ical Engineers Handbook). New York, NY.: McGraw-Hill Companies, Inc, 2582.

7. Taranenko, G. V. (2013). Gidravlicheskie i massoobmennye haracteristiki tarelok proval'nogo tipa s razlichnym diametrom otverstiy [Gidravlicheskie i massoobmennye haracteristiki tarelok proval'nogo tipa s razlichnym diametrom otverstiy]. Lugansk. izd-vo VNU im. V. Dalia, 174.

8. Tompson, Dg. M. T. (1990). Neustoychivye katastrofy v nauke i tehnike [Neustoychivye katastrofy v nauke i tehnike]. Moscow, USSR: Peace, 312.

9. Taranenko, G. V. (2014). Issledovanie gidrogazodinamicheskih harakteristik tarelok proval'nogo tipa [Issledovanie gidrogazodinamicheskih harakteristik tarelok proval'nogo tipa] Journal of East Ukrainian National University Dal. Science magazine, 9, 143–146.

10. Rozen, A. M., Martiushin, E. I., Olevsky, V. M. et. al. (1980). Masshtabny perehod v himicheskoy tehnologii [Masshtabny perehod v himicheskoy tehnologii]. Moscow, USSR: Chemistry, 320.

11. Taranenko, G. V. (2011). Issledovanie gidravlicheskogo soprotivleniya tarelok provalnogo tipa v kolonah razlichnogo diametra [Issledovanie gidravlicheskogo soprotivleniya tarelok provalnogo tipa v kolonah razlichnogo diametra] Journal of Sumy State University. Avg. Engineering, 1, 45–50.

12. Kasatkin, A. G., Dytnersky, Ju. I., Umarov, S. U. (1958). K raschetu kolonn c proval'nymi tarelrami [K raschetu kolonn c proval'nymi tarelrami] Chemical Industry, 3, 38–45.

13. Ruzinov, L. P. (1972). Statisticheskie metody optimizacii himicheskich processov [Statisticheskie metody optimizacii himicheskich processov]. Moscow, USSR: Chemistry, 200.

Рекомендовано до публікації д-р техн. наук, професор Архипов О. Г.
Дата надходження рукопису 24.02.2015

Gennadiy Taranenko, candidate of engineering sciences, associate professor. Department of Chemical Enterprise Equipment, Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, Lenin str., 26/7, Severodonetsk, Lugansk obl., Ukraine, 93404
E-mail: gtaranenko@ukr.net

УДК 539.3+534.1
DOI: 10.15587/2313-8416.2015.39198

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ И ОЦЕНКИ СХОДИМОСТИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РЯДОВ, ОПИСЫВАЮЩИХ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОБОЛОЧЕК

© Л. Б. Лерман

Установлены свойства решений нестационарных задач для систем дифференциальных уравнений теории оболочек. Решения построены в виде разложений по собственным формам колебаний оболочки. С использованием полученных функциональных рядов найдены асимптотические оценки решений для малых и больших (относительно основного периода собственных колебаний) промежутков времени. Получены общие оценки сходимости функциональных рядов
Ключевые слова: *теория оболочек, нестационарные решения, асимптотические оценки, функциональные ряды*

Properties of solution of non-stationary tasks are set for the systems of differential equations of shell theory. Solutions are built as decompositions to on own the forms of vibrations of shells. With the use of the got functional rows asymptotic estimations are set for the small and large (in relation to the basic period of vibrations of the system) intervals of time. The general estimations of convergence of functional series are received
Keywords: *shell theory, nonstationary solutions, asymptotic estimations, functional series*

1. Введение

Хорошо известно, что одним из наиболее общих методов решения начально-краевых задач, которые рассматриваются в механике деформируемого твердого тела, есть представление искомых величин в виде разложений в ряды по собственным формам колебаний (СФК). Этот метод является обобщением классической схемы Фурье разделения переменных на гиперболические системы высокого порядка, но, при этом, основная тяжесть переносится именно на построение этих СФК.

