на елементарний об'єм

$$T_n = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{xy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Повний тензор напружень (2) може бути розкладений на гідростатичну T_σ і девіаторну D_σ складові:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{Bmatrix}, \quad D_\sigma = \begin{Bmatrix} S_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & S_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{xy} & S_z \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

$$\text{де } \sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}, \quad S_x = \sigma_x - \sigma_m, \quad S_y = \sigma_y - \sigma_m, \quad S_z = \sigma_z - \sigma_m.$$

Вигляд напруженого стану для просторової задачі визначається кутом виду напруженого стану w та параметром Лоде-Надаї μ .

Кут вигляду ϵ функцією інваріантів девіатора напружень:

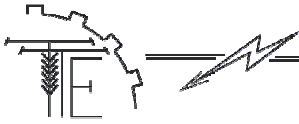
$$-\cos 3w = \frac{3\sqrt{3}I_3(D_\sigma)}{2(I_2(D_\sigma))^{\frac{3}{2}}}, \quad (4)$$

де $I_3(D_\sigma)$, $I_2(D_\sigma)$ – другий та третій інваріанти девіатора напружень, значення яких мають вигляд:

$$I_1(D_\sigma) = S_x + S_y + S_z;$$

$$I_2(D_\sigma) = \frac{1}{6}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)];$$

$$I_3(D_\sigma) = S_x S_y S_z \quad (5)$$



Значення величини w лежить у межах $0 \leq w \leq \frac{\pi}{3}$, при чистому розтягненні $w = \frac{\pi}{3}$, стисканні – $w = 0$, зсуві – $w = \frac{\pi}{6}$.

Параметр Лоде-Надаї має значення:

$$\mu = \sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(w + \frac{\pi}{3}\right), \quad -1 \leq \mu \leq 1, \quad (6)$$

за $\mu = -1$ – чисте розтягнення, $\mu = 1$ – стискання, $\mu = 0$ – зсув. Графічно зміни цих величин наведені рис. 3 а, б.

Застосування залежностей (4) та (6) для аналізу вигляду напруженого стану пов'язане з певними труднощами, оскільки кожне зі значень компоненти напружень для точки простору має свою складну функціональну залежність координат та властивостей середовища. Нами зроблена спроба спрощення критеріїв вигляду напруженого стану для можливості їх використання в практиці аналізу процесів взаємодії робочих органів із суцільним середовищем.

Так, за результатами досліджень В. В. Новожилова [4], інтенсивність дотичних напружень пропорційна середньому квадратичному значенню дотичних напружень. У свою чергу, інтенсивність дотичних напружень $I_\tau = \sqrt{I_2(D_\sigma)}$, тому у виразі (4) знаменник спрощується й замість $I_2(D_\sigma)$ можна записати I_τ . З урахуванням вищезазначеного, вираз (4) у розгорнутому вигляді виглядатиме так:

$$w_2 = \frac{1}{3} \arccos\left[-\frac{(\sigma_x - \sigma_m)(\sigma_y - \sigma_m)(\sigma_z - \sigma_m)}{6\sqrt{3}(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)^{\frac{3}{4}}}\right]. \quad (7)$$

