

УДК 537.32

DOI: 10.15587/2313-8416.2015.56272

НАНОЭЛЕКТРОНИКА «СНИЗУ – ВВЕРХ»: РОЛЬ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ И КОНТАКТОВ

© Ю. А. Кругляк

В рамках концепции «снизу – вверх» нанoeлектроники рассматривается диффузионно-дрейфовая модель тока на основе транспортного уравнения Больцмана. Роль внешнего электрического поля при выходе за пределы режима линейного отклика, полевой транзистор и ток насыщения, роль заряжания проводника, точечная и расширенная модели проводника, роль контактов, модели $p-n$ переходов, генерация тока в проводнике с асимметричными контактами

Ключевые слова: нанofизика, нанoeлектроника, молекулярная электроника, диффузионно-дрейфовая модель, ток насыщения, роль контактов

Within the concept of «bottom – up» approach of modern nanoelectronics the diffusion-drift model of a current on the basis of the Boltzmann transport equation, the role of the external electric field beyond the linear response regime, field-effect transistor and saturation current, the role of conductor charging, the point and extended models of a conductor, the role of contacts, the model of $p-n$ junctions, the generation of a current in a conductor with asymmetric contacts are discussed

Keywords: nanophysics, nanoelectronics, molecular electronics, diffusion-drift model, saturation current, role of contacts

1. Введение

Эта статья продолжает серию учебно-обзорных публикаций в журнале «ScienceRise», начатую в 2015 году. Напомним, что раньше в рамках концепции «снизу – вверх» современной нанoeлектроники рассматривались казалось бы такие очевидные вопросы как причины возникновения электрического тока, все еще малоизвестный обобщенный закон Ома, модель упругого резистора Ландауэра, были введены понятия мод проводимости и коэффициента прохождения, а также были подробно рассмотрены термоэлектрические явления применительно к нанoeлектронике [1]. Далее были рассмотрены ключевые вопросы спинтроники и магнетроники [2], вслед за которыми достаточно подробно был изложен метод неравновесных функций Грина в матричном представлении, сформулированы и решены этим методом модельные транспортные задачи для 1D и 2D проводников, включая графен, сформулирован общий метод учета электрических контактов в уравнении Шредингера и рассмотрены модели упругой и спиновой дефазировки и учет некогерентных транспортных процессов. На этой основе далее подробно рассмотрены различные эффекты Холла, вопросы измерения электрохимических потенциалов и транспорта спинов. Построена равновесная термодинамика проводника с током с привлечением

представления Фока, сформулирована и подробно рассмотрена модель информационно-управляемого аккумулятора и показана принципиальная возможность извлечения информационной энергии из окружающей среды в результате использования информации, доступной нам в форме дефицита энтропии относительно ее равновесного значения.

В настоящем обзоре мы рассматриваем диффузионно-дрейфовую модель тока на основе транспортного уравнения Больцмана, роль внешнего электрического поля при выходе за пределы режима линейного отклика, модели полевого транзистора и ток насыщения, роль заряжания проводника, его точечную и расширенные модели, роль контактов, модели $p-n$ переходов, генерацию тока в проводнике с асимметричными контактами.

Завершим мы эту серию учебно-обзорных статей рассмотрением явления кулоновской блокады в одноэлектронике в качестве примера выхода за пределы применимости метода неравновесных функций Грина и приведем наши результаты расчета полевого транзистора на одиночной молекуле бензола как демонстрацию возможностей современной молекулярной электроники.

Эта и все предыдущие статьи этой серии учебно-обзорных статей рассчитаны прежде всего на пре-

подавателей, аспирантов, магистрантов и студентов, которые читают курсы или обучаются на различных специальностях физического и инженерного профиля, и имеют своей целью популяризацию современной концепции преподавания физики наносистем, автором которой является Суприе Датта (университет Пердью, США) и в значительной мере альтернативной традиционной концепции, которая отталкивается от рассмотрения аналогичных явлений в массивных 3D проводниках.

2. Литературный обзор

До сих пор, ни при изложении причин возникновения электрического тока [1], ни при обсуждении уравнения диффузии для описания баллистического транспорта электронов [2], не привлекалось внешнее электрическое поле в качестве причины, создающей разность потенциалов на концах проводника, хотя именно оно и в поныне практикуемом стандартном изложении объявляется причиной, порождающей электрический ток. Может показаться парадоксальным, что фактически вся теория электрической проводимости была построена [1, 3] без привлечения понятия внешнего электрического поля.

Сами электрические поля удобно представлять в виде градиента электростатического потенциала U/q . Мы же при объяснении причины возникновения электрического тока пользовались электрохимическим потенциалом μ . Различие между этими двумя потенциалами следующее:

$$\mu = (\mu - U) + U, \tag{1}$$

где первое слагаемое обычно называют электрохимическим потенциалом, а второе – электростатическим потенциалом. Соотношение между потенциалами и их связь с плотностью состояний показана на рис. 1.

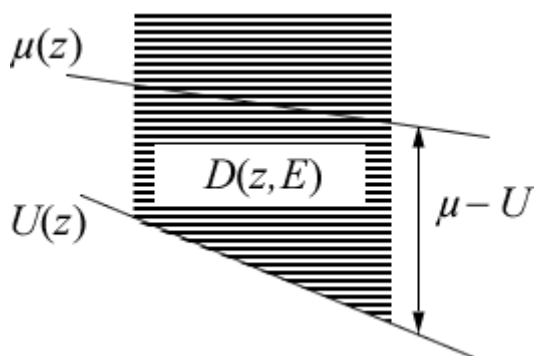


Рис. 1. Качественная картина изменения электрохимического μ/q и электростатического U/q потенциалов вдоль длины проводника z . Разность между ними есть изменяющаяся вдоль длины проводника плотность состояний $D(z, E)$

Электрохимический потенциал μ фиксирует энергию, вплоть до которой включительно заполнены электронные состояния проводника, а электростатический потенциал U определяет сдвиг всех до-

ступных электронных состояний проводника, так что их разность $\mu - U$ есть мера заполненности уровней энергии электронами и просто равна числу электронов.

Уравнение диффузии, связывающее электрический ток с градиентом электрохимического потенциала, было получено ранее (ур-е (88) в [2]), а именно:

$$\frac{I}{A} = -\sigma \frac{d(\mu/q)}{dz}, \tag{2}$$

где σ – удельная проводимость проводника [1] с площадью поперечного сечения A . Однако, фактически в [2] мы получили уравнение

$$\frac{I}{A} = -\sigma \frac{d(\mu - U)/q}{dz} \tag{3}$$

в предположении, что внешнее электрическое поле $d(U/q)/dz$ равно нулю. Каким же должно быть уравнение диффузии, если мы хотим учесть отличное от нуля внешнее электрическое поле?

3. Диффузия и дрейф

На первый взгляд, кажется, что для вывода такого уравнения потребуется с самого начала учесть влияние электрического поля $d(U/q)/dz$ на все электроны проводника. Однако, необходимости решать такую задачу «с нуля» нет, поскольку согласно постулатам равновесной статистической механики электрический ток отсутствует, если электрохимический потенциал μ на обоих концах проводника один и тот же, точно так же как и отсутствует поток тепла, если температура на обоих концах проводника одна и та же. Поэтому уравнением диффузии и при отличном от нуля внешнем электрическом поле должно быть уравнение (2), которое удобно переписать в виде суммы двух вкладов, а именно:

$$\frac{I}{A} = -\sigma \frac{d(\mu - U)/q}{dz} - \sigma \frac{dU/q}{dz}, \tag{4}$$

первый из которых описывает диффузию, а второй – дрейф. При этом оба вклада пропорциональны одному и тому же значению удельной проводимости – требование, ведущее к соотношению Эйнштейна между диффузией и дрейфом заряженных частиц [4–6]. Именно поэтому мы можем найти электрическую проводимость σ , рассматривая лишь диффузию электронов в отсутствии внешнего электрического поля ($U=0$), заменив ур-е (3) уравнением (2), которое, как оказывается, уже все учитывает. Нет нужды отдельно рассматривать задачу о дрейфе. Другими словами, диффузионное уравнение (2) является на самом деле уравнением, описывающим и диффузию и дрейф, хотя сам дрейф в явном виде не рассматривается.

А не могли бы мы вместо изложенного выше подхода пренебречь в уравнении (4) диффузионным вкладом и учесть лишь дрейфовую составляющую? Ведь в этой модели ток действительно порождается внешним электрическим полем и нет нужды обращаться к электрохимическим потенциалам. Проблема с таким подходом, однако, состоит в том, что теперь надо привлекать некие мистические силы, чтобы объ-

яснить почему внешнее электрическое поле действует лишь на некоторые электроны проводника, а не на все электроны. Энергетическое окно для транспорта электронов определяется функцией F_T (ф-ла (11) и рис. 3 в [1]), возникающей естественным образом как результат «подготовки» двух контактов (уравнения (20) и (21) в [1]):

$$f_1(E) - f_2(E) = \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) (\mu_1 - \mu_2). \quad (5)$$

Ниже мы обоснуем пренебрежение дрейфовой составляющей в (4) опираясь на транспортное уравнение Больцмана (ТУБ), более известное в русскоязычной литературе как кинетическое уравнение Больцмана, которое обычно является отправной точкой при обсуждении любых задач транспорта частиц. Мы уже обращались к ТУБ в связи с эффектом Холла [7]. Как и прежде, не вдаваясь в детали, покажем лишь, что в режиме линейного отклика ток действительно зависит лишь от градиента электрохимического потенциала $d\mu/dz$, а не от градиента электростатического потенциала dU/dz . Покажем также, что в случае динамического, переменного во времени транспорта пренебрежение учетом электрических полей может привести к ошибочным результатам. Даже в условиях динамического равновесия электрические поля играют важную роль в описании всей вольт-амперной характеристики как только мы выходим за пределы режима линейного отклика.

4. Транспортное уравнение Больцмана

При рассмотрении токов в режиме неравновесных потенциалов [2] были введены функции распределения f^+ и f^- и соответствующие электрохимические потенциалы μ^+ и μ^- , которые описывают токи I^+ и I^- , берущие свое начало на истоке и стоке, соответственно (рис. 2).

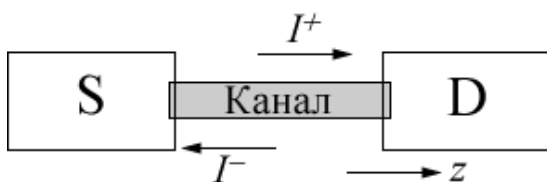


Рис. 2. Токи I^+ и I^- , порождаемые, соответственно, истоком S и стоком D

Токи I^+ и I^- , а рассматриваем мы, как и прежде, упругие резисторы [1], формируются электронами, движущимися под разными углами по отношению к оси проводника и таким образом имеющих различные значения z -проекции импульса p_z , хотя полный импульс у них сохраняется и энергия электронов постоянна. Для учета влияния электрического поля на такой проводник нужны функции распределения $f^+(z, p_z, t)$ и $f^-(z, p_z, t)$ с учетом зависимости от импульса в явном виде. Такие функции даются решениями ТУБ

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + F_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = \hat{S} f \quad (6)$$

и показывают они заселенность состояний с заданными значениями скорости v_z и импульса p_z в точке проводника z в момент времени t , где F_z есть сила, действующая на электрон в тот же момент времени t , а под символом \hat{S} подразумевается соответствующий оператор рассеяния, распределяющий электроны по состояниям со всеми возможными значениями скорости.