Некоторые возможности его практической реализации для составных систем оболочек рассмотрены в [1, 2], а в [3, 4] доказаны свойства решений задач установившихся колебаний, которые позволяют использовать их в качестве базисной системы функций при рассмотрении нестационарных задач [5].

Одними из основных вопросов в данном случае есть вопрос сходимости соответствующих функциональных рядов и возможность получения аналитических асимптотических оценок поведения решений при малых и больших промежутках времени для оценки точности численного решения задач. Эти вопросы требуют особого внимания, и именно они рассматриваются в этой статье.

2. Анализ литературных данных и постановка задачи

Использование в нестационарных задачах численных методов типа конечных элементов или конечных разностей [6] связано с необходимостью оценки достоверности результатов при больших промежутках времени. Как следует из материалов, приведенных в монографиях [7, 8], в материалах более поздних публикаций [9–14], обзорах [15, 16] и трудах конференций [17], решение нестационарных задач теории оболочек, как правило, основывается на использовании преобразования Лапласа по времени. Поэтому для получения необходимых оценок и используются свойства преобразования Лапласа.

Многие вопросы математической физики приводят к задаче определения собственных значе-ний и собственных функций дифференциальных операторов и разложений произвольной функции в ряд (или интеграл) по собственным функциям [18, 19]. Это предоставляет возможность теоретического обоснования использования теории спектральных разложений дифференциальных операторов [20]. В теории упругости и теории оболочек собственные частоты механической системы являются квадратами собственных чисел соответствующего дифференциального оператора. Эта простая связь и позволяет применять все известные результаты при рассмотрении конкретных задач.

Решения задач динамики теории оболочек при заданных начальных и граничных условиях, в общем случае зависящих от времени, могут быть представлены в виде [5]

$$\mathbf{u}(\alpha,t)=\sum_n \frac{1}{\kappa_n\|\mathbf{U}_n\|}\left\{\int_0^t [q_n(\tau)-p_n(\tau)]e^{-c_n(t-\tau)}\sin\omega_n(t-\tau)d\tau\right\}\mathbf{U}_n(\alpha), \quad (1)$$

где $\mathbf{u}(\alpha,t)$ – вектор неизвестных функций, $\kappa_n^2=\omega_n^2-c_n^2$; c_n – коэффициенты в модальных уравнениях, которые учитывают силы сопротивления, пропорциональные скорости; $\|\mathbf{U}_n\|$ – норма функций; $q_n(t)$, $p_n(t)$ – коэффициенты разложений краевых и поверхностных нагрузок по СФК соответственно [5]; $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2)$ – ортогональные криволинейные координаты в срединной поверхности оболочки; t – время.

В фигурных скобках записаны решения модальных уравнений при нулевых начальных условиях, которые представлены в виде интегралов Дюамеля.

Уместно подчеркнуть, что именно использование СФК в качестве базиса разложений позволяет получать независимые модальные уравнения, и это обстоятельство существенно упрощает решение нестационарных задач.

С помощью рядов (1) можно установить асимптотическое поведение решений, как при больших значениях времени, так и в начальный момент действия динамических нагрузках в тех случаях, когда их можно представить в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от времени, а другая – только от координат.

3. Асимптотические оценки и оценки сходимости функциональных рядов

Как первый пример рассмотрим практически важный случай мгновенно приложенной поверхностной нагрузки $\mathbf{f}(\alpha,t)$, распределенной в соответствие с формулой $\mathbf{f}(\alpha,t)=H(t)\mathbf{F}(\alpha)$, де $H(t)$ – функция Хэвисайда, $\mathbf{F}(\alpha)$ – известная функция, задающая закон распределения нагрузки. Выражениями такого типа обычно моделируют импульсные нагрузки относительно большой длительности (ступенчатый импульс). В этом случае интегралы Дюамеля нетрудно найти аналитически, и вместо (1) получим представление

$$\mathbf{u}(\alpha,t)=\sum_n \frac{\omega_n(1-e^{-c_nt}\cos\omega_n t)-c_ne^{-c_nt}\sin\omega_n t}{\omega_n^2+c_n^2}\cdot\frac{Q_n-P_n}{\kappa_n\|\mathbf{U}_n\|^2}\mathbf{U}_n(\alpha), \quad (2)$$

где P_n, Q_n – независящие от времени коэффициенты разложений известных функций по СФК.

