УДК 311+512
DOI: 10.25140/2411-5363-2018-3(13)-96-104

Олександр Дубягін

МОДЕЛЬ МІЖРІВНЕВОГО БАЛАНСУ: АГРЕГАТНА ФОРМА

Актуальність теми дослідження. *Синтезування моделі міжрівневого балансу в агрегатній формі є актуальним науковим завданням кількісної оцінки керованої зміни структури об'єкта.*

Постановка проблеми. *Модель, синтезована лише у значеннях чисельності міжрівневих пересувань одиниць об'єкта, не дає уявлення про наслідки керуючого впливу щодо ознаки, вимірюваної в цих одиницях у шкалі відношень.*

Аналіз останніх досліджень і публікацій. *Для простої балансової моделі автором вже запропонована система неагрегованих показників міжрівневого балансу та сформульовані їх взаємозв'язки.*

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. *Це – агрегатна форма моделі міжрівневого балансу.*

Постановка завдання. *Синтезувати модель міжрівневого балансу, складові якої виражені у значеннях вимірюваної ознаки й чисельності міжрівневих пересувань одиниць об'єкта.*

Виклад основного матеріалу. *Агрегатна форма моделі ґрунтується на таких складових балансу, як рівневі (позарівневі) втрати та рівневе (позарівневе) поповнення об'єкта щодо ознаки, вимірюваної в його одиниць у шкалі відношень на певному рівні (поза рівня) у станах «після» і «до» зовнішнього впливу. Ці складові визначають рівневу структуру об'єкта та структуру руху його одиниць і пояснюють наслідки керуючого впливу на різних рівнях їх систематизації в моделі. Узагальнене співвідношення балансу, яке формалізує в агрегатній формі результат впливу, характеризує загальні втрати або поповнення об'єкта.*

Висновки відповідно до статті. *Агрегатна форма моделі міжрівневого балансу дозволяє сформувати систему відповідних показників і оцінити ефективність керуючого впливу на структурований об'єкт.*

Ключові слова: *агрегатна форма; балансова модель; втрати; міжрівневий рух; оборот; поповнення.*

Табл.: 2. Рис.: 2. Бібл.: 10.

Актуальність теми дослідження. Синтезування моделі міжрівневого балансу в агрегатній формі є актуальним науковим завданням щодо кількісної оцінки керованої зміни структури об'єкта.

Постановка проблеми. Балансова модель, синтезована лише за вихідними даними про чисельність одиниць об'єкта, які представляють останній на тому чи іншому рівні ознаки, вимірюваної в цих одиниць у шкалі відношень [1] у станах об'єкта «до» і «після» керуючого впливу, не дозволяє повною мірою уявити наслідки цього впливу: порівняння загальної чисельності одиниць з альтернативних категорій пересування за напрямом не дає відповіді на те, в який бік змінюється узагальнена оцінка рівневого стану об'єкта. Прийнятними на роль такої оцінки є абсолютні сумарні або осереднені показники рівня ознаки [2]. Це – загальний і середній її рівень, визначений у кожному стані об'єкта. Порівнюючи той чи інший узагальнюючий показник, обчислений в обох станах, можна відповісти, чи покращується, чи погіршується оцінка рівневої структури об'єкта при його переході зі стану «до» у стан «після» і якою мірою. Говорячи про всебічну оцінку наслідків впливу, маємо створити систему агрегованих показників міжрівневого балансу (руху). Саме для цього модель синтезуємо в агрегатній формі [3]. Така модель має прикладне значення в будь-якій галузі знань під час аналізу структурних зрушень керованого об'єкта з однорідною структурою щодо ознаки, вимірюваної в натуральних (грошових, трудових) одиницях [4-8].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Про оцінку структурних зрушень об'єкта, що пояснюються міжрівневим рухом його одиниць, однак виконану лише у значеннях чисельності останніх, представлених як рухомі та нерухомі, докладно розповідалося в роботі [9], де в основу аналізу була покладена система неагрегованих показників міжрівневого руху [9, с. 41-136]. Балансова модель, представлена в агрегатній формі, є новим поняттям в запропонованій автором методиці. Її аналогом є модель міжгалузевого балансу [10, с. 8-18].

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. Це – агрегатна форма моделі міжрівневого балансу.

Постановка завдання (мета статті). Синтезувати модель міжрівневого балансу, складові якої виражені у значеннях вимірюваної ознаки і чисельності міжрівневих пересувань одиниць об’єкта та визначають рівневу структуру об’єкта та структуру руху його одиниць.