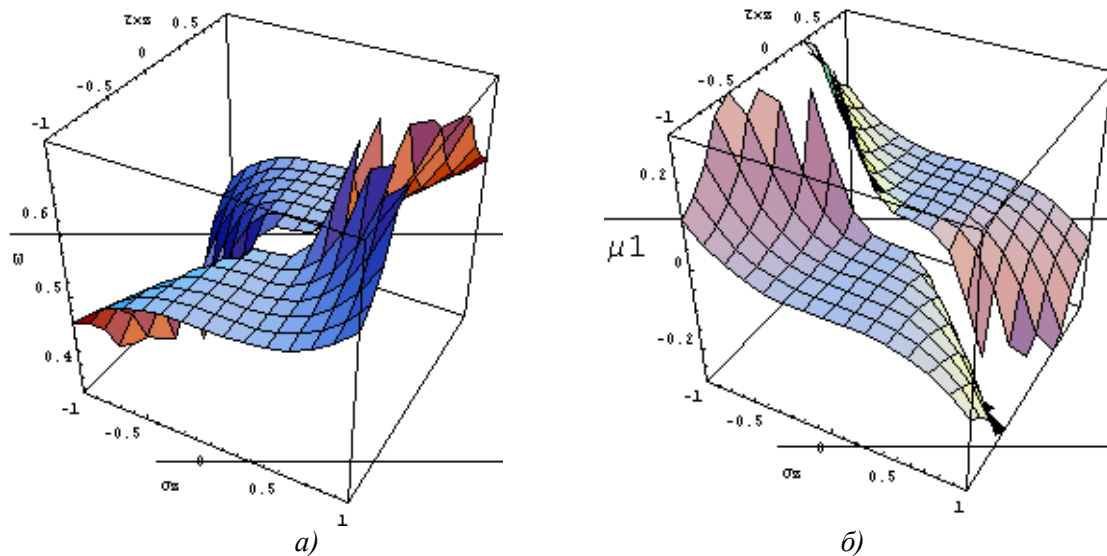


Рис. 3. Графіки змін параметрів w (а) та μ (б), розрахованих за залежностями (4) та (6)

Значення коефіцієнта μ_2 змінюється відповідно:

$$\mu_2 = \sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(w_2 + \frac{\pi}{3}\right). \quad (8)$$

Графіки зміни значень цих коефіцієнтів наведені на рис. 4 а, б.

Проте, навіть у формі виразів (7) та (8) критерії вигляду напруженого стану мають складний вигляд. Фізична суть критеріїв не зміниться якщо в чисельнику виразу параметра Лоде-Надаї замінити третій інваріант девіатора напружень першим і знехтувати тригонометричною функцією [5]. В цьому випадку кінцева функція компонентів напружень значно спрощує свій вигляд і може з успіхом використовуватись для визначення вигляду напруженого стану середовища.

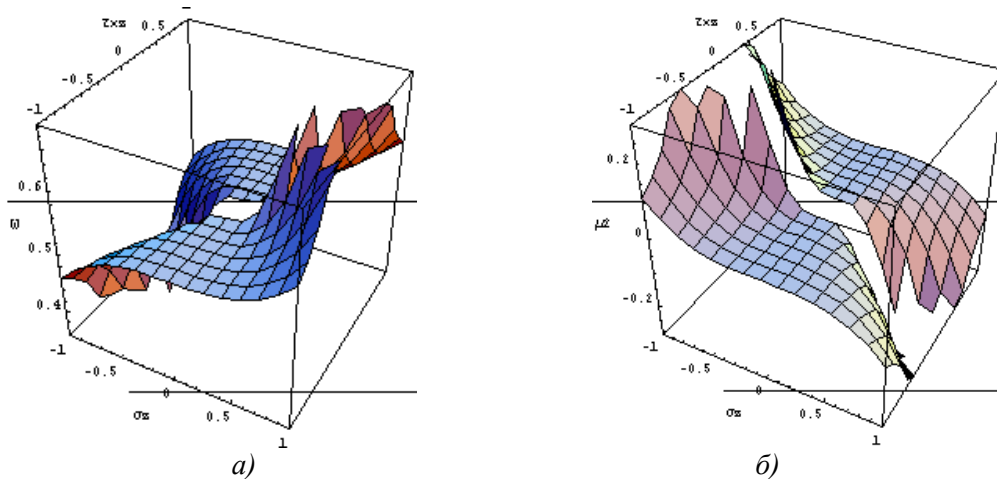


Рис. 4. Графіки змін параметрів w (а) та μ (б) розрахованих за залежностями (7) та (8)

Недоліком спрощеного таким чином критерію є невизначеність абсолютних крайових значень, які характеризують чисте розтягнення та чисте стиснення, але в цьому випадку чистому зсуву відповідає значення критерію $\mu_3 = 0$ [6]. Значення μ_3 зі знаком “-“ відповідає превалюванню напружень розтягнення, знак “+” μ_3 відповідає превалюванню стиснення. Функція критерію в розгорнутому вигляді представлена рівнянням (9), а графічне її зображення для різних за величиною нормальних компонент напружень представлена на рис. 5.