Если диссипация энергии не учитывается, то ряд (2) принимает вид

$$\mathbf{u}(\alpha,t)=\sum_n \frac{1-\cos\omega_n t}{\omega_n^2}\cdot\frac{P_n-Q_n}{\|\mathbf{U}_n\|^2}\mathbf{U}_n(\alpha). \quad (3)$$

При больших временах, то есть, когда $t\to\infty$, из (2) вытекает, что

$$\lim_{t\to\infty}\mathbf{u}(\alpha,t)=\sum_n \frac{\omega_n}{\omega_n^2+c_n^2}\cdot\frac{P_n-Q_n}{\kappa_n\|\mathbf{U}_n\|^2}\mathbf{U}_n(\alpha). \quad (4)$$

При малых потерях, то есть когда $c_n\ll\omega_n$, решения в виде ряда (4) будут несущественно отличаться от решений задачи статики, которые также могут быть записаны в виде разложений по СФК

$$\mathbf{u}_{st}=\sum_n \frac{1}{\omega_n^2}\cdot\frac{P_n-Q_n}{\|\mathbf{U}_n\|^2}\mathbf{U}_n(\alpha). \quad (5)$$

В начальный период деформирования оболочки, то есть при $t\to 0$, потерями обычно можно пренебречь. Если считать выполненными сильные неравенства $\omega_n t\ll 1$, то из (3) следует представление

$$\mathbf{u}(\alpha,t)=\frac{1}{2}t^2\sum_n \frac{P_n-Q_n}{\|\mathbf{U}_n\|^2}\mathbf{U}_n(\alpha). \quad (6)$$

В качестве второго примера рассмотрим действие коротких импульсов, которые во времени описываются δ – функцией, и примем, что $\mathbf{f}(\alpha,\, t) = \delta(t)\mathbf{F}(\alpha)$. Тогда соответственно с (2) решение задачи будет даваться рядом

$$\mathbf{u}(\alpha,t) = \sum_n \left\{ e^{-c_n t} \sin \omega_n t \right\} \frac{P_n - Q_n}{\kappa_n \left\| \mathbf{U}_n \right\|^2} \mathbf{U}_n(\alpha). \qquad (7)$$

Ряд (7) при малых временах можно представить в виде

$$\mathbf{u}(\alpha,t) = t \sum_n \frac{P_n - Q_n}{\kappa_n \left\| \mathbf{U}_n \right\|^2} \mathbf{U}_n(\alpha), \qquad (8)$$

а при больших временах из (7) следует, что

$$\mathbf{u}(\alpha,t) \to 0.$$

Таким образом, в начале переходного процесса характеристики напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочки при действии импульсов конечного действия возрастают пропорционально второй степени времени, а при действии коротких импульсов те же характеристики изменяются во времени линейно. При больших временах в первом случае НДС стремится к положению статического равновесия, а во втором случае – к невозбужденному состоянию. Эти результаты имеют общий характер, потому что основаны на представлениях (1) для произвольной оболочки, и полностью согласуются с оценками, полученными в [6] с помощью преобразования Лапласа, но только для стержней. Указанные асимптотические оценки удобно использовать для контроля числовых расчетов при малых и больших временах.

Представления решений нестационарных задач для системы связанных оболочек аналогично, однако, смысл величин и параметров, которые входят в (1) изменяются. В этом случае вместо СФК используются функции, описывающие некоторые стационарные состояния системы, и представляют собой решения неклассических задач на собственные значения [3, 4]. Функции, которые описывают стацио-нарные состояния механической системы, обладают свойствами ортогональности и полноты, что, в общем случае, есть следствием закона сохранения энергии, а непосредственная проверка выполнения этих свойств для некоторых систем выполнена автором в [3, 4]. Это и обосновывает их использование в качестве базисных функций при построении решений нестационарных задач. При этом, поскольку рассматривается составная механическая система, коэффициенты общего модального уравнения оказываются одновременно зависящими от характеристик контактирующих оболочек и нагрузок, которые действуют на отдельные элементы механической системы.

