

ГЕОМЕТРИЯ И ГРАФИКА ОБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЧЕТЫРЕХГРАННОЙ ПИРАМИДЫ И ПРЯМОГО КРУГОВОГО КОНУСА

Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, Украина

В статье показан процесс кинематического образования поверхностей правильной четырехгранной пирамиды и прямого кругового конуса путем совмещения вершин двух конгруэнтных равнобедренных треугольников вращением вокруг их оснований.

Постановка проблемы. Известно, что в основу образования элементов евклидова пространства положен кинематический принцип движения, моделирующий процесс их графического получения. Точка двигаясь порождает линию, линия двигаясь порождает поверхность. При этом образно можно представить, что нульмерная точка «растягивается» в одномерную линию, а одномерная линия «растягивается» в двумерную поверхность. Но многообразие линий и законов их движения порождает множество поверхностей, в определитель каждой из которых входит образующая линия конкретной формы и конкретный закон её движения. Поэтому все поверхности, образуемые движением линии, являются кинематическими, но они не включают в себя многогранные поверхности, которые являются многогранными прототипами кривых поверхностей. При этом процесс такого образования поверхностей не вызывает процесса возникновения «предповерхностей» иной структуры. Отсюда вытекает проблема поиска такой конструктивной схемы формообразования кривых, в частности, прямолинейчатых поверхностей и их многогранных прототипов, которые служили бы конечным результатом «работы» некоторой геометрически - изменяемой «предповерхности», представляющей как теоретический, так и практический интерес.

Анализ основных исследований и публикаций. Развитие техники немислимо без использования геометрически-изменяемых конструкций, функционирование которых обеспечивается перемещением одного звена или их совокупности с одной степенью свободы. В качестве примеров могут служить домкраты, перемещение резца при автоматизированном разкросе листового материала, чертёжные приборы по механическому вычерчиванию кривых линий, самолёты с геометрически-изменяемыми крыльями и т.п.

Примером близким по идее к цели настоящего исследования относится публикация [1], раскрывающая природу сторон прямого линейного угла как предельных состояний эллиптических «образов»

окружности, как эллипса с совпавшими в её центре фокусами при перемещении этих фокусов к концам диаметра. При их совпадении с этими концами окружность вырождается в свой диаметр, а её эволюта как предел поперных преобразований семейства промежуточных эллипсов - в перпендикуляры к концам диаметра, стремящиеся к центру его нулевой кривизны, удалённому в бесконечность. Таким образом, между исходным условием – окружностью и конечным результатом – сторонами прямого угла существует однопараметрическое семейство геометрически-изменяемых эллипсов, порождаемых движением его фокусов к концам диаметра. Эта планиметрическая идея вполне применима к стереометрическим задачам по использованию движения с одной степенью свободы для формирования линейных каркасов прямолинейчатых поверхностей как их однопараметрического промежуточного семейства геометрически-изменяемых поверхностей, которые отличаются не параметрами положения, а параметрами формы.

Аналогичное содержание имеют работы [2, 3], посвященные преобразованиям конуса и цилиндра вращения в семьи однополостных гиперболоидов.

Цель публикации. Показать возможность формообразования линейных каркасов поверхностей четырехгранной пирамиды и прямого кругового конуса как конечных результатов непрерывных преобразований геометрически-изменяемых «предповерхностей», вызываемых взаимным перемещением двух пар взаимосвязанных подвижными шарнирами сторон конгруэнтных линейных углов.

Основная часть. Линейный каркас поверхности прямого кругового конуса представляет собой однопараметрическое множество конгруэнтных прямолинейных образующих, любое конечное количество которых может служить рёбрами линейного каркаса вписанной в неё пирамидальной поверхности. При этом её основанием будет многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, сторонами которого являются соответствующие хорды этого основания.

Для простоты рассуждения в качестве такого основания принят квадрат $ABCD$ (рис.1), противоположные стороны которого служат основаниями двух равнобедренных конгруэнтных треугольников AS^1B и CS^1D . Если предположить, что эти треугольники в исходном положении принадлежат плоскости основания конуса, то их стороны попарно пересекаются в точках 1 , которые можно в натуре представить в виде подвижных шарниров скольжения. Выход из компланарного положения этих образующих треугольников в конкурентное происходит путем их синхронного вращения вокруг своих оснований до совмещения их вершин в вершине S линейного каркаса искомой пирамиды.

При этом «предповерхностями» искомой пирамиды $SABCD$ являются трехгранные призматические поверхности их семейства с общей

гранью – основанием $ABCD$ искомой пирамиды и боковыми трапецевидными конгруэнтными и равнонаклонёнными к нему гранями.