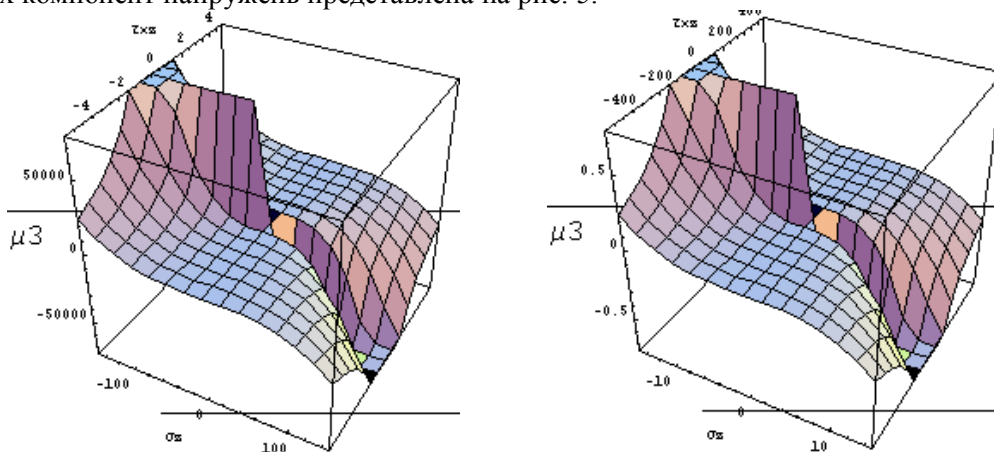


Рис. 5. Графіки змін спрощеного критерію вигляду напруженого стану для різних співвідношень нормальних та дотичних напружень

$$\mu_3 = -\frac{\sqrt{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{2\sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2}} \quad (9)$$

2. Висновки

Аналіз графіків змін критеріїв вигляду напруженого стану, наведених вище, свідчить про можливість застосування спрощеного критерію вигляду напруженого стану для досліджень напружено-деформованого стану суцільного середовища в прикладних дослідженнях.

Список використаних джерел

1. Качанов, Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
2. Вялов, С. С. Реологические основы механики грунтов / С. С. Вялов. – М.: Высш. школа, 1978. – 447 с.
3. Ковбаса В.П. Механіка сільськогосподарських матеріалів та середовищ / В.П. Ковбаса, В.М. Швейко, О.П. Гуцол, М.М. Лисенко – Київ : 2015 – 536 с.
4. Ковбаса В.П. Про подолання труднощів при вирішенні контактних задач пружності



- / В.П. Ковбаса, В.П. Курка, Ахмед Кадем Алі // Луцьк: Сільськогосподарські машини. – 2015. – Вип. 32. – с.79-86.
5. Дубровін В.О., Ковбаса В.П. Фізичні рівняння формалізації ґрунту. // Вісник НАУ, – Київ – 2003 – Вип. 60. – С. 172–176.
6. Ковбаса В.П. Про визначення критерію вигляду напружено – деформованого стану суцільного середовища // Вісник ХДТУСГ «Підвищення надійності відновлюваних деталей машин» – Харків, 2001. – Вип. 8. Т. 2. – с. 79–82.

References

- [1] Kachanov, L. M. Osnovy teorii plastichnosti / L. N. Kachanov. - M.: Nauka, 1969. - 420 s.
- [2] Vyalov, S. S. Reologicheskiye osnovy mekhaniki gruntov / S. S. Vyalov. - M.: Vyssh. shkola, 1978. - 447 s.
- [3] Kolbasa V.P. Mekhanika sel'skokhozyaystvennykh materialov i sred / V.P. Kolbasa, V.M. Shviyko, A.P. Gutsol, M.M. Lysenko - Kiyev: 2015 - 536 s.
- [4] Kolbasa V.P. O preodolenii trudnostey pri reshenii kontaktnykh zadach uprugosti / V.P. Kolbasa, V.P. Kuritsa, Akhmed Kadem Ali // Lutsk: Sel'skokhozyaystvennyye mashiny. - 2015. - Vyp. 32. - s.79-86.
- [5] Dubrovin V.A., Kolbasa V.P. Fizicheskiye uravneniya formalizatsii pochvy. // Vestnik NAU, - Kiyev - 2003 - Vyp. 60. - S. 172-176.
- [6] Kolbasa V.P. Ob opredelenii kriteriya vida napryazhenno - deformirovannogo sostoyaniya sploshnoy sredy // Vestnik KHGTUSKH «Povysheniye nadezhnosti vosstanavlivayemykh detaley mashin» - Khar'kov, 2001. - Vyp. 8. T. 2. - s. 79-82