Асимптотические оценки поведения решений, которые получены выше для отдельного элемента, без изменений переносятся и на оценку поведения решений для составной механической системы.

Из общей теории гиперболических систем дифференциальных уравнений известно, что ряды (1) будут заведомо сходиться внутри области построения решений, в данном случае, в срединных поверхностях оболочек. Использование этих рядов для нахождения искомых величин на границах области связано с возможностью аналитического продолжения построенных решений (и их производных) на границу и требует специальных исследований, на что указывалось в [1], а соответствующие примеры приведены в [5]. При проведении практических расчетов важную роль играет скорость сходимости рядов, поэтому целесообразно получить некоторые общие оценки, а также привести примеры расчетов для конкретных оболочек.

Оценим, например, скорость сходимости ряда (3), определяющего решения задачи при действии ступенчатого импульса. Прежде всего, заметим, что СФК – это функции, непрерывные в замкнутой области, и поэтому ограничены в совокупности. Коэффициенты разложений нагрузок Q_n, P_n, как коэффициенты рядов Фурье также ограничены. Действительно, для гладких функций они стремятся к нулю и, следовательно, ограничены в совокупности. В случае локальных нагрузок ограниченность следует из непрерывности функций, определяющих СФК. Пусть, например, локальная нагрузка задается с помощью δ – функции. Тогда соответствующий коэффициент Фурье в силу фильтрующих свойств δ – функции будет просто равняться значению собственной функции в точке, и, значит, ограниченным, хотя сам ряд может и расходится. Эти рассуждения показывают, что существует такая константа $M > 0$, для которой $\left| (P_n - Q_n)\mathbf{U}_n(\alpha) / \left\| \mathbf{U}_n \right\|^2 \right| < M$. Поэтому функциональный ряд (5), определяющий решение задачи статики, мажорируется числовым рядом

$$\left| \mathbf{u}_{st}(\alpha) \right| < M \sum_n \frac{1}{\omega_n^2}. \qquad (9)$$

Из сходимости ряда в правой части сразу следует равномерная сходимость ряда (5) в замкнутой области существования решений, что позволяет его почленно дифференцировать. При этом следует иметь в виду, что равномерная сходимость ряда из производных на границе может нарушаться. Так как $\left| 1 - \cos \omega_n t \right| \le 2$ при произвольных значениях t и n, то и для ряда (2), определяющего решения динамической задачи, получим аналогичную оценку, независящую от времени. При этом для каждого члена ряда можно записать неравенство

$$\left| \frac{1 - \cos \omega_n t}{\omega_n^2} \cdot \frac{P_n - Q_n}{\left\| \mathbf{U}_n \right\|^2} \mathbf{U}_n(\alpha) \right| \le 2M \frac{1}{\omega_n^2}. \qquad (10)$$

Отсюда следует, что скорость сходимости ряда (3), по крайней мере, не меньше чем ряда (5), а неравенство (10) показывает, что порядок малости коэффициентов рядов (3) и (5) соответствует величине

$O(1/\omega_n^2)$. Это означает, что коэффициенты ряда убывают не медленнее, чем числа обратно пропорциональны квадратам собственных частот. Полученные оценки имеют место для нагрузок произвольного вида, в том числе и для сосредоточенных. В случае гладких нагрузок ряды фактически будут сходиться быстрее, так как коэффициенты Фурье разложений таких нагрузок убывают с ростом номера n, а скорость их убывания, как известно, зависит от дифференциальных свойств функций, описывающих нагрузки.