Если в уравнении (6) правую часть занулить (рассеяние отсутствует), а именно:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + F_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = 0, \quad (7)$$

то такое уравнение полностью эквивалентно описанию набора частиц с импульсами $p_z(t)$ в точках проводника $z(t)$, динамика которых описывается законами классической механики

$$v_z \equiv \frac{dz}{dt} = \frac{\partial E}{\partial p_z}, \quad (8)$$

$$F_z \equiv \frac{dp_z}{dt} = -\frac{\partial E}{\partial z}, \quad (9)$$

где $E(z, p_z, t)$ – полная энергия, с одним лишь отличием: если уравнения (8) и (9) описывают динамику одиночной частицы, положение и импульс которой меняются со временем, то в (7) все три переменных z, p_z, t равноправны и независимы друг от друга, в результате чего достигается описание коллективного транспортного процесса.

Для вывода ур-я (7) из уравнений (8) и (9) обратим внимание прежде всего на то, что в отсутствие рассеяния

$$f(z, p_z, t) = f(z - v_z \Delta t, p_z - F_z \Delta t, t - \Delta t), \quad (10)$$

что отражает следующий очевидный факт: любой электрон с импульсом p_z в положении z в момент времени t должен иметь импульс $p_z - F_z \Delta t$ в положении $z - v_z \Delta t$ в более ранний момент времени $t - \Delta t$.

Далее поступим просто: разложим (10) в ряд Тейлора и ограничимся лишь первым порядком:

$$f(z, p_z, t) = f(z, p_z, t) - \frac{\partial f}{\partial z} v_z \Delta t - \frac{\partial f}{\partial p_z} F_z \Delta t - \frac{\partial f}{\partial t} \Delta t, \quad (11)$$

сократим подобные и получим ТУБ в отсутствие рассеяния (7).

Далее для наших целей достаточно рассеяние $\hat{S} f$ в (6) учесть лишь в приближении времени релаксации (ВР) [7, 8]

$$\hat{S} f \cong -\frac{f - f_0}{\tau}, \quad (12)$$

которое предполагает, что эффект от влияния рассеяния просто пропорционален отклонению искомой функции распределения f от ее равновесного значения f_0 . Такой подход надо считать квазиклассиче-

ским. И вот почему. Само ур-е (6) можно считать классическим в том смысле, что электроны рассматриваются в нем как частицы. Но оно не совсем классическое применительно к электронам, поскольку оператор рассеяния \hat{S} в принципе имеет квантовую природу, а кроме того в левой части уравнения фактически учитывается дисперсионное соотношение. Для графена, например, оно имеет вид

$$\vec{E} = \pm v_0 \vec{p},$$

следующий из его зонной структуры [9, 10], также имеющей квантовую природу. Если согласиться с квазиклассической природой транспортного уравнения Больцмана применительно к электронам, то многие транспортные свойства графена получают свое правдоподобное объяснение [11–16], чего сам Людвиг Больцман [17] в 1872 году предвидеть, конечно, не мог.

5. Уравнение диффузии как следствие ТУБ

Из полного ТУБ (6) в приближении ВР (12) в условиях динамического равновесия ($\partial/\partial t=0$)

$$v_z \frac{\partial f}{\partial z} + F_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = -\frac{f - f_0}{\tau}. \quad (13)$$

Полная энергия в присутствии внешнего электрического поля

$$E(z, p_z) = \varepsilon(p_z) + U(z), \quad (14)$$

где дисперсионное соотношение $\varepsilon(p_z)$ испытывает сдвиг со стороны внешнего поля $U(z)$, как это показано на рис. 3.

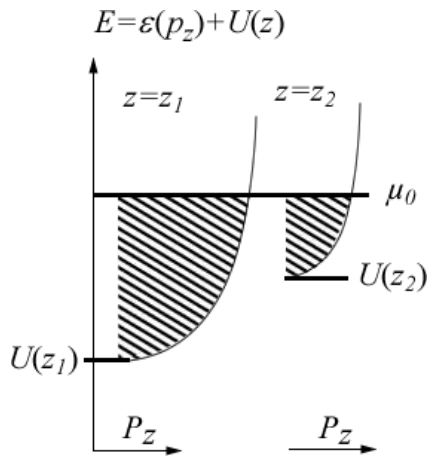


Рис. 3. Сдвиг дисперсии при $U = 0$ ($z = z_1$) с включением поля $U = U(z_2) - U(z_1)$ при постоянном значении электрохимического потенциала $\mu_0 = \text{Const}$

Сначала обратим внимание на то, что равновесное распределение

$$f_0(z, p_z) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(z, p_z) - \mu_0}{kT}\right) + 1} \quad (15)$$

при постоянном значении электрохимического потенциала μ_0 удовлетворяет ТУБ (13). Правая часть (13) очевидно равна нулю. Убедимся, что и левая часть ур-я (13) также равна нулю. Для этого введем новую переменную

$$X_0 \equiv E(z, p_z) - \mu_0 = \varepsilon(p_z) + U(z) - \mu_0 \quad (16)$$

и учтем соотношения (8) и (9), а именно:

$$\begin{aligned} v_z \frac{\partial f_0}{\partial z} + F_z \frac{\partial f_0}{\partial p_z} &= \left(\frac{\partial f_0}{\partial X_0}\right) \left(v_z \frac{\partial X_0}{\partial z} + F_z \frac{\partial X_0}{\partial p_z}\right) = \\ &= \left(\frac{\partial f_0}{\partial X_0}\right) \left(v_z \frac{\partial E}{\partial z} + F_z \frac{\partial E}{\partial p_z}\right) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Ситуация в отсутствие равновесия качественно показана на рис. 4.

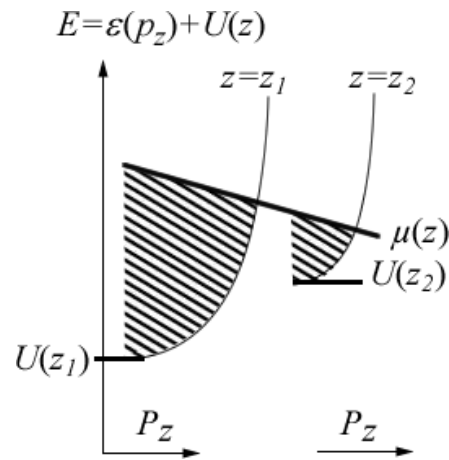


Рис. 4. Изменение электрохимического потенциала вдоль проводника $\mu = \mu(z)$ в отсутствие равновесия

Пусть функция распределения в отсутствие равновесия имеет тот же вид (15), но с пространственно переменным электрохимическим потенциалом:

$$f(z, p_z) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(z, p_z) - \mu(z)}{kT}\right) + 1}. \quad (18)$$

Введем с учетом (16) новую переменную

$$X \equiv E(z, p_z) - \mu(z) = X_0(z, p_z) + \mu_0 - \mu(z), \quad (19)$$

в которой фигурирует отличие текущего значения электрохимического потенциала $\mu(z)$ от его равновесного значения μ_0 . С новой переменной левая часть ур-я (13) оказывается равной

$$\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right) \left(v_z \frac{\partial X}{\partial z} + F_z \frac{\partial X}{\partial p_z}\right) = \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right) \left(-v_z \frac{\partial \mu}{\partial z}\right), \quad (20)$$

в чем убедиться можно следующим образом: в левую часть (20) подставим вместо скорости и силы уравнения (8) и (9) и возьмем производные от новой переменной X (19); в результате сократится слагаемое $(\partial E/\partial z)(\partial E/\partial p_z)$ и останется лишь $-v_z d\mu/dz$.

В условиях малости отклонения электрохимического потенциала $\mu(z)$ от его равновесного значения μ_0 переменные (19) и (16) близки друг к другу, так что правую часть ур-я (20) можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_{X=x_0} \left(-v_z \frac{\partial \mu}{\partial z}\right), \quad (21)$$

чему равна левая часть исходного ур-я (13). В его правой части стандартно перейдем от функций распределения к электрохимическим потенциалам (Ф-ла (15) в [1]):

$$-\frac{f-f_0}{\tau} \cong \left(\frac{\partial f}{\partial X}\right)_{X=x_0} \frac{\mu(z)-\mu_0}{\tau}. \quad (22)$$

Сравнивая левую (21) и правую (22) части исходного ТУБ (13), получаем искомое уравнение диффузии

$$v_z \frac{d\mu}{dz} = -\frac{\mu(z)-\mu_0}{\tau}. \quad (23)$$

Введем отдельные электрохимические потенциалы μ^+ и μ^- для электронов, движущихся слева направо ($v_z > 0$) и справа налево ($v_z < 0$) (рис. 2):

$$\frac{d\mu^+}{dz} = -\frac{\mu^+ - \mu_0}{v_z \tau}, \quad \frac{d\mu^-}{dz} = \frac{\mu^- - \mu_0}{v_z \tau}. \quad (24)$$

Выбрав равновесное значение химического потенциала как полусумму $\mu_0 = (\mu^+ + \mu^-) / 2$, имеем:

$$\frac{d\mu^+}{dz} = -\frac{\mu^+ - \mu^-}{\lambda} = \frac{d\mu^-}{dz}, \quad (25)$$

где $\lambda = 2v_z \tau$. Комбинируя (25) с уравнениями для тока (ур-я (110) в [2]) окончательно получаем диффузионные уравнения для тока (110) в [2], приведенные в [2] без доказательства.

Обратим внимание на методически важное обстоятельство: при выводе уравнений (25) мы в явном виде учитывали внешнее электрическое поле и показали, что его влияние оказывается нулевым: внешнее приложенное электрическое поле не влияет на низковольтную проводимость (режим линейного отклика). Вместе с тем, любые поля, встроенные в проводник, находящийся в условиях равновесия электрохимического потенциала, влияют на низковольтную проводимость. Интересное обсуждение этого важного вопроса и роли гетероструктур можно найти в [3].

6. Транспортные эффекты при распространении тока по квантовой проволоке

До сих пор мы рассматривали равновесный транспорт электронов от истока к стоку и показали, что для понимания низковольтной проводимости достаточно электрохимического потенциала μ и нет нужды учитывать электростатический потенциал U .

Межэлементные соединения в интегральных схемах обычно металлические, часто медные или алюминиевые. В связи с продолжающейся миниатю-

ризацией рассматривают и другие варианты, среди которых нужно в первую очередь упомянуть углеродные нанотрубки (УНТ) с металлической проводимостью. Именно для них была построена токовая модель линии передачи, основанная на жидкостной теории Люттинжера [18]. Сравнение медных и металлических УНТ межэлементных соединений выполнено в [19] на основе потенциальных оценок Бюрке [20, 21]. Именно эти пионерские работы Бюрке поставили следующий важный вопрос [22]. Традиционные металлические межэлементные соединения обычно моделируются линией передачи с магнитной индуктивностью L_M и электростатической емкостью C_E (рис. 5).