Виклад основного матеріалу. Центральним елементом методики синтезу моделі міжрівневого балансу є балансово-розрахункова матриця (рис. 1), в I квадранті якої розміщуються вихідні дані балансу про чисельність міжрівневих пересувань (n_{ij}), в II і в III квадрантах – результати обчислення чисельності одиниць об’єкта, що представляють його рівневу структуру (N_{i0} і N_{j1}) та структуру руху його одиниць ($N_{\text{В}i}$, $N_{\text{В}i\text{в.}}$, $N_{\text{В}i\text{н.}}$, $N_{\text{Н}i}$ і $N_{\text{П}j}$, $N_{\text{Пн.}j}$, $N_{\text{Пв.}j}$, $N_{\text{З}j}$; $N_{\text{В}}$, $N_{\text{Вв.}}$, $N_{\text{Вн.}}$, $N_{\text{Н}}$ і $N_{\text{П}}$, $N_{\text{Пн.}}$, $N_{\text{Пв.}}$, $N_{\text{З}}$) у станах «до» та «після» відповідно, в IV квадранті «Баланс» – результат порівняння загальної чисельності одиниць об’єкта, представлених в альтернативних категоріях руху ($N_{\text{В}} \equiv N_{\text{П}}$; $N_{\text{Вв.}} \equiv N_{\text{Пн.}}$; $N_{\text{Вн.}} \equiv N_{\text{Пв.}}$ (умови збалансованості пересування); $N_{\text{Н}} \equiv N_{\text{З}}$ (умова збалансованості нерухомості)), який повинен давати нульове значення кожної різниці [9, с. 24-41]. Така модель дає змогу встановити такі закономірні зв’язки: співвідношенням балансу [9, с. 32] – складових рівневої структури об’єкта та рівневої структури руху його одиниць в кожному зі станів «до» і «після» (на рис. 1 не позначені); узагальненим співвідношенням балансу [9, с. 96] – загальної чисельності одиниць об’єкта (N) та чисельності міжрівневих пересувань, що мають місце за умови стійкості об’єкта ($N = \sum_{i=1}^{k} N_{i0} = \sum_{j=1}^{k} N_{j1}$) [9, с. 29].

Формування балансової моделі в агрегатній формі здійснюється перетворенням зазначених неагрегованих складових балансу в агреговані, визначені через значення ознаки, вимірюваної в одиниць об’єкта на відповідному рівні. Через те, що чисельність n_{ij} одиниць об’єкта може бути представлена в добутку (в агрегаті) разом з одним із двох значень ознаки, вимірюваним або у стані «до» (l_i), або у стані «після» (l_j), то додавання цих добутків-агрегатів, розташованих відповідно в рядку або у стовпці I-го квадранта матриці, дає по два різних результати в кожній категорії пересування (одиниць об’єкта): один – це зведений агрегат, що представляє спільне значеннях ознаки, вимірюване у відповідних одиниць об’єкта на тому ж самому опорному рівні i у стані «до» (в рядку) або опорному рівні j у стані «після» (у стовпці), інакше – вимірюване *в рівневих значеннях ознаки* (рис. 1, *а*); інший – це зведений агрегат, що представляє спільне значення ознаки, вимірюване в тих же самих одиниць об’єкта на будь-якому відповідному рівні, j або i, в протилежному стані об’єкта, «після» або «до», інакше – вимірюване *в позарівневих значеннях ознаки* (поза опорного рівня ознака вимірюється в рухомих одиниць, в нерухомих одиниць вона вимірюється на опорному рівні (рис. 1, *б*). Щодо останнього, його значення пропонується позначати таким чином: символіка та її розташування є тими ж самими, за винятком номера рівня, поза якого вимірюється ознака і який позначається в кутових дужках (<i> або <j>).

Використання створених агрегатів (зведених агрегатів) уможливлює обчислення показників міжрівневого балансу, тільки вже в рівневих значеннях вимірюваної ознаки. Тоді чисельність одиниць об’єкта відіграє роль ваги біля того чи іншого значення рівня ознаки. Усі різновиди агрегованих показників можна представити в тих же самих категоріях, що були сформовані раніше для аналогічних неагрегованих показників [9, с. 41-51].