Проиллюстрируем изложенное выше некоторыми числовыми результатами, полученными в процессе решения нестационарных задач для неко-торых механических систем. Приведенные результаты соответствуют сферическому куполу, соединенному с круговой цилиндрической оболочкой [1, 2, 4]. В качестве характерного геометрического размера принята длина половины дуги S сферического сегмента (от полюса до закрепления $S=1$ *м*), которая в расчетах сохранялась неизменной, а варьировалась только кривизна сегмента. Для остальных значений параметров задачи были приняты следующие значения: относительная толщина стенки сферической оболочки $h_{sh}/S=0,01$; радиус цилиндрической оболочки $R_{cyl}/S=0,5$, а относительная толщина ее стенки $h_{cyl}/R_{cyl}=0,01$. Считалось, что оболочки изготовлены из изотропных материалов с отношением модулей упругости $E_{sh}/E_{cyl}=1$ ($E_{sh}=10$ ГПа) и плотности $\rho_{sh}/\rho_{cyl}=1$ ($\rho_{sh}=1200\,кг/м^3$.).

В табл. 1, 2 приведены значения нескольких первых частот (в Герцах) и коэффициентов разложений равномерно распределенного нормального поверхностного давления по СФК для двух значений кривизны сферического купола. В первом случае принято, что безразмерная кривизна купола $k_{sh}=S/R_{sh}=0,2$, а в другом − k_{sh}=0,4. Расчеты показали, что своих максимальных значений расчетные величины достигают в вершине купола. Поэтому для иллюстрации сходимости рядов в целом в табл. 1 дополнительно приведены значения прогиба, вычисленные в полюсе сферического купола при разном числе удержанных членов ряда, а в табл. 2 кроме прогиба также приведены значения меридионального усилия и изгибающего момента. При этом значения прогибов вычислены в момент времени $t=0,5T$, а усилий и моментов при t=0,4T, где T − основной период колебаний системы в целом.

Таблица 1

Собственные частоты, коэффициенты разложений равномерно распределенной нагрузки и максимальные значения прогиба в полюсе при разном числе удержанных членов ряда (для сферического сегмента с кривизной k_{sh}=0,2)

n	ω_n, кГц	$(\alpha_n/\omega_n^2)\cdot 10^2$	$w_{\max}/h$
1	0,595	–1,228	–0,95
2	0,985	–4,098	–4,26
3	1,334	1,932	–4,03
4	1,918	0,108	–4,09
5	2,741	0,039	–4,10
6	3,681	–0,139	–4,23
7	4,808	0,046	–4,19
8	7,301	0,002	–4,19
9	8,712	–0,009	–4,20
10	10,36	0,003	–4,20
11	10,52	0,001	–4,20

Приведенные числовые результаты подтверждаю общие оценки сходимости, полученные выше, и показывают, что даже для составных механических систем в практических расчетах (с погрешностью до 5 %) достаточно удержать в рядах в рядах пять-шесть форм при вычислении максимальных значений, как прогиба, так и силовых факторов.

Таблица 2

Собственные частоты, коэффициенты разложений равномерно распределенной нагрузки и максимальные значения прогиба в полюсе при разном числе удержанных членов ряда (для сферического сегмента с кривизной k_{sh}=0,4)

n	ω_n, кГц	$(\alpha_n/\omega_n^2)\cdot 10^3\cdot$	$w_{\max}/h$	$[N_s/(hp)]\cdot 10^{-2}$	$(M_s/p)\cdot 10^{-2}$
1	1.126	–1.043	–0,072	–0.144	–0.095
2	1.505	–7.008	–1,141	–2.441	–0.779
3	2.159	1.757	–1,199	–2.564	–0.863
4	2.912	0.403	–1,200	–2.565	–0.865
5	3.834	–1.407	–1,315	–2.841	–1.192
6	4.917	0.466	–1,270	–2.757	–1.024
7	7.377	0.018	–1,267	–2.751	–1.006
8	8.778	–0.095	–1,268	–2.754	–1.017
9	1.166	–0.006	–1,268	–2.756	–1.107

Сравнение таблиц показывает, что сходимость улучшается при уменьшении кривизны оболочки. Обращает на себя внимание тот факт, что для рассмотренных значений кривизны абсолютная величина коэффициента, соответствующего второй СФК, значительно превышает остальные. Вместе с тем расчеты показали, что в предельном случае нулевой кривизны купола [1], то есть для круглой пластины, первые два коэффициента оказываются приблизительно равными. Такое соотношение коэффициентов разложений во многом в чем определяет форму динамического деформирования купола.