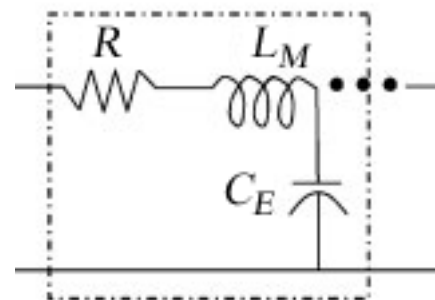


Рис. 5. Традиционная линия передачи: сопротивление и последовательно с ним индуктивность шунтируются емкостью между линией передачи и землей

В жидкостной модели Люттинжера линии передачи дополнительно появляются кинетическая индуктивность L_K и квантовая емкость C_Q (рис. 6).

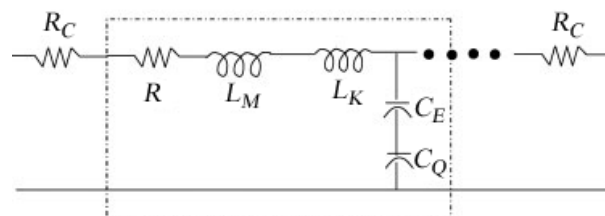


Рис. 6. Эквивалентная схема линии передачи в модели Люттинжера: вклад в суммарную индуктивность дают магнитная и кинетическая индуктивности, а в суммарную емкость – электростатическая и квантовая емкости

Как связаны между собой эти две предельные модели? Если поперечное сечение медного межэлементного соединения существенно уменьшится, окажется ли существенным вклад L_K и C_Q ? Насколько надо уменьшить поперечное сечение чтобы их вклад оказался существенным? Ответ на эти вопросы дан в модели [22], вывод основных уравнений которой мы рассмотрим достаточно подробно.

Речь пойдет о транспортных эффектах распространения переменного тока по нанопроволоке вдали от контактов, где мы зададимся локальными напряжением $V(z, t)$ и током $I(z, t)$ (рис. 7).

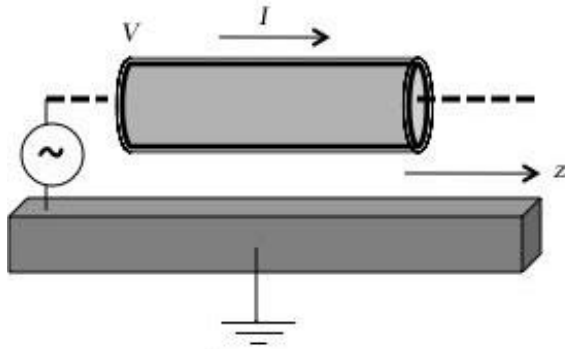


Рис. 7. Локальные значения $V(z,t)$ и $I(z,t)$ определяют динамический транспорт по нанопроволоке

Эта задача для нас интересна тем, что требуется воспользоваться различием между раздельными электрохимическими потенциалами μ^+ и μ^- (24), (25) с тем, чтобы получить корректные выражения для индуктивности и емкости.

Начнем опять с ТУБ с приближении ВР (12), но теперь уже откажемся от динамического равновесия ($\partial/\partial t = 0$):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + F_z \frac{\partial f}{\partial p_z} = -\frac{f - f_0}{\tau},$$

линеаризуем его имея в виду что теперь функция распределения, по сравнению с (18), имеет вид

$$f(z, p_z, t) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(z, p_z, t) - \mu(z, t)}{kT}\right) + 1}. \quad (26)$$

По сравнению со стационарным уравнением диффузии (23) теперь мы имеем слева два дополнительных слагаемых:

$$\frac{\partial \mu(z, t)}{\partial t} + v_z \frac{d\mu(z, t)}{dz} - \frac{\partial E(z, t)}{\partial t} = -\frac{\mu(z, t) - \mu_0}{\tau}, \quad (27)$$

определяющих динамику E и μ .

Как и в случае стационарного уравнения диффузии (23), расщепим это уравнение на два уравнения для потенциалов μ^+ и μ^- , сумма и разность которых дают напряжение и ток, так что окончательно получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{d(\mu/q)}{dz} = -(L_M + L_K) \frac{\partial I}{\partial t} - \frac{I}{\sigma A}, \quad (28)$$

$$\frac{d(\mu/q)}{dt} = -\left(\frac{1}{C_E} + \frac{1}{C_Q}\right) \frac{\partial I}{\partial z}, \quad (29)$$

которая выглядит как система уравнений линии передачи с последовательным соединением магнитной и кинетической индуктивностей и электростатической и квантовой емкостей, шунтирующих линию передачи (рис. 8).

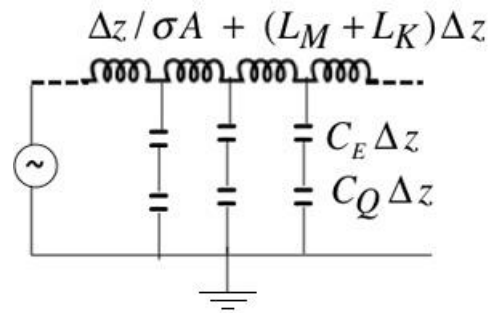


Рис. 8. Эквивалентная схема линии передачи (рис. 7) с учетом L_K и C_Q

Приведем более подробные выкладки при переходе от (27) к (28) и (29). Итак, расщепляем уравнение (27) на два уравнения:

$$\frac{\partial \mu^+}{\partial t} + v_z \frac{d\mu^+}{dz} - \frac{\partial E^+}{\partial t} = -\frac{\mu^+ - \mu_0}{\tau}, \quad (30)$$

$$\frac{\partial \mu^-}{\partial t} - v_z \frac{d\mu^-}{dz} - \frac{\partial E^-}{\partial t} = -\frac{\mu^- - \mu_0}{\tau}. \quad (31)$$

Складываем и вычитая (30) и (31) и используя

$$I = \frac{q}{h} M (\mu^+ - \mu^-),$$

$$\mu = \frac{1}{2} (\mu^+ + \mu^-),$$

где M – число мод проводника, получаем

$$2 \frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{v_z}{qM/h} \frac{\partial I}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial t} (E^+ + E^-) = 0,$$

$$\frac{1}{qM/h} \frac{\partial I}{\partial t} + 2v_z \frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial t} (E^+ - E^-) = -\frac{I}{(qM/h)\tau}.$$

После перегруппировки имеем

$$\frac{\partial(\mu/q)}{\partial t} = -\frac{1}{C_Q} \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{1}{2q} \frac{\partial}{\partial t} (E^+ + E^-), \quad (32)$$

$$\frac{\partial(\mu/q)}{\partial z} = -L_K \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{1}{2qv_z} \frac{\partial}{\partial t} (E^+ - E^-) - RI, \quad (33)$$

где квантовая емкость C_Q и кинетическая индуктивность L_K (на единицу длины проводника) возникают как транспортные эффекты:

$$C_Q = \frac{q^2}{h} \left\langle \frac{2M}{v_z} \right\rangle, \quad (34)$$

$$L_K = \frac{h}{q^2} \left\langle \frac{1}{2Mv_z} \right\rangle, \quad (35)$$

тогда как C_E и L_M являются обычными электростатической емкостью и магнитной индуктивностью, следующими из уравнений электростатики и магнитостатики.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Если не учитывать поля, входящие в выражение для $E(z, t)$, мы лишимся производной $\partial E/\partial t$ в (27), а именно:

$$\frac{\partial \mu(z, t)}{\partial t} + v_z \frac{d\mu(z, t)}{dz} = -\frac{\mu(z, t) - \mu_0}{\tau},$$

и после преобразований, аналогичным проведенным выше, получим

$$\frac{d(\mu/q)}{dz} = -L_K \frac{\partial I}{\partial t} - \frac{I}{\sigma A}, \quad (36)$$

$$\frac{d(\mu/q)}{dt} = -\frac{1}{C_Q} \frac{\partial I}{\partial z}. \quad (37)$$

Для каких проводников эти уравнения будут справедливы? Только для нанопроводников с очень малыми значениями поперечного сечения, следствием чего у них будут небольшие значения числа мод проводимости M , что в свою очередь, согласно (34) и (35), ведет к $L_K \gg L_M$ и $C_Q \ll C_E$, т. е. к уравнениям (36) и (37) вместо (28) и (29).

Если изучать проводимость только в условиях равновесия ($\partial/\partial t = 0$), то обе пары уравнений (36), (37) и (28), (29) сводятся к обычным уравнениям диффузии (88) и (97) в [2]. Как уже неоднократно указывалось, при изучении проводимости в режиме линейного отклика нет нужды учитывать внешнее приложенное электрическое поле.

Вернемся к уравнениям (32) и (33) и рассмотрим слагаемые, содержащие энергии E^\pm . Энергия $E(z, p_z, t)$, ассоциируемая с поперечной электромагнитной волной, может быть выражена через $U(z, t)$ и векторный потенциал $A_z(t)$, ориентированный вдоль оси распространения волны z , а именно:

$$E = \frac{(p_z - qA_z(t))^2}{2m} + U(z, t).$$

Учитывая, что

$$v = \frac{\partial E}{\partial p_z} = \frac{p_z - qA_z}{m},$$

можно записать

$$\frac{\partial E}{\partial t} = v_z \left(-q \frac{\partial A_z}{\partial t} \right) + \frac{\partial U}{\partial t},$$

так что

$$\frac{\partial}{\partial t} (E^+ + E^-) = 2 \frac{\partial U}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (E^+ - E^-) = 2v_z \left(-q \frac{\partial A_z}{\partial t} \right).$$

Теперь уравнения (32) и (33) могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial(\mu/q)}{\partial t} = -\frac{1}{C_Q} \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\partial(U/q)}{\partial t},$$

$$\frac{\partial(\mu/q)}{\partial z} = -L_K \frac{\partial I}{\partial t} - \frac{\partial A_z}{\partial t} - RI,$$

что сводится к (28) и (29) имея в виду, что

$$A_z = L_M I, \quad U/q = C_E Q,$$

и используя уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial z} = 0.$$

7. Роль электростатики

Внешнее электрическое поле играет важную роль как только мы выходим за пределы режима линейного отклика. Роль внешнего электростатического потенциала и соответствующего электрического поля мы продемонстрируем на примере простейшего полевого нанотранзистора, вольт-амперная характеристика которого за пределами режима линейного отклика контролируется приложенным электростатическим потенциалом.

Ток в модели упругого резистора дается формулой (26) из [1], а именно:

$$I = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E) (f_1(E) - f_2(E)).$$

При учете внешнего электростатического потенциала U

$$I = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E - U) (f_1(E) - f_2(E)), \quad (38)$$

при этом на первых порах будем пользоваться точечной моделью канала переноса электронов, которая предполагает неизменность плотности состояний $D(E)$ при движении вдоль проводника. Позже перейдем к стандартной расширенной модели проводника, учитывающей градиент $D(E)$ при переходе вдоль проводника от истока к стоку.

7.1. Полевой транзистор

В простейшем варианте это трехтерминальное устройство (рис. 9) (исток/source/S – сток/drain/D – затвор/gate/G), при этом затвор отделен от канала проводимости диэлектрической прокладкой, так что ток через затвор не идет: потенциал затвора V_G позволяет контролировать ток $I(V_D)$ в канале проводимости.