Оскільки нас цікавлять показники, якими оцінюються наслідки керуючого впливу на об’єкт, а такими є балансові показники пересування його одиниць [9, с. 45], то для їх визначення в агрегатній формі скористаємося рівневими агрегатами $L_{\text{В}ij}$, $L_{\text{П}ij}$, $L_{\text{Н}i}$ і $L_{\text{З}j}$ з балансово-розрахункової матриці:

$$\begin{cases} L_{\text{В}ij} = n_{ij} l_i, \ i \neq j, \ i\ (j) = \overline{1,k} \quad (1) \\ L_{\text{П}ij} = n_{ij} l_j; \ \ j \neq i, \ i\ (j) = \overline{1,k} \quad (2) \end{cases} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} L_{\text{Н}i} = n_{ii} l_i, \ i = \overline{1,k} & (1) \\ L_{\text{З}j} = n_{jj} l_j, \ j = \overline{1,k} & (2) \\ L_{\text{Н}i} = L_{\text{З}j}, \ i = j & (3) \end{cases} \qquad (2)$$

а

		Прибули на рівень (залишилися на рівні):				Всього:				
								з них:		
Вибули (не перейшли) з рівня	$i \backslash j$	$1(l_1)$	$2(l_2)$	…	$k(l_k)$	L_{i0}	$L_{\text{В}i}$	$L_{\text{В}i\text{в.}}$	$L_{\text{В}i\text{н.}}$	$L_{\text{Н}i}$
	$1(l_1)$	n_{11}	n_{12}	…	n_{1k}	L_{10}	$L_{\text{В}1}$	$L_{\text{В}1\text{в.}}$	x	$L_{\text{Н}1}$
	$2(l_2)$	n_{21}	n_{22}	…	n_{2k}	L_{20}	$L_{\text{В}2}$	$L_{\text{В}2\text{в.}}$	$L_{\text{В}2\text{н.}}$	$L_{\text{Н}2}$
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	$k(l_k)$	n_{k1}	n_{k2}	…	n_{kk}	L_{k0}	$L_{\text{В}k}$	x	$L_{\text{В}k\text{н.}}$	$L_{\text{Н}k}$
Всього:	L_{j1}	L_{11}	L_{21}	…	L_{k1}	$L_0 \backslash L_1$	$\boldsymbol{L_{\text{В}}}$	$L_{\text{Вв.}}$	$L_{\text{Вн.}}$	$\boldsymbol{L_{\text{Н}}}$
	$L_{\text{П}j}$	$L_{\text{П}1}$	$L_{\text{П}2}$	…	$L_{\text{П}k}$	$\boldsymbol{L_{\text{П}}}$	$\boldsymbol{\Delta L}$	x	x	x
з них:	$L_{\text{Пн.}j}$	x	$L_{\text{Пн.}2}$	…	$L_{\text{Пн.}k}$	$L_{\text{Пн.}}$	x	$\Delta L_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}$	$\Delta L_{\text{н.}}$	x
	$L_{\text{Пв.}j}$	$L_{\text{Пв.}1}$	$L_{\text{Пв.}2}$	…	x	$L_{\text{Пв.}}$	x	$\Delta L_{\text{в.}}$	$\Delta L_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}$	x
	$L_{\text{З}j}$	$L_{\text{З}1}$	$L_{\text{З}2}$	…	$L_{\text{З}k}$	$\boldsymbol{L_{\text{З}}}$	x	x	x	**0**

Кластер (І кв.)

$\boldsymbol{n_{ij}}$ $(i \neq j)$	$L_{\text{В}ij} = n_{ij} l_i$
$L_{\text{П}ij} = n_{ij} l_j$	$\Delta L_{ij} = n_{ij}(l_j - l_i)$