4. Выводы

Таким образом, в статье получены общие оценки сходимости и асимптотического поведения решений нестационарных задач для уравнений движения систем оболочек. Установлено, что в начале переходного процесса характеристики НДС оболочки при действии импульсов конечной длительности возрастают пропорционально второй степени времени, в то время как при действии коротких импульсов те же характеристики изменяются во времени линейно. При больших временах в первом случае НДС стремится к положению статического равновесия, а во втором случае – к невозбужденному состоянию. Доказано, что функ-циональные ряды сходятся не медленнее чем числовые ряды с членами, обратно пропорциональными квадратам собственных частот для нагрузок произвольного вида.

Литература

1. Lerman, L. B. On solution of problems of dynamics of plates and shells with local structure heterogeneities [Text] / L. B. Lerman // International Applied Mechanics. – 2000. – Vol. 35, Issue 10. – P. 1014–1020.

2. Zarutsky, V. A. The realization of modal superposition method in shell dynamic problems with constructive heterogeneities [Text] / V. A. Zarutsky, L. B. Lerman // Zeszyty naukove politchniki Rrzeszowskie. – 1999. – Nr 174,.Mechanica, z. 52, Problemy dynamiki konstrukcji. – Rzeszow, 1999. – P. 127–132.

3. Лерман, Л. Б. Про деякі властивості розв'язків некласичних задач на власні значення для рівнянь коливань оболонок [Текст] / Л. Б. Лерман.// Вісник Київс. ун-ту, Серія фіз.-мат. наук. – 2001. – Вип. 3. – С. 52–56.

4. Лерман, Л. Б. Об определении стационарных состояний при распространении гармонических возмущений в системах тонкостенных элементов [Текст] / Л. Б. Лерман // Акустический вестник. – 2000. – Т. 3, № 1, 61-72.

5. Lerman, L. B. On solution of problems of dynamics of thin-walled elements of construction with inhomogeneous dynamics boundary conditions [Text] / L. B. Lerman // International Applied Mechanics. – 2000. – Vol. 36, Issue 8. – P. 97–103.

6. Методы расчета оболочек. В пяти томах [Текст] / под общ. ред. А. Н. Гузя. – Киев: Наук. думка, 1980.

7. Баженов, В. А. Численные методы в механике [Текст] / В. А. Баженов, А. Ф. Дащенко, Л. В. Коломиец и др. – Одесса: «Стандарт», 2005. – 563 с.

8. Слепян, Л. И. Нестационарные упругие волны [Текст] / Л. И Слепян. – Л.: Судостроение, 1972. – 376 с.

9. Жилин, П. А. Прикладная механика. Основы теории оболочек [Текст] / П. А. Жилин. – Санкт-Петербург: Из-во Политехнического университета, 2006. – 166 с.

10. Altenbach, H. On the shell theory on nanoscale with surface stresses [Text] / H. Altenbach, V. A. Veremeyev // International Journal of Engineering Science. – 2001. – Vol. 49, Issue 12. – P. 1294–1301. doi: 10.1016/j.ijengsci.2011.03.011

11. Ergin, A. Linear vibration analysis of cantilevver plates partially submerged in fluid [Text] / A. Ergin, B. Ugurlu // Journal of Fluids and Structures. – 2003. – Vol. 17, Issue 7. – P. 927–939. doi: 10.1016/s0889-9746(03)00050-1

12. Moffal, S. On decoupled and fully-coupled methods for llade cueved cylindrical plates with variable thickness [Text] / S. Moffal, L. He. // Journal of Fluids and Structures. – 2005. – Vol. 20, Issue 2. – P. 217–234. doi: 10.1016/ j.jfluidstructs.2004.10.012

13. Забегаев, А. И. Динамическая модель составной оболочковой конструкции для расчетов нагрузок в условиях интенсивных поперечных воздействий [Текст] / А. И. Забегаев // Первые Уткинские чтения. Мат. Общероссийской науч.-техн. конф. Сант-Петербург. – 2002. – Т. 2. – С. 138–140.