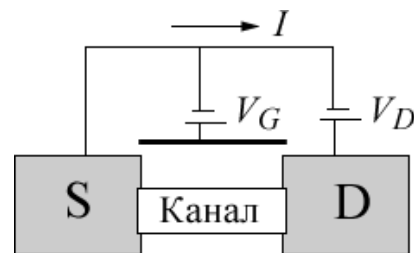


Рис. 9. Простейший трехтерминальный полевой транзистор

Характерная вольт-амперная характеристика полевого транзистора показана на рис. 10.

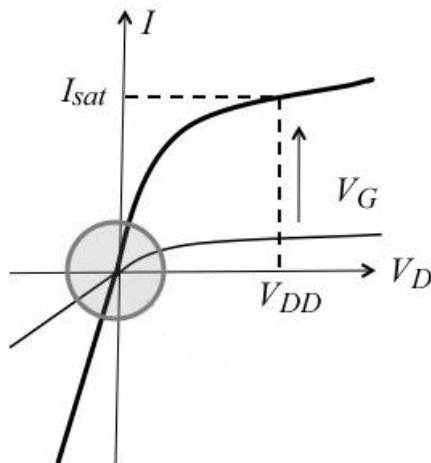


Рис. 10. Типичная вольт-амперная характеристика $I(V_D)$ полевого транзистора и ее изменение с ростом потенциала затвора V_G . Кругом показана область режима линейного отклика

Все ясно с низковольтной проводимостью. Однако, с ростом V_D происходит нарушение закона Ома и появляются эффекты, требующие пересмотра и дополнения уже привычных представлений.

Пусть потенциал на затворе нулевой, а в щели $\mu_1 - \mu_2$ нет электронных состояний проводника (рис. 11): тока нет.

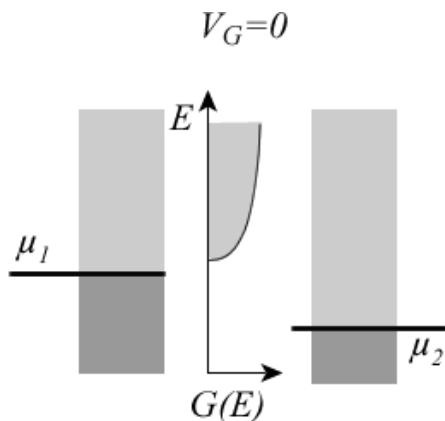


Рис. 11. Демонстрация того, что отсутствие электронных состояний проводника в щели $\mu_1 - \mu_2$ является причиной отсутствия электрического тока

При подаче положительного потенциала на затвор $V_G > 0$ все уровни энергии проводника понижаются, ток увеличивается тем больше, чем больше положительный потенциал на затворе (рис. 12), в чем можно убедиться подставляя $U = qV_G$ в ур-е (38).

Такова ситуация для n -проводников. Для проводников p -типа плотность состояний нисходящая с ростом энергии [23] и возрастание положительного потенциала на затворе ведет к противоположному эффекту по току. Далее будем рассматривать только проводники n -типа.

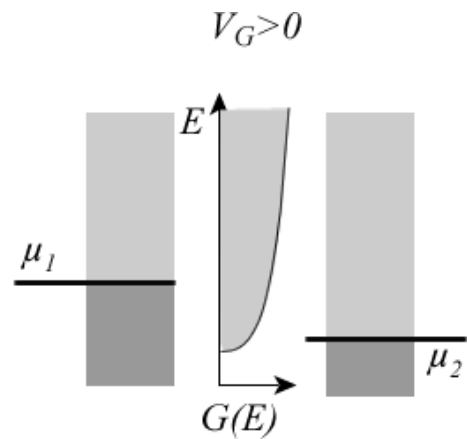


Рис. 12. Демонстрация того, что при подаче на затвор положительного потенциала происходит понижение всех уровней проводника, что влечет за собой появление электронных состояний в зазоре $\mu_1 - \mu_2$ и рост тока по мере увеличения этого потенциала

7. 2. Ток стремится к насыщению

По мере роста напряжения V_D ток не возрастает линейно согласно закону Ома, а стремится к насыщению (рис. 10). Причина очевидна. Как только электрохимический потенциал стока μ_2 опустился ниже дна зоны проводимости (рис. 13), увеличение тока произойти уже не может.

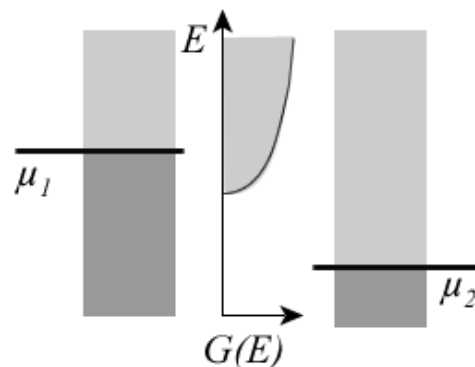


Рис. 13. Демонстрация того, что ток испытывает насыщение как только электрохимический потенциал стока μ_2 оказывается ниже дна зоны проводимости

Величина тока насыщения определяется из ур-я (38), а именно:

$$I_{sat} = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E-U) f_1(E), \quad (39)$$

где фермиевская функция на стоке опущена, поскольку предполагается, что для всех отличных от нуля мод проводимости фермиевская функция на стоке нулевая.

Если бы ток насыщения определялся бы только значением потенциала на затворе

$$U^{(1)} = -qV_G, \quad (40)$$

то насыщение было бы полным (горизонтальная полочка) как только μ_2 окажется на несколько kT ниже дна зоны проводимости. В реальных же экспери-

ментах ток продолжает расти с увеличением V_D (рис. 14). Причина заключается в том, что увеличение потенциала на стоке V_D не только ведет к понижению электрохимического потенциала μ_2 , но и к понижению всех уровней энергии проводника (рис. 14) подобно тому, как это происходит при увеличении потенциала на затворе V_G .

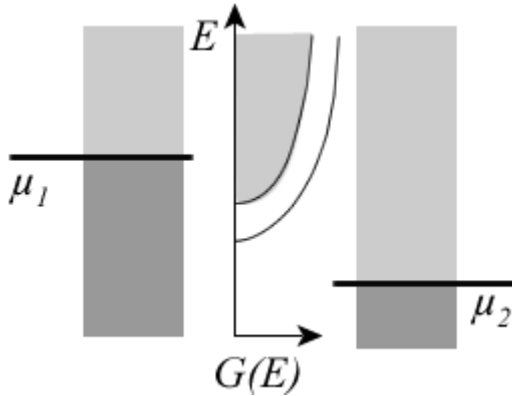


Рис. 14. Демонстрация того, что при понижении μ_2 , что соответствует росту потенциала на стоке V_D , понижаются также все уровни в зоне проводимости проводника

В конечном результате ток продолжает несколько возрастать по мере того, как проводимость $G(E)$ ползет вниз по энергии на некоторую долю α ($\alpha < 1$) от потенциала на стоке V_D , что и отражено ниже в более точной модели для тока насыщения:

$$U^{(2)} = \alpha(-qV_D) + \beta(-qV_G) \equiv U_L. \quad (41)$$

Задача создания хорошего полевого транзистора сводится к тому, чтобы величину α сделать как можно меньшей и тем самым влияние потенциала на стоке V_D свести к минимуму. Если величина α окажется нулевой, ток выйдет на полное насыщение (рис. 15), что и соответствует идеальному полемому транзистору: в таком транзисторе ток насыщения полностью определяется потенциалом на затворе V_G и никак не зависит от потенциала на стоке V_D .

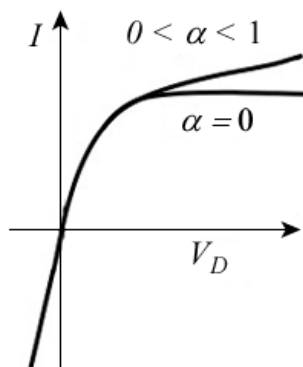


Рис. 15. Демонстрация того, что ток в полевом транзисторе испытывает полное насыщение, если он в режиме насыщения не подвержен влиянию потенциала на стоке V_D

Чтобы гарантировать существенно преобладающий контроль над каналом проводимости со стороны затвора по сравнению со стоковым терминалом, нужно толщину диэлектрической прокладки затвора сделать существенно меньшей длины проводника. При типичной длине проводника в современных транзисторах в несколько сот атомов, толщина диэлектрической прокладки должна быть лишь несколько атомов, чтобы обеспечить нужное малое значение α . Поразительно, как такая толщина с высокой надежностью контролируется в производстве современных ноутбуков.

7. 3. Роль зарядания проводника

Есть еще один эффект, который ведет к увеличению тока насыщения сверх того значения, которое получается при использовании (41) в (38). В проводнике под напряжением заселенность состояний проводника меньше по сравнению с заселенностью проводника в состоянии динамического равновесия, когда оба контакта стремятся максимально заполнить доступные состояния проводника. Тогда как под напряжением исток стремится пополнить электронными состояниями проводника, а сток стремится электронно удалить из проводника. Уменьшение максимальной заселенности состояний проводника под напряжением ведет к заряданию проводника положительным зарядом, что в свою очередь ведет к понижению всех состояний проводника (рис. 14) и даже в случае идеального транзистора ($\alpha = 0$) увеличивает ток.

Учесть эффект зарядания в рамках точечной модели проводника можно путем добавления к потенциалу проводника U_L (41) еще одного слагаемого

$$U = U_L + U_0(N - N_0), \quad (42)$$

которое учитывает отличие равновесного числа электронов в проводнике N_0 от его неравновесного значения N в условиях нахождения проводника под напряжением, где U_0 есть вклад в потенциал проводника в пересчете на один электрон.

Равновесное число электронов в проводнике N_0 вычисляется через равновесное значение ферми-евской функции $f_0(E)$:

$$N_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} dE D(E-U) f_0(E), \quad (43)$$

а соответствующее неравновесное значение

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} dE D(E-U) \frac{f_1(E) + f_2(E)}{2} \quad (44)$$

в предположении, что проводник с обоими контактами взаимодействует одинаково хорошо.

Как только найден потенциал проводника U , удовлетворяющий одновременно уравнениям (42)–(44), ток вычисляется по (38) или по эквивалентному ему уравнению

$$I = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dE G(E) (f_1(E+U) - f_2(E+U)). \quad (45)$$

Вычисление потенциала проводника U , сводится к итерационному процессу, принципиальная блок-схема которого показана на рис. 16.

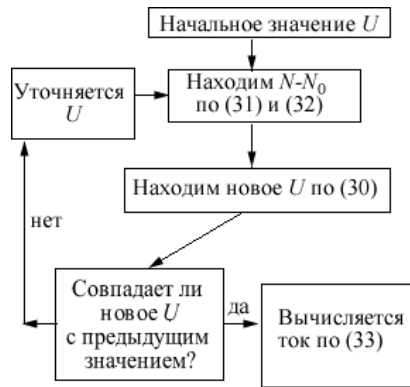


Рис. 16. Самоогласованная процедура вычисления потенциала проводника U и тока в точечной модели проводника

Простая точечная модель проводника оказывается вполне приемлемой по сравнению с более строгими подходами [24].