ОБ УПРОЩЕНИИ КРИТЕРИЯ ВИДА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Работа посвящена разработке упрощенного критерия оценки вида напряженно-деформированного состояния сплошной среды для решения пространственных задач. Критерий оценки вида напряженно-деформированного состояния может использоваться для анализа взаимодействия деформаторов с различными материалами и средами, которые могут быть формализованы как сплошные среды.

Ключевые слова: критерий, напряженно-деформированное состояние, сплошная среда, энергоемкость.

Ф. 9. Лит. 6.

ON SIMPLIFICATION OF THE CRITERION OF THE TYPE OF STRESS-DEFORMED CONDITION OF A CONTINUOUS MEDIUM

The paper presents the research results of development of a simplified criterion for estimating the type of stress-strain state of a continuous medium for solving spatial problems. The criterion for evaluating the type of stress-strain state can be used to analyze the interaction of deformers with various materials and media that can be formalized as continuous media.

Keywords: criterion, stress-strain state, solid medium, energy intensity.

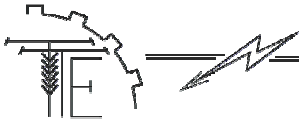
F. 9. Ref. 6.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Ковбаса Володимир Петрович – доктор технічних наук, професор кафедри «Загальнотехнічних дисциплін та охорони праці» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: kovbasa@vsau.vin.ua).

Солона Олена Василівна – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри «Загальнотехнічних дисциплін та охорони праці» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: solona@vsau.vin.ua).

Спірін Анатолій Володимирович – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри «Загальнотехнічних дисциплін та охорони праці» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: spirin-av@mail.ru).



Цуркан Олег Васильович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Процесів та обладнання переробних і харчових виробництв імені професора П.С. Берника» Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, 21008, Україна, e-mail: tsurkan_ov@i.ua).

Колбаса Владимир Петрович – доктор технических наук, профессор кафедры «Общетеchnических дисциплин и охраны труда» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, e-mail: kovbasa@vsau.vin.ua).

Соленая Елена Васильевна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Общетеchnических дисциплин и охраны труда» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, e-mail: solona@vsau.vin.ua).

Спирин Анатолий Владимирович – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Общетеchnических дисциплин и охраны труда» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, e-mail: spirin-av@mail.ru).

Цуркан Олег Васильевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Процесов и оборудования перерабатывающих и пищевых производств имени профессора П.С. Берника» Винницкого национального аграрного университета (ул. Солнечная, 3, г. Винница, 21008, Украина, e-mail: tsurkan_ov@i.ua).

Kolbasa Vladimir – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, of the chair of the department of general technical disciplines and labor protection at the Vinnytsia National Agrarian University (3, Solnechnaya str., Vinnitsa, 21008, Ukraine, e-mail: kovbasa@vsau.vin.ua).

Solona Olena – PhD, Associate Professor in the department of general technical disciplines and labor protection at the Vinnytsia National Agrarian University (3 Solnechnaya str., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: solona@vsau.vin.ua).

Spirin Anatoly – PhD, Associate Professor of the Department of General Technical Disciplines and Occupational Safety and Safety of the Vinnytsia National Agrarian University (3 Solnechnaya Str., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: spirin-av@mail.ru).

Tsurkan Oleg – PhD, Associate Professor of the department "Processes and equipment of processing and food production in the name of professor P.S. Bernik "of the Vinnytsia National Agrarian University (3 Solnechnaya St., Vinnytsia, 21008, Ukraine, e-mail: tsurkan_ov@i.ua).