14. Ivanco, T. G. Investigations og groud-wind loads for launch vehicles [Text] / T. G. Ivanco, D. F. Keller // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2012. – Vol. 49, Issue 4. – P. 574–585. doi: 10.2514/1.59457

15. Alijant, F. Non-linear vibrations of shells: A literature review from 2003 to 2013 [Text] / F. Alijant, M. Amabili // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2014. – Vol. 58, Issue 2064. – P. 233–257. doi: 10.1016/j.ijnonlinmec. 2013.09.012

16. Qatu, M. S. Recent research advances of the dynamic analysis of composite shells: 2000-2009 [Text] / M. S. Qatu, R. W. Sullivan, W. Wang // Composite Structure. – 2010. – Vol. 93, Issue 1. – P. 14–31. doi: 10.1016/j.compstruct.2010.05.014

17. Proceeding of the 6th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures IASS-IACM 2008: Spanning Nano to Mega [Text] / J. F. Abel, J. R. Cooke (Eds.) // Cornell University, Ithacu, NY, USA, 2008.

18. Наймарк, М. А. Линейные дифференциальные операторы [Текст] / М. А. Наймарк. – М. Наука, 1969. – 528 с.

19. Березанский, Ю. М., Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов [Текст] / Ю. М. Березанский. – Киев: Наук. Думка, 1965. – 779 с.

20. Левитан, Б. М. Введение в спектральную теорию (самосопряженные обыкновенные дифференицмальные операторы) [Текст] / Б. М. Левитан, И. С. Саргсян. – М.: Наука, 1970. – 671 с.

References

1. Lerman, L. B. (2000). On solution of problems of dynamics of plates and shells with local structure heterogeneities. Int. Appl. Mechanics, 35 (10), 1014–1020.

2. Zarutsky, V. A., Lerman, L. B. (1999). The realization of modal superposition method in shell dynamic problems with constructive heterogeneities. Zeszyty naukove politchniki Rrzeszowskie, Nr. 174, Mechanica, z. 52, Problemy dynamiki konstrukcji: Rzeszow, 127–132.

3. Lerman, L. B. (2001). About some properties of solutions of non-classic Eigen value problem for vibrations' shell equations. Bulletin of University of Kyiv, Series: Physics & Mathematics, Part 3, 52–56.

4. Lerman, L. B. (2000). On determination of stationary states for systems of thin-walled elements at propagation of harmonic disturbances. Acoustic bulletin, 3 (1), 61–72.

5. Lerman, L. B. (2000). On solution of problems of dynamics of thin-walled elements of construction with inhomogeneous dynamics boundary conditions. Int. Appl. Mechanics, 36 (8), 97–103.

6. Gus', A. N. (Ed.) (1980). Methods of shell design. In five volumes. Kyiv: Nauk. Dumka.

7. Bazhenov, V. A., Dacshenko, L. V., Kolomiez, L. V. (2005). Numerical method in mechanics. Odessa: Standard, 563.

8. Slepyan, L. I. (1972). Nonsteady elastic waves. Lviv: Shipbuilding, 376.

9. Gylin, P. A. (2006). Applied Mechanics rudiments of shell theory. Saint-Petersburg: Leningrad Polytechnic, 166.

10. Altenbach, H., Veremeyev, V. A. (2001). On the shell theory on nanoscale with surface stresses. International Journal of Engineering Science, 49 (12), 1294–1301. doi: 10.1016/j.ijengsci.2011.03.011

11. Ergin, A., Ugurlu, B. (2009). Linear vibration analysis of cantilever plates partially submerged in fluid. Journal of Fluids and Structures, 17 (7), 927–939. doi: 10.1016/s0889-9746(03)00050-1

12. Moffal, S., He, L. (2005). On decoupled and fully-coupled methods for lade curved cylindrical plates with variable thickness. Journal of Fluids and Structures, 20, 217–234. doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2004.10.012

13. Zabegaev, A. I. (2002). Dynamical model of composite shell construction for calculation loads in conditions of intensive shearing actions. First Utkin reading. Math. All-Russian scientific and technical conference Saint-Petersburg, 2, 138–140.