Результаты численного расчета вольт-амперных характеристик (ВАХ) 2D проводника с параболической дисперсией и плотностью состояний [25–27]

$$D(E) = g \frac{mLW}{2\pi\hbar^2} H(E - E_c),$$

где $H(E - E_c)$ – ступенчатая функция Хэвисайда, показаны на рис. 17.

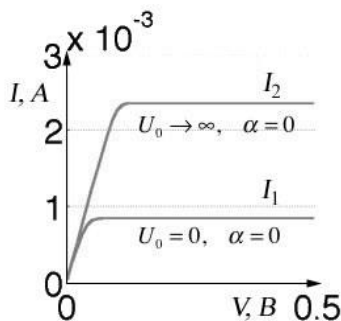


Рис. 17. ВАХ 2D проводника с параболической дисперсией в точечной модели проводника (рис. 16) в режиме баллистического транспорта [3]

Вычисления проводились для $g = 2$, $m = 0.2 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ Кг}$, $kT = 5 \text{ мэВ}$, $\beta = 1$, $\alpha = 0$ и $U_0 = 0$ или $U_0 = \infty$, $L = W = 1 \mu\text{м}$ в модели баллистического транспорта, так что

$$G(E) = \frac{q^2}{h} M(E),$$

а число мод проводимости [26, 27]

$$M(E) = g \frac{2W}{h} \sqrt{2m(E - E_c)} H(E - E_c).$$

Вычисленные ВАХ (рис. 17) имеют две характерных области: линейный рост и ток насыщения.

Хотя эти графики и были получены численно, однако, и наклон и ток насыщения могут быть вычислены аналитически, особенно просто если принять низкотемпературное приближение, в котором фермиевские функции изменяются скачкообразно от 1 до 0 в узком промежутке, включающем $E = \mu$: действительно, в расчетах использовалось значение теплового кванта энергии $kT = 5 \text{ мэВ}$ вместо его значения при комнатной температуре $kT = 25 \text{ мэВ}$, так что приведенные численные ВАХ ближе сопоставимы с низкотемпературными оценками.

Этими графиками мы хотим проиллюстрировать два важных результата. Начальный наклон ВАХ не зависит от энергии заряжения U_0 (30). Он определяется низковольтной проводимостью. Именно по этой причине теорию проводимости в режиме линейного отклика мы имели право строить без учета электростатики [1].

Во-вторых, ток насыщения сильно зависит от электростатики и увеличивается в ~ 2.8 раз при переходе от модели с нулевой энергией заряжения U_0 к модели с очень большим значением U_0 . Причина этого фактически уже упоминалась выше. При нулевой энергии заряжения спектр состояний канала проводимости остается неизменным и число электронов N в канале проводимости равно $N_0/2$, поскольку $f_1 = 1$ и $f_2 = 0$. При очень большом значении U_0 во избежание доминирования $U_0(N - N_0)$ значение N должно быть практически равным его равновесному значению N_0 даже при наполовину заполненных состояниях. Для этого состояния в проводнике должны опуститься ниже при увеличении тока, как это показано на рис. 14.

7. 4. Электростатический «выпрямитель»

Рассмотрим высококачественный полевой транзистор (ПТ) с $\alpha = 0$ (п. 7. 2) как в стандартной конфигурации (рис. 18, а), так и с плавающим затвором (рис. 18, б).

Пусть контакты S и D в ПТ одинакового качества, иначе говоря, симметричны. В реальной ситуации это не так, однако, для нас это сейчас не важно, поскольку мы хотим качественно продемонстрировать два полезных результата. В стандартной конфигурации ПТ (рис. 18, а) имеет место электростатическая асимметрия, поскольку затвор G поддерживается при фиксированном потенциале V_G относительно истока S , но не относительно стока D , что и продемонстрировано на зависимости $G(E)$. В транзисторе же с плавающим затвором (рис. 18, б) имеет место электростатическая симметрия, поскольку потенциал на затворе устанавливается посередине потенциалов на S и D . Мы хотим проиллюстрировать один существенный результат, а именно: контактно симметричный ПТ может иметь асимметричную ВАХ (условно называемый «выпрямитель»), иначе говоря,

$$I(+V_D) \neq I(-V_D)$$

просто в результате электростатической асимметрии.

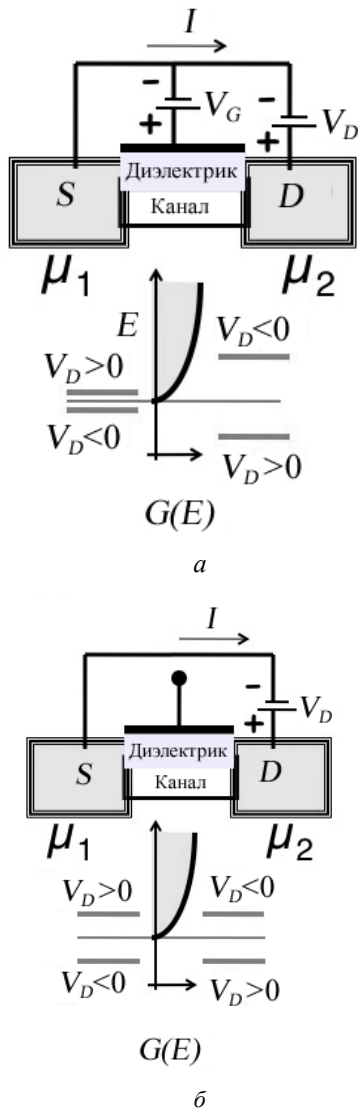


Рис. 18. Полевой транзистор: *a* – стандартный (СПТ); *б* – с плавающим затвором (ПТПЗ)

На рис. 19 показаны ВАХ, рассчитанные для приведенной выше точечной модели проводника (рис. 17) за исключением того что электрохимический потенциал расположен точно на дне зоны проводимости, как это показано на рис. 18: $\mu_0 = E_c$.

В случае стандартного ПТ полагалась $\alpha = 0$, что соответствует высококачественному ПТ, тогда как расчет ПТПЗ проводился с $\alpha = 0.5$. В первом случае имеет место «выпрямляющая» ВАХ (рис. 19, *a*), а во втором случае – линейная, т. е. «омическая» ВАХ (рис. 19, *б*). Вывод можно сделать следующий: для получения асимметричной ВАХ нет нужды конструировать ПТ с асимметричными контактами. Даже симметричный по контактам ПТ может иметь несимметричную «выпрямляющую» ВАХ, если имеет место электростатическая асимметрия.

Обратим также внимание на то обстоятельство, что наклон ВАХ $dI/dV|_{V \rightarrow 0}$ не зависит от α , что видно из сравнения наклона ВАХ при $V = 0$ на рис. 19, *a*, *б*, и может быть предсказан без учета энергии заряжения, т. е. без учета электростатики.

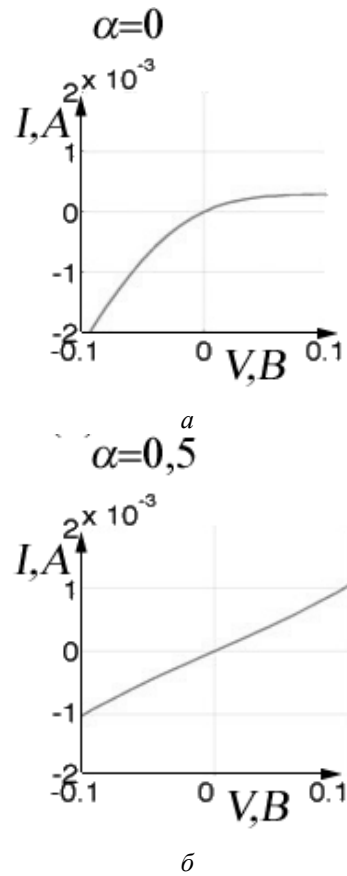


Рис. 19. ВАХ для: *a* – идеального ($\alpha = 0$) стандартного полевого транзистора (СПТ); *б* – полевого транзистора с плавающим затвором (ПТПЗ) при $\alpha = 0.5$ [3]

7. 5. Расширенная модель проводника

Точечная модель проводника не учитывает градиент электрического поля в канале проводимости и предполагает, что плотность состояний $D(E)$ остается постоянной на всем протяжении проводника от истока до стока. В реальности электрическое поле понижает уровни энергии проводника вблизи стока в большей мере по сравнению с истоком, в результате чего наблюдается градиент плотности состояний $D(z, E)$ (рис. 20). Как это влияет на ток?

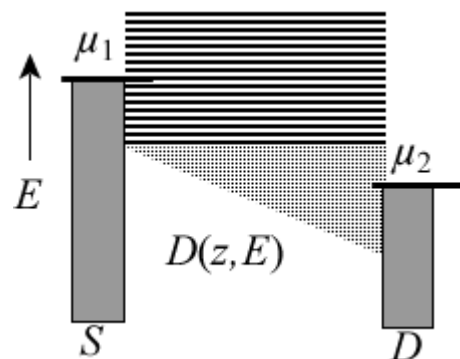


Рис. 20. Демонстрация того, что ненулевое электрическое поле в канале проводимости больше понижает состояния проводника ближе к стоку по сравнению с истоком

На первый взгляд кажется, что в случае упругого резистора «косоидущие состояния» не могут

дать вклад в проводимость, поскольку в упругом резисторе вклад в проводимость могут дать лишь состояния с постоянной энергией, начинающиеся на истоке и заканчивающиеся на стоке. Однако, даже для идеального упругого резистора должно иметь место увеличение тока, поскольку число мод вблизи стока больше числа мод у истока (рис. 21).

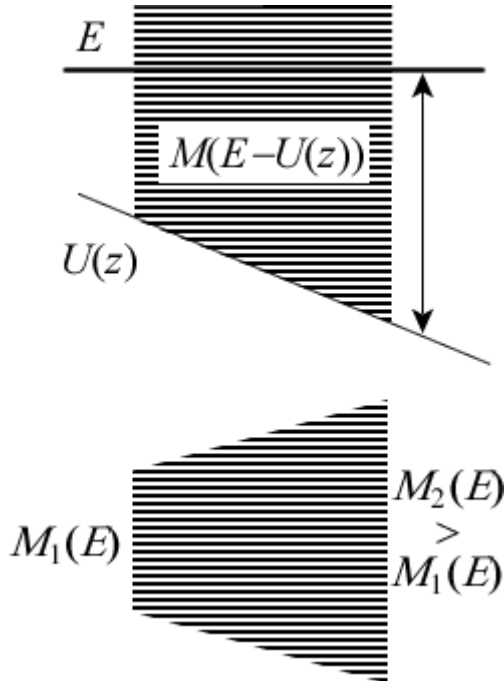


Рис. 21. Демонстрация того, что градиент электрического поля в канале проводимости приводит к большему числу мод вблизи стока по сравнению с истоком

Вызвано это тем, что число мод с энергией E зависит от того, насколько далеко эта энергия находится от дна зоны проводимости, положение которого определяется потенциалом $U(z)$, значение которого ниже у стока по сравнению с истоком (рис. 21).

Структура спектра состояний проводника выглядит как бы более растянутой у стока по сравнению с истоком. Это не существенно для баллистического проводника, а вот для проводника, длина которого L намного больше средней длины свободного пробега λ , уширение спектра на стоке может увеличить проводимость.