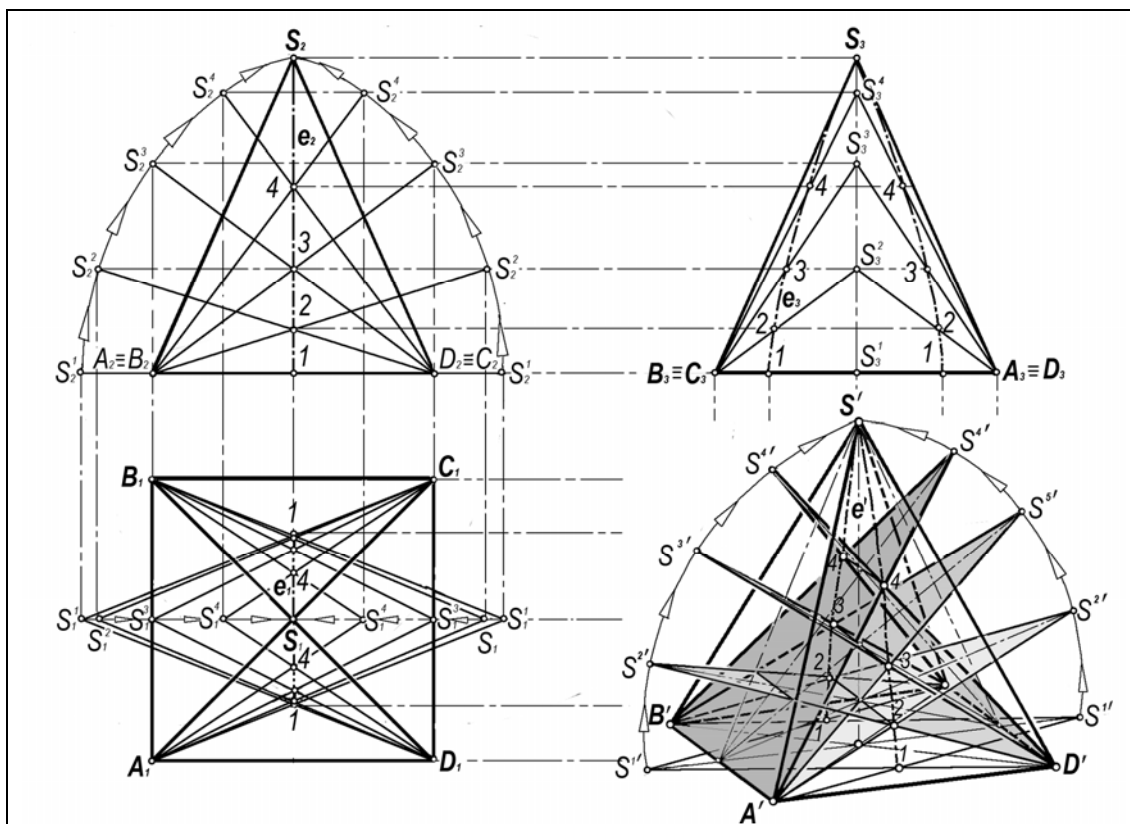


Рис.1. Образование линейного каркаса четырехгранной пирамиды.

Третье подвижное ребро этих «предповерхностей» в процессе вращения образующих треугольников закономерно уменьшает свою длину и вырождается в точку – вершину S искомой пирамиды.

При этом имеется ввиду, что инициатором динамического процесса перехода образующих треугольников из компланарного расположения в конкурентное являются подвижные шарниры скольжения в точках пересечения их сторон. В результате боковым граням образующихся призматических поверхностей можно придавать любое наперед заданное значение углов их наклона к горизонтальной плоскости их основания.

Если принять во внимание, что стороны двух равнобедренных треугольников AS^1B и CS^1D являются образующими прямого кругового конуса, то соответствующие дуги его основания определяют, в данном случае, четыре конгруэнтных отсека линейного каркаса искомой конической поверхности (рис.2).

В исходном компланарном положении вершины S^1 треугольников AS^1B и CS^1D становятся центрами плоских пучков совмещенных

образующих, соответственно пересекающихся по прямой l_1 , соединяющей точки пересечения их соответствующих сторон.

Имея в виду, что в этих точках располагаются подвижные шарниры, то их одновременное перемещение по направлению к вершинам S^1 вводит во взаимное пересечение линейные каркасы конических поверхностей с