14. Ivanco, T. G., Keller, D. F. (2012). Investigations of ground-wind loads for launch vehicles. Journal of Spacecraft and Rockets, 49 (4), 574–585. doi: 10.2514/1.59457

15. Alijant, F., Amabili, M. (2014). Non-linear vibrations of shells: A literature review from 2003 to 2013. International Journal of Non-Linear Mechanics, 58 (2064), 233–257. doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2013.09.012

16. Qatu, M. S., Sullivan, R. W., Wang, W. (2010). Recent research advances of the dynamic analysis of composite shells: 2000-2009. Composite Structure, 93 (1), 14–31. doi: 10.1016/j.compstruct.2010.05.014

17. Abel, J. F., Cooke, J. R. (Eds.) (2008). Proceeding of the 6th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures IASS-IACM 2008: Spanning Nano to Mega. Cornell University, Ithaca, NY, USA.

18. Naimark, M. A. (1969). Linear differential operators. Moscow: Nauka, 528.

19. Berezansky, Yu. M. (1965). Expansion by eigenfunctions of self-adjoint operators. Kyiv: Nauk. Dumka, 779.

20. Levitan, B. M., Sargsyan, I. S. (1970). Introduction in spectral theory (self-adjoint ordinary differential operators). Moscow: Nauka, 671.

Рекомендовано до публікації д-р фіз.-мат. наук Л. Г. Гречко Дата надходження рукопису 11.02.2015

Лерман Леонід Борисович, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, відділ «Теорія наноструктутрних систем», Інститут хімії поверхні ім. О.О. Чуйка НАН України, вул. Генерала Наумова, 17, м. Київ, Україна, 02124
E-mail: llerman@yandex.ru

УДК 620.179
DOI: 10.15587/2313-8416.2015.39344

РАЗРАБОТКА АППАРАТНОЙ ЧАСТИ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ В СЫПУЧЕМ СЫРЬЕ НА БАЗЕ МЕТОДА СКАНИРУЕЩОГО СИГНАЛА

© Л. М. Замиховский, И. Т. Левицкий

В статье рассматривается актуальная проблема контроля металлических включений в сыпучем сырье. Предложен метод контроля металлических включений на базе сканирующего сигнала. Проведено проектирование и подбор компонентов аппаратной части системы. В частности, разработан и изготовлен блок обработки и формирования сигналов

Ключевые слова: *металлические включения, сканирующий сигнал, микроконтроллер, алгоритм, усилитель, магнитные катушки, коммутатор*

The urgent problem of control of metallic inclusions in the granular materials was considered in the article. The control method of metallic inclusions based on the scanning signal was proposed. The design and selection of hardware components of the system was conducted. Specifically, unit of processing and signal forming was designed and manufactured

Keywords: *metallic inclusions, scanning signal, microcontroller, algorithm, amplifier, magnetic coils, switch*

1. Введение

Сегодня во многих отраслях промышленности при управлении технологическими процессами переработки сыпучего сырья, транспортиремого конвеерной линей с целью дальнейшей его переработки, актуальной является задача контроля металических включений находящихся в сырье. Их попадание в оборудование по переработке сырья может привести к возникновению дефектов или его отказа и, как заследствие, к возникновению аварийных ситуаций и остановки технологического процесса [1, 2].

2. Постановка проблемы

Известные методы и системы контроля металлических включений, к сожалению, не позволяют выявлять металлические включения с определением их габаритов и местоположения в потоке сырья, что не удовлетворяет предъявляемым требованиям к ведению современного технологического процесса и ограничивает область применений таких систем.

3. Литературный обзор

Известен метод обнаружения и удаления металлических включений в подвижном сырье [3], заключающийся в том, что сырье перемещается через зону трех датчиков, расположенных под углом 450, 1350 и 900 относительно направления движения сырья. При наличии металлических включений в сырье, сигналы поочередно принимаются с первого и второго датчиков, а затем с третьего датчика, выпол-