В общем случае можно написать, что

$$\frac{q^2}{h} \frac{M_1 \lambda}{L + \lambda} \leq G(E) \leq \frac{q^2}{h} M_1. \quad (46)$$

Этот эффект не существенен для квазибаллистических упругих каналов, поскольку для таких каналов минимальные и максимальные значения проводимости по (33) фактически одинаковы. На самом деле увеличение проводимости можно приписать зависимости средней длины свободного пробега от электрического поля, чем можно пренебречь в режиме линейного отклика, чем мы фактически и пользовались.

Как учесть градиент электрического поля количественно? Для этого в диффузионном уравнении (2) учтем пространственное изменение удельной

проводимости вдоль длины проводника:

$$\frac{I}{A} = - \frac{\sigma(z)}{q} \frac{d\mu}{dz}. \quad (47)$$

Если ранее удельная проводимость усреднялась по энергии в пределах фермиевского окна проводимости шириной в несколько kT в окрестности $E = \mu_0$:

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \sigma(E) \left(- \frac{\partial f}{\partial E} \right)_{E=\mu_0}, \quad (48)$$

то теперь переменный вдоль длины проводника электростатический потенциал $U(z)$ сдвигает состояния проводника по энергии (рис. 1), в результате чего усреднение нужно вести в окрестности $E = \mu(z) - U(z)$:

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \sigma(E) \left(- \frac{\partial f}{\partial E} \right)_{E=\mu(z)-U(z)}. \quad (49)$$

Обратим внимание на то, что использование уравнений (47) и (49) требует вычисления $\mu(z) - U(z)$ из итерационной процедуры решения уравнения Пуассона

$$\frac{d}{dz} \left(\epsilon \frac{dU}{dz} \right) = q^2 (n - n_0), \quad (50)$$

где ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость прокладки затвора, а n_0 и $n(z)$ – электронная плотность на единицу длины в канале проводимости в состоянии равновесия и вне равновесия, которые можно вычислить согласно определению, а именно:

$$n(z) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{D(E-U(z))}{L} \frac{1}{e^{(E-\mu(z))/kT} + 1}, \quad (51)$$

$$n_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{D(E)}{L} \frac{1}{e^{(E-\mu_0)/kT} + 1}. \quad (52)$$

Принципиальная блок-схема вычисления тока в расширенной модели проводника показана на рис. 22.



Рис. 22. Самосогласованная процедура вычисления потенциала проводника U и тока в расширенной модели проводника

Нужно иметь в виду, что изложенный выше подход основан на модели локальных электрохими-

ческих потенциалах $\mu^\pm(z)$, описывающих транспорт электронов направо и налево, среднее значение которых фигурирует в уравнении диффузии (23). В общем же случае распределение электронов может настолько сильно отличаться от фермиевского, что концепция электрохимических потенциалов окажется неадекватной и потребуются решать транспортное уравнение Больцмана, что является несравненно более сложной задачей. Несмотря на значительные успехи в этом направлении, уравнение диффузии, основанное на концепции локальных химпотенциалов, попрежнему остается главным инструментом в моделировании электронных устройств.

Концепция «снизу – вверх» расширяет область применимости уравнений диффузии (23) и (47). Ими можно пользоваться и для моделирования баллистических каналов, если только должным образом модифицировать граничные условия с целью учесть граничные сопротивления (ур-я (103) в [2]).

8. Контакты

Закон Ома в новой формулировке [1, 3], применимой и для нанотранзисторов и для макропроводников,

$$R = \frac{\rho(L + \lambda)}{A} \tag{53}$$

содержит дополнительное сопротивление $\rho\lambda/A$, которое определяется только свойствами канала проводимости и не может быть устранено лучшим подбором терминальных контактов.

Как показано в [2], ключевым моментом в идентификации этого дополнительного сопротивления как граничного было различие между электрохимическими потенциалами μ^+ и μ^- , соответствующих модам проводимости слева – направо и справа – налево (рис. 23).

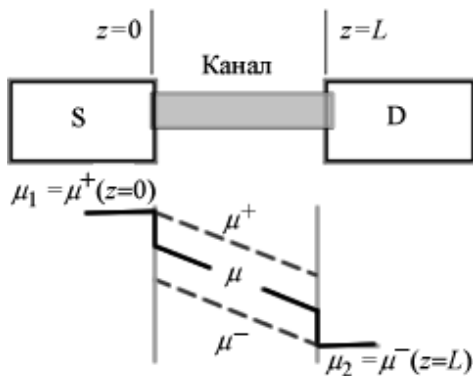


Рис. 23. Профиль электрохимических потенциалов μ^+ и μ^- в канале проводимости

Из уравнений (102) и (110) работы [2], и помня о том, что $\mu_1 - \mu_2 = qV$, для разности между потенциалами μ^+ и μ^- имеем:

$$\delta\mu \equiv \mu^+ - \mu^- = \frac{\mu_1 - \mu_2}{1 + L/\lambda} \tag{54}$$

Контакты, поддерживаемые при различных химпотенциалах μ_1 и μ_2 , выводят из равновесия моды

проводимости, связанные с истоком и со стоком, тогда как процессы обратного рассеяния, контролируемые величиной λ , стремятся восстановить равновесие. Результат конкуренции этих двух тенденций описывается уравнением (54).

Подчеркнем, что соотносении различных электрохимических потенциалов к разным модам состояний проводника повсеместно используется при анализе и конструировании электронных устройств. Примером могут служить $p-n$ переходы.

8. 1. $p-n$ переходы

На рис. 24 показано характерное изменение плотности состояний $D(z, E)$ в $p-n$ переходе. Положительный потенциал приложен справа, так что $\mu_2 < \mu_1$.

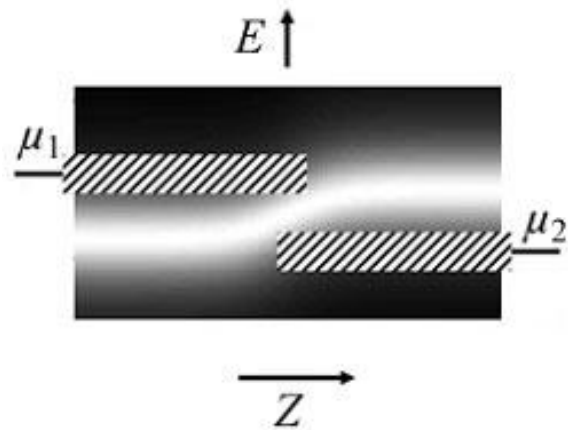


Рис. 24. Типичная картина пространственного изменения плотности состояний в $p-n$ переходе

Левый контакт взаимодействует с модами проводимости шириной в несколько kT , показанными штриховкой слева в районе значения μ_1 , а правый контакт – с модами проводимости, показанными штриховкой справа в районе значения μ_2 . Можно представить себе идеализированную диаграмму этих двух групп мод, идущих от одного контакта, но не приходящих к другому контакту (рис. 25).

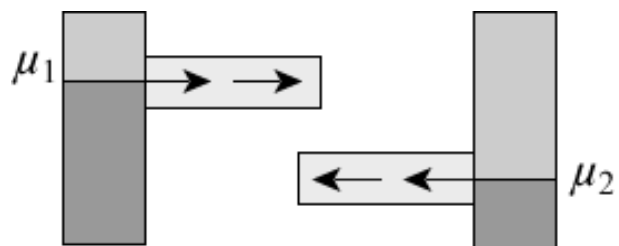


Рис. 25. Идеализированная модель $p-n$ перехода (рис. 24)

На самом деле ни левая, ни правая группы мод не изолированы полностью от противоположного контакта. Разработчикам электронных устройств для достижения максимально возможной изоляции часто приходится существенно удлинять проводник.

Возможен ли ток в подобном устройстве? Безусловно нет, если речь идет об упругом резисторе: нет канала проводимости, который позволил бы электрону пролететь баллистически от одного контакта к другому. Но ток действительно имеет ме-

сто и обеспечивается он неупругими процессами в зоне перехода, которые позволяют электрону изменить свою энергию и достичь противоположного контакта (рис. 26).

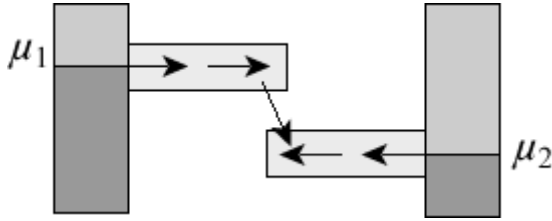


Рис. 26. Демонстрация того, что ток в идеализированной модели $p-n$ перехода (рис. 25) обеспечивается неупругими процессами в зоне перехода

Именно таким образом ток преодолевает $p-n$ переходы: с верхних по энергии мод на нижние по энергии моды за счет неупругих RG-процессов (Recombination/Generation), название которых берет свое начало со все еще широко распространенных представлений об электронно-дырочных взаимодействиях в $p-n$ переходах.

Физически корректно обе группы мод рассматривать порознь путем введения разных для них химпотенциалов, перечисляемых специальным индексом:

$$I_n = -\frac{\sigma_n}{q} \frac{d\mu_n}{dz}. \quad (55)$$

Все токи увязаны друг с другом неупругими RG-процессами в области $p-n$ перехода

$$\frac{dI_n}{dz} = \sum_m \{ [RG]_{m \rightarrow n} - [RG]_{n \rightarrow m} \}, \quad (56)$$

которые электроны из одной группы мод m перебрасывают в другую группу мод n и наоборот. Именно так моделируют $p-n$ переходы.

Ток в $p-n$ переходе дается выражением вида [25]

$$I = I_0 (e^{qV/vkT} - 1), \quad (57)$$

где значения v и I_0 определяются природой неупругих RG-процессов. Проводимости σ_n в (55) обеих групп мод практически не играют никакой роли в токе $p-n$ перехода (57). Физическая причина этого очевидна. Лимитирующую стадию тока $p-n$ перехода определяют неупругие процессы, перебрасывающие электроны из одной группы мод в другую группу, а транспорт электронов в пределах каждой из групп добавляет лишь дополнительное сопротивление в электронную схему соответствующего устройства. Ниже мы дадим вывод вольт-амперной характеристики $p-n$ перехода (57) для частного случая $v=1$.

До сих пор мы рассматривали только лишь проводимость однородных p - и n -проводников. И этого может быть достаточно для анализа и моделирования многих электронных устройств, например, полевых транзисторов. Другая ситуация, однако, с устройствами, в которых используются $p-n$ переходы. Здесь иные вольт-амперные характеристики и фактически другая физика лежит в их основе.

8. 2. Вольт-амперные характеристики

Рассмотрим устройство (рис. 27), в котором верхняя группа мод A кластеризуется вокруг энергии ϵ_A , а нижняя B – вокруг энергии ϵ_B .