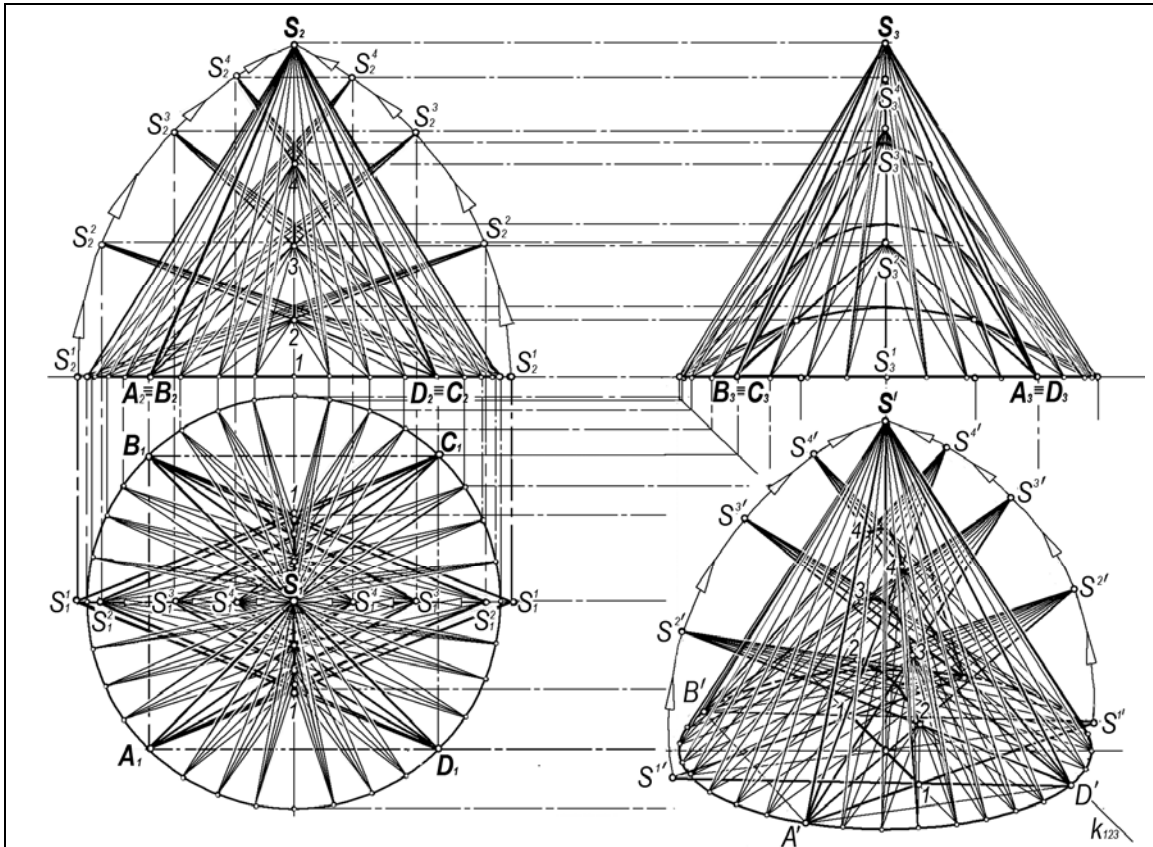


Рис.2. Образование линейного каркаса поверхности прямого кругового конуса.

вершинами S' от дуг основания между точками A, B и C, D по гиперболическим гребням, а от дуг основания между точками A, D и B, C образует нижние полы конических поверхностей с вершинами в точках пересечения сторон образующих треугольников.

В итоге получается, что при переходе от компланарного расположения двух пар пучков совмещённых образующих к их конкурентному расположению в качестве «предповерхностей» выступает однопараметрическое множество прямолинейчатых поверхностей, состоящих из двух пар линейных каркасов сопряженных конусов. Такие поверхности подобны торсовым [4], но в промежуточных положениях вершин имеют разные значения углов наклона образующих к плоскости основания, которые становятся одинаковыми при совпадении вершин образующих треугольников.

Вывод. В отличие от традиционных принципов кинематического образования объектов пространства поступательным движением

образующих элементов, не вызывающих возникновения объектов иной структуры, предлагаемая технология образования линейных каркасов пирамиды и конуса порождает семейства «предповерхностей» иной структуры, что представляет как теоретический, так и практический интерес.

Литература

1. *Ткач Д.І.* Про еволютно-еліпсне походження сторін прямого кута. /Д.І.Ткач, А.Д. Кістол // - (Праці Таврійського державного агротехнологічного університету, випуск 7. «Прикладна геометрія та інженерна графіка», том 45, - Мелітополь: 2012. С.46--50 .

2. *Ярова Т.П.* Перетворення конуса обертання у сім'ю однопорожнинних гіперболоїдів обертання та його застосування. /Т.П. Ярова // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2007. Вип.18.- С. 195-200.

3. *Ярова Т.П.* Перетворення циліндра обертання у сім'ю однопорожнинних гіперболоїдів обертання. /Т.П.Ярова // - (Праці Таврійської державної агротехнічної академії, випуск 4. «Прикладна геометрія та інженерна графіка», том 35, - Мелітополь: 2007. С.132--136.

4. *Ткач Д.И.* Системная начертательная геометрия / Д.И.Ткач //Монография, - Днепропетровск, 2011.- 364 с.

ГЕОМЕТІЯ І ГРАФІКА СТВОРЕННЯ ПОВЕРХОНЬ ЧОТИРЬОХГРАННОЇ ПІРАМІДИ ТА ПРЯМОГО КРУГОВОГО КОНУСУ.

Т.П. Ярова, А.Д. Кістол

В статті наведено процес кінематичного створення поверхонь правильної чотирьохгранної піраміди та прямого кругового конусу шляхом суміщення вершин двох конгруентних рівнобедрених трикутників обертанням навколо їх основ.

GEOMETRY AND GRAPHIC OF THE FORMATION OF SURFACES OF QUADRAHEDRAL PYRAMID AND STRAIGHT CIRCULAR CONE.

T. Yarovaya, A. Kistol

In this article there is shown the formation process of the kinematic surfaces of quadrahedral pyramid and straight circular cone through the combining of peaks of two congruent equallateral triangles by rotation around their bases.