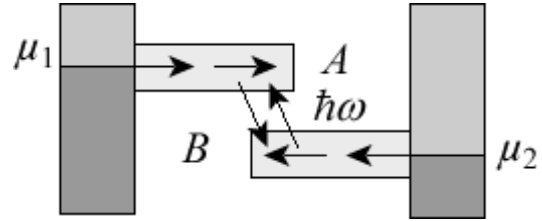


Рис. 27. Демонстрация той же самой ситуации, что и на рис. 26, с двумя группами мод, обозначенными буквами A и B и увязанными неупругими взаимодействиями

Физика подобных устройств описывается не уравнениями типа (55), а уравнениями (56), которые для двухуровневой ситуации (рис. 27) можно переписать в виде

$$I \sim D_{B \leftarrow A} f_A(\epsilon_A) [1 - f_B(\epsilon_B)] - D_{A \leftarrow B} f_B(\epsilon_B) [1 - f_A(\epsilon_A)], \quad (58)$$

где коэффициенты $D_{B \leftarrow A}$ и $D_{A \leftarrow B}$ характеризуют интенсивность неупругих процессов, индуцирующих переходы из A в B и наоборот из B в A .

Любопытно, что эти две скорости $D_{B \leftarrow A}$ и $D_{A \leftarrow B}$ в общем случае не одинаковы: $D_{A \leftarrow B}$ соответствует поглощению энергии в количестве

$$\hbar\omega = \epsilon_A - \epsilon_B, \quad (59)$$

тогда как $D_{B \leftarrow A}$ соответствует выделению такого же количества энергии. А фундаментальный принцип равновесия в статистической механике гласит: если система с неупругими взаимодействиями находится в равновесии при температуре T_0 , то всегда труднее отнять энергию от такой системы, чем передать ей энергию, и отношение этих двух противоположных процессов дается выражением (помним о том, что направление перехода определяется от второго индекса к первому):

$$\frac{D_{A \leftarrow B}}{D_{B \leftarrow A}} = \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{kT_0}\right). \quad (60)$$

Теперь для тока из (58) можно написать

$$I \sim D_{A \leftarrow B} f_B(\epsilon_B) (1 - f_A(\epsilon_A)) (X - 1), \quad (61)$$

где

$$X \equiv \frac{D_{B \leftarrow A} f_A(\epsilon_A) (1 - f_B(\epsilon_B))}{D_{A \leftarrow B} (1 - f_A(\epsilon_A)) f_B(\epsilon_B)}. \quad (62)$$

Используя (61), (62) и очевидное свойство фермиевской функции

$$\frac{1 - f_0(\epsilon)}{f_0(\epsilon)} = \exp\left(\frac{\epsilon - \mu_0}{kT}\right), \quad (63)$$

перепишем (62) следующим образом:

$$X = \exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT_0} - \frac{\hbar\omega}{kT}\right) \exp\left(\frac{\mu_A - \mu_B}{kT}\right). \quad (64)$$

Поскольку группа мод А берет свое начало на контакте 1, а группа мод В – на контакте 2, и если работают слабые неупругие взаимодействия, перебрасывающие электроны с А на В, то можно считать, что моды А практически находятся в равновесии с контактом 1, а моды В – с контактом 2, так что

$$\mu_A - \mu_B \cong \mu_1 - \mu_2 = qV. \quad (65)$$

Если $T_0 = T$, то согласно (61), ток

$$I \sim (X - 1) \sim e^{qV/kT} - 1. \quad (66)$$

Таким образом, мы получили стандартное выражение для вольт-амперной характеристики $p-n$ перехода (57) для частного случая $\nu=1$. Для значений ν , отличных от 1, требуется учитывать разнообразие RG -процессы в явном виде.

Обратим внимание на то обстоятельство, что устройства на $p-n$ переходах могут быть использованы для генерирования энергии. Если температура T_0 в зоне $p-n$ перехода отличается от температуры T , при которой поддерживается само устройство ($T_0 \neq T$), то можно получить ток даже в отсутствие приложенного напряжения, например, в короткозамкнутой цепи (short circuit/sc)

$$I_{sc} \equiv I|_{V=0} \sim \exp \frac{\hbar\omega}{k} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) - 1. \quad (67)$$

Таким образом, устройства на $p-n$ переходах принципиально пригодны для конвертации разности температур в электрический ток. Ток в короткозамкнутых цепях меняет направление на обратное при переходе от $T_0 > T$ к $T_0 < T$ [23].

Из уравнения (61) также следует, что в условиях незамкнутой ($I=0$) цепи (open circuit/oc) должно быть $X=1$, так что ур-е (64) дает

$$\frac{qV_{oc}}{\hbar\omega} = 1 - \frac{T}{T_0}. \quad (68)$$

Левая часть равенства (68) есть доля энергии в пересчете на один фотон, сгенерированной в условиях пренебрежимо малого тока (практически незамкнутой цепи), а правая часть есть коэффициент полезного действия Карно тепловой машины в виде, скажем, солнечного фотоэлемента. Поскольку обычно $T_0 \gg T$, то КПД такой солнечной ячейки может быть очень большим.

Контакты играют фундаментальную роль во всех устройствах нанoeлектроники, как впрочем и во многих устройствах микроэлектроники. Получить ток в незамкнутой цепи с симметричными одинаковыми контактами невозможно (рис. 28).

Если в такой же цепи контакты асимметричны и дискриминированы (рис. 29), внешнее воздействие, например, солнечный свет, может электрон с мод В перебросить на одну из мод А и направить далее во внешнюю цепь через левый контакт, тогда как вакансии, образовавшаяся в одной из мод В заполнится электроном, прибывшим через нагрузку на правый контакт.

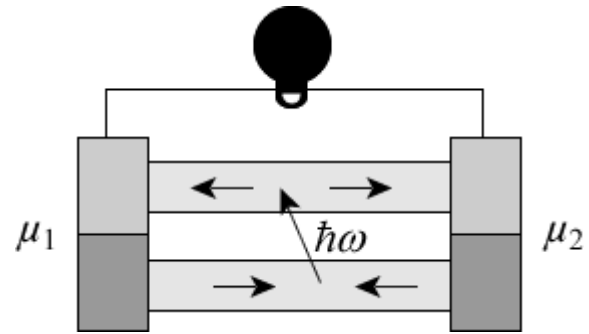


Рис. 28. Демонстрация того, что незамкнутая цепь с симметричными контактами генерировать ток не может

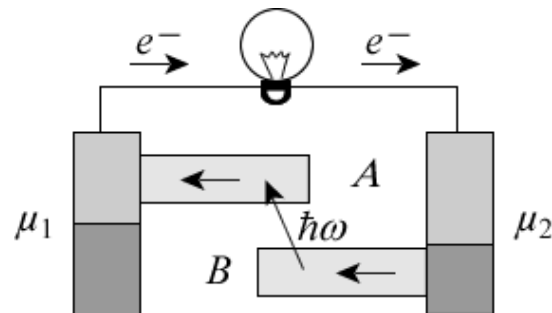


Рис. 29. Демонстрация того, что ток во внешней цепи получить можно, если контакты асимметричны и дискриминированы как в $p-n$ переходах

Именно асимметрия контактов в $p-n$ переходах принципиально отличает соответствующие устройства от, например, полевых транзисторов, что проявляется не только в вольт-амперных характеристиках, но и в самой физике $p-n$ переходов.

9. Выводы

Итак, в рамках концепции «снизу – вверх» нанoeлектроники рассмотрены следующие вопросы:

- диффузионно-дрейфовая модель тока на основе транспортного уравнения Больцмана,
- транспортные эффекты при распространении тока по квантовой проволоке,
- роль внешнего электрического поля при выходе за пределы режима линейного отклика,
- полевой транзистор и ток насыщения,
- роль зарядания проводника,
- точечная и расширенная модели проводника,
- роль контактов,
- модели $p-n$ переходов и
- генерация тока в проводнике с асимметричными контактами.

Благодарности

Я благодарен проф. С.Датта (Supriyo Datta) за возможность прослушать его курсы лекций «Fundamentals of Nanoelectronics, Part I: Basic Concepts» и «Fundamentals of Nanoelectronics, Part II: Quantum Models», прочитанных он-лайн в январе – апреле 2012 года и в марте – мае, октябре – декабре 2015 года в рамках инициативы Purdue University/nanoHUB-U [2012: www.nanohub.org/courses/FoN2; 2015:

www.edx.org/school/purdue] и частично положенных в основу настоящего обзора.

Я также благодарен моей жене Н. Е. Кругляк за подготовку рисунков к публикации и помощь в оформлении рукописи.

Литература

1. Кругляк, Ю. А. Нанoeлектроника «снизу – вверх»: Возникновение тока, обобщенный закон Ома, упругий резистор, моды проводимости, термоэлектричество [Текст] / Ю. А. Кругляк // ScienceRise. – 2015. – Т. 7, № 2 (12). – С. 76–100. doi: 10.15587/2313-8416.2015.45700
2. Кругляк, Ю. А. Нанoeлектроника «снизу – вверх»: Начала спинтроники и магнетроники [Текст] / Ю. А. Кругляк // ScienceRise. – 2015. – Т. 8, № 2 (13). – С. 51–68. doi: 10.15587/2313-8416.2015.47792
3. Datta, S. Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport [Text] / S. Datta. – Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing Company, 2012. – 492 p. doi: 10.1142/8029
4. Einstein, A. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen [Text] / A. Einstein // Annalen der Physik. – 1905. – Vol. 322, Issue 8. – P. 549–560. doi: 10.1002/andp.19053220806
5. Lindsay, S. Introduction to Nanoscience [Text] / S. Lindsay. – Oxford, England: Oxford University Press, 2009. – 472 p.
6. Ашкрофт, Н. Физика твердого тела. Т. 1-2 [Текст] / Н. Ашкрофт, Н. Мермин. – М.: Мир, 1979. – 393 с., 392 с. – Режим доступа: <http://mat.net.ua/mat/biblioteka-fizika/Ashcroft-verdoe-telo-t1.pdf>
7. Кругляк, Ю. А. Нанoeлектроника «снизу – вверх»: эффекты Холла, измерение электрохимических потенциалов и транспорт спинов в модели НРФГ [Текст] / Ю. А. Кругляк // ScienceRise. – 2015. – Т. 10, № 2 (15). – С. 35–67. doi: 10.15587/2313-8416.2015.51353
8. Sears, F. W. Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics [Text] / F. W. Sears, G. L. Salinger. – Boston: Addison-Wesley, 1975. – 454 p.
9. Кругляк, Ю. А. Графен в транспортной модели Ландауэра – Датты – Лундстрема [Текст] / Ю. А. Кругляк // ScienceRise. – 2015. – Т. 2, № 2 (7). – С. 93–106. doi: 10.15587/2313-8416.2015.36443
10. Кругляк, Ю. А. Методические аспекты расчета зонной структуры графена с учетом σ -остова. Теоретические основы [Текст] / Ю. А. Кругляк, Н. Е. Кругляк // Вісник Одеського держ. екологічного ун-ту. – 2012. – Вып. 13. – С. 207–218.
11. Rabiou, M. General Scattering Mechanism and Transport in Graphene [Text] / M. Rabiou, S. Y. Mensah, S. S. Abukari // Graphene. – 2013. – Vol. 02, Issue 01. – P. 49–54. doi: 10.4236/graphene.2013.21007
12. Bode, N. Transport properties of graphene functionalized with molecular switches [Text] / N. Bode, E. Mariani, F. von Oppen // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2012. – Vol. 24, Issue 39. – P. 394017. doi: 10.1088/0953-8984/24/39/394017
13. Dong, H. M. High-field transport properties of graphene [Text] / H. M. Dong, W. Xu, F. M. Peeters // Journal of Applied Physics. – 2011. – Vol. 110, Issue 6. – P. 063704. doi: 10.1063/1.3633771
14. Chauhan, J. Inelastic Phonon Scattering in Graphene FETs [Text] / J. Chauhan, J. Guo // IEEE Transactions on Electron Devices. – 2011. – Vol. 58, Issue 11. – P. 3997–4003. doi: 10.1109/ted.2011.2164253
15. Peres, N. M. R. Colloquium: The transport properties of graphene: An introduction [Text] / N. M. R. Peres // Reviews of Modern Physics. – 2010. – Vol. 82, Issue 3. – P. 2673–2700. doi: 10.1103/revmodphys.82.2673

16. Barreiro, A. Transport properties of graphene in the high-current limit [Text] / A. Barreiro, M. Lazzeri, J. Moser, F. Mauri, A. Bachtold // Physical Review Letters. – 2009. – Vol. 103, Issue 7. doi: 10.1103/physrevlett.103.076601

17. Больцман, Л. Избранные труды [Текст] / Л. Больцман. – М.: Мир, 1984. – 590 с.

18. Tarkiainen, R. Multiwalled carbon nanotube: Luttinger versus Fermi liquid [Text] / R. Tarkiainen, M. Ahlskog, J. Penttilä, L. Roschier, P. Hakonen, M. Paalanen, E. Sonin // Physical Review B. – 2001. – Vol. 64, Issue 19. doi: 10.1103/physrevb.64.195412

19. Naemi, A. Performance comparison between carbon nanotube and copper interconnects for GSI [Text]: Conference / A. Naemi, R. Sarvari, J. D. Meindl. – IEDM Technical Digest. IEEE International Electron Devices Meeting, 2004. – P. 699–702. doi: 10.1109/iedm.2004.1419265

20. Burke, P. J. Luttinger liquid theory as a model of the gigahertz electrical properties of carbon nanotubes [Text] / P. J. Burke // IEEE Transactions On Nanotechnology. – 2002. – Vol. 1, Issue 3. – P. 129–144. doi: 10.1109/tnano.2002.806823

21. Burke, P. J. An RF circuit model for carbon nanotubes [Text] / P. J. Burke // IEEE Transactions On Nanotechnology. – 2003. – Vol. 2, Issue 1. – P. 55–58. doi: 10.1109/tnano.2003.808503

22. Salahuddin, S. Transport Effects on Signal Propagation in Quantum Wires [Text] / S. Salahuddin, M. Lundstrom, S. Datta // IEEE Transactions on Electron Devices. – 2005. – Vol. 52, Issue 8. – P. 1734–1742. doi: 10.1109/ted.2005.852170

23. Кругляк, Ю. О. Уроки нанoeлектроніки: Термоелектричні явища в концепції «снизу – вгору» [Текст] / Ю. О. Кругляк, Н. Ю. Кругляк, М. В. Стриха // Сенсорна електроніка і мікросистемні технології. – 2013. – Т. 10, № 1. – С. 6–21.

24. Rahman, A. Theory of Ballistic Nanotransistors [Text] / A. Rahman, J. Guo, S. Datta, M. S. Lundstrom // IEEE Transactions on Electron Devices. – 2003. – Vol. 50, Issue 9. – P. 1853–1864. doi: 10.1109/ted.2003.815366

25. Pierret, R. F. Semiconductor Device Fundamentals [Text] / R. F. Pierret. – Reading, MA: Addison – Wesley, 1996. – 792 p.

26. Кругляк, Ю. А. Обобщенная модель транспорта электронов и тепла Ландауэра – Датты – Лундстрема в микро- и нанoeлектронике [Текст] / Ю. А. Кругляк // ScienceRise. – 2014. – Т. 5, № 3 (5). – С. 21–38. doi: 10.15587/2313-8416.2014.30728

27. Kruglyak, Yu. Landauer – Datta – Lundstrom generalized electron transport model for micro- and nanoelectronics [Text]: IEEE 35th International Conference / Yu. Kruglyak, M. Strikha. – Kyiv: IEEE, 2015. – P. 70–74. doi: 10.1109/elnano.2015.7146837

28. Fundamentals of Nanoelectronics, Part 2: Quantum Models [Electronic resource]. – nanoHUB-U. – Available at: <http://nanohub.org/courses/FoN2>

29. PurdueX [Electronic resource]. – Free online courses from Purdue University. – Available at: <https://www.edx.org/school/purdue>

References

1. Kruglyak, Yu. A. (2015). Nanoelectronics «bottom – up»: current generation, generalized ohm's law, elastic resistors, conductivity modes, thermoelectricity. ScienceRise, 7/2 (12), 76–100. doi: 10.15587/2313-8416.2015.45700
2. Kruglyak, Yu. A. (2015). The «bottom – up» nanoelectronics: elements of spintronics and magnetronics. ScienceRise, 8/2 (13), 51–68. doi: 10.15587/2313-8416.2015.47792
3. Datta, S. (2012). Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport. Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing Company, 492. doi: 10.1142/8029
4. Einstein, A. (1905). Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in

- ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen. *Annalen Der Physik*, 322 (8), 549–560. doi: 10.1002/andp.19053220806
5. Lindsay, S. (2009). *Introduction to Nanoscience*. Oxford, England: Oxford University Press, 472.
6. Ashcroft, N., Mermin, N. (1979). *Fizika tverdogo tela*. Vol. 1-2. Moscow: Mir, 393, 392. Available at: <http://mat.net.ua/mat/biblioteka-fizika/Ashcroft-tverdoe-telo-t1.pdf>
7. Krugliak, Iu. A. (2015). «Bottom – up» nanoelectronics: the Hall effects, measurement of electrochemical potentials and spin transport in the negf model. *ScienceRise*, 10/2 (15), 35–67. doi: 10.15587/2313-8416.2015.51353
8. Sears, F. W., Salinger, G. L. (1975). *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*. Boston: Addison-Wesley, 454.
9. Krugliak, Iu. A. (2015). Graphene in Landauer – Datta – Lundstrom transport model. *ScienceRise*, 2/2 (7), 93–106. doi: 10.15587/2313-8416.2015.36443
10. Krugljak, Ju. A., Krugljak, N. E. (2012). Metodicheskie aspekty rascheta zonnij struktury grafena s uchetom σ -ostova. *Teoreticheskie osnovy. Visnik Odes'kogo derzh. ekologichnogo un-tu*, 13, 207–218.
11. Rabi, M., Mensah, S. Y., Abukari, S. S. (2013). General Scattering Mechanism and Transport in Graphene. *Graphene*, 02 (01), 49–54. doi: 10.4236/graphene.2013.21007
12. Bode, N., Mariani, E., von Oppen, F. (2012). Transport properties of graphene functionalized with molecular switches. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 24 (39), 394017. doi: 10.1088/0953-8984/24/39/394017
13. Dong, H. M., Xu, W., Peeters, F. M. (2011). High-field transport properties of graphene. *Journal of Applied Physics*, 110 (6), 063704. doi: 10.1063/1.3633771
14. Chauhan, J., Guo, J. (2011). Inelastic Phonon Scattering in Graphene FETs. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 58 (11), 3997–4003. doi: 10.1109/ted.2011.2164253
15. Peres, N. M. R. (2010). Colloquium: The transport properties of graphene: An introduction. *Reviews of Modern Physics*, 82 (3), 2673–2700. doi: 10.1103/revmodphys.82.2673
16. Barreiro, A., Lazzeri, M., Moser, J., Mauri, F., Bachtold, A. (2009). Transport Properties of Graphene in the High-Current Limit. *Physical Review Letters*, 103 (7). doi: 10.1103/physrevlett.103.076601
17. Bol'cman, L. (1984). *Izbrannye trudy*. Moscow: Mir, 590.
18. Tarkiainen, R., Ahlskog, M., Penttilä, J., Roschier, L., Hakonen, P., Paalanen, M., Sonin, E. (2001). Multi-walled carbon nanotube: Luttinger versus Fermi liquid. *Physical Review B*, 64 (19). doi: 10.1103/physrevb.64.195412
19. Naemi, A., Savari, R., Meindl, D. (2004). Performance comparison between carbon nanotube and copper interconnects for GSI. *IEDM Technical Digest. IEEE International Electron Devices Meeting*, 699–702. doi: 10.1109/iedm.2004.1419265
20. Burke, P. J. (2002). Luttinger liquid theory as a model of the gigahertz electrical properties of carbon nanotubes. *IEEE Transactions On Nanotechnology*, 1 (3), 129–144. doi: 10.1109/tnano.2002.806823
21. Burke, P. J. (2003). An RF circuit model for carbon nanotubes. *IEEE Transactions On Nanotechnology*, 2 (1), 55–58. doi: 10.1109/tnano.2003.808503
22. Salahuddin, S., Lundstrom, M., Datta, S. (2005). Transport Effects on Signal Propagation in Quantum Wires. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 52 (8), 1734–1742. doi: 10.1109/ted.2005.852170
23. Kruglyak, Yu. O., Strikha, M. V. (2013). Lessons of nanoelectronics: Thermoelectric phenomena in «bottom-up» approach. *Sensor Electronics and Microsystem*, 10 (1), 6–21.
24. Rahman, A., Jing Guo, Datta, S., Lundstrom, M. S. (2003). Theory of ballistic nanotransistors. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 50 (9), 1853–1864. doi: 10.1109/ted.2003.815366
25. Pierret, R. F. (1996). *Semiconductor Device Fundamentals*. Reading, MA: Addison – Wesley, 792.
26. Krugliak, Iu. A. (2014). Generalized Landauer – Datta – Lundstrom model of electron and heat transport for micro- and nanoelectronics. *ScienceRise*, 5/3 (5), 21–38. doi: 10.15587/2313-8416.2014.30728
27. Kruglyak, Yu., Strikha, M. (2015). Landauer – Datta – Lundstrom generalized electron transport model for micro- and nanoelectronics. *Kyiv: IEEE*, 70–74. doi: 10.1109/elnano.2015.7146837
28. *Fundamentals of Nanoelectronics, Part 2: Quantum Models*. nanoHUB-U. Available at: <http://nanohub.org/courses/FoN2>
29. *PurdueX*. Free online courses from Purdue University. Available at: <https://www.edx.org/school/purdue>

*Рекомендовано до публікації д-р фіз.-мат. наук Глушков О. В.
Дата надходження рукопису 11.11.2015*

Кругляк Юрий Алексеевич, доктор химических наук, профессор, кафедра информационных технологий, Одесский государственный экологический университет, ул. Львовская, 15, г. Одесса, Украина, 65016
E-mail: quantumnet@yandex.ua

УДК 621.646.4

DOI: 10.15587/2313-8416.2015.56361

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СО СЛОИСТЫМ ЦИЛИНДРОМ

© Л. Б. Лерман

Решена задача электродинамики для бесконечно длинного кругового цилиндра и построено обобщение решения Ми на слоистые цилиндры с произвольным числом слоев. Для гармонического электромагнитного поля найдены частотные зависимости напряженностей и энергии в слоях. Подробно рассмотрен случай взаимодействия плоской волны с цилиндрическим объектом. В нулевом приближении получены замкнутые формулы для электрически тонких слоев

Ключевые слова: слоистый цилиндр, электромагнитная энергия, решение Ми, плоская волна, трансляционные матрицы