б

		Вибули на рівень (не перейшли з рівня):				Всього:				
								з них:		
Прибули з рівня (залишилися на рівні)	$i \backslash j$	$1(l_1)$	$2(l_2)$	…	$k(l_k)$	$L_{\langle i \rangle 1}$	$L_{\text{П}\langle i \rangle}$	$L_{\text{П}\langle i \rangle\text{н.}}$	$L_{\text{П}\langle i \rangle\text{в.}}$	$L_{\text{З}i}$
	$1(l_1)$	n_{11}	n_{12}	…	n_{1k}	$L_{\langle 1 \rangle 1}$	$L_{\text{П}\langle 1 \rangle}$	$L_{\text{П}\langle 1 \rangle\text{н.}}$	x	$L_{\text{З}1}$
	$2(l_2)$	n_{21}	n_{22}	…	n_{2k}	$L_{\langle 2 \rangle 1}$	$L_{\text{П}\langle 2 \rangle}$	$L_{\text{П}\langle 2 \rangle\text{н.}}$	$L_{\text{П}\langle 2 \rangle\text{в.}}$	$L_{\text{З}2}$
	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	$k(l_k)$	n_{k1}	n_{k2}	…	n_{kk}	$L_{\langle k \rangle 1}$	$L_{\text{П}\langle k \rangle}$	x	$L_{\text{П}\langle k \rangle\text{в.}}$	$L_{\text{З}k}$
Всього:	$L_{\langle j \rangle 0}$	$L_{\langle 1 \rangle 0}$	$L_{\langle 2 \rangle 0}$	…	$L_{\langle k \rangle 0}$	$L_1 \backslash L_0$	$\boldsymbol{L_{\text{П}}}$	$L_{\text{Пн.}}$	$L_{\text{Пв.}}$	$\boldsymbol{L_{\text{З}}}$
	$L_{\text{В}\langle j \rangle}$	$L_{\text{В}\langle 1 \rangle}$	$L_{\text{В}\langle 2 \rangle}$	…	$L_{\text{В}\langle k \rangle}$	$\boldsymbol{L_{\text{П}}}$	$\boldsymbol{\Delta L}$	x	x	x
з них:	$L_{\text{Вв.}\langle j \rangle}$	x	$L_{\text{Вв.}\langle 2 \rangle}$	…	$L_{\text{Вв.}\langle k \rangle}$	$L_{\text{Вв.}}$	x	$\Delta L_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}$	$\Delta L_{\text{н.}}$	x
	$L_{\text{Вн.}\langle j \rangle}$	$L_{\text{Вн.}\langle 1 \rangle}$	$L_{\text{Вн.}\langle 2 \rangle}$	…	x	$L_{\text{Вн.}}$	x	$\Delta L_{\text{в.}}$	$\Delta L_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}$	x
	$L_{\text{Н}j}$	$L_{\text{Н}1}$	$L_{\text{Н}2}$	…	$L_{\text{Н}k}$	$\boldsymbol{L_{\text{Н}}}$	x	x	x	**0**

Рис. 1. Агрегатна форма моделі міжрівневого балансу, складові якого виражені:
а – у рівневих значеннях ознаки; б – у позарівневих значеннях ознаки

Кожен з них являє собою сукупне значення ознаки, вимірюваної в рухомих (система рівнянь (1)) і в нерухомих (система рівнянь (2)) одиниць об’єкта: $L_{\text{В}ij}$ – в n_{ij} одиниць, вибулих з рівня i, на якому вони були у стані «до», на рівень j, на якому вони опинилися у стані «після»; $L_{\text{П}ij}$ – в n_{ij} одиниць, прибулих на рівень j, на якому вони опинилися у стані «після», з рівня i, на якому вони були у стані «до»; $L_{\text{Н}i}$ – в n_{ii} одиниць, тих, що не перейшли з рівня i ($j = i$) у стані «до» на будь-який інший рівень у стані «після»; $L_{\text{З}j}$ – в n_{jj} одиниць, тих, що залишилися на рівні j ($i = j$) у стані «після», тому ж самому, на якому вони були у стані «до».

У табл. 1 представлені всі агреговані складові балансу, визначені у станах об'єкта «до» і «після» в рівневих і в позарівневих значеннях ознаки через агрегати (1) і (2).

Таблиця 1

Агреговані складові міжрівневого балансу та їх взаємозв'язки

№ п/п	Виражені через агреговані набори ($L_{\text{В}ij}$ і $L_{\text{П}ij}$) вихідних даних балансу (n_{ij}, l_i, l_i)	Позначення	Характеристика: значення ознаки, вимірюване…
1	2	3	4
1.	У стані об'єкта «до»		
1.1.	$\sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_i$, $i = 1, 2, \dots, k$	L_{i0}	на рівні i в N_{i0} одиниць об'єкта
1.2.	$\sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_i$, $j = 1, 2, \dots, k$	$L_{<j>0}$	на будь-якому рівні в N_{j1} одиниць об'єкта
1.3.	$\sum_{i=1}^{k} L_{i0} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_i$	L_0	в N одиниць об'єкта
1.4.	$\sum_{j=1}^{k} L_{\langle j \rangle 0} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_i$		
1.5.	$\sum_{j=1}^{i-1} n_{ij} l_i \Big\vert_{i=\overline{2,k}} + \sum_{j=i+1}^{k} n_{ij} l_i \Big\vert_{i=\overline{1,k-1}}$	$L_{\text{В}i}$	на рівні i в $N_{\text{В}i}$ одиниць об'єкта
1.6.	$\sum_{i=1}^{j-1} n_{ij} l_i \Big\vert_{j=\overline{2,k}} + \sum_{i=j+1}^{k} n_{ij} l_i \Big\vert_{j=\overline{1,k-1}}$	$L_{\text{В}<j>}$	в $N_{\text{П}j}$ одиниць об'єкта на будь-якому рівні, крім рівня j (у вибулих на рівень j)
1.7.	$\sum_{i=1}^{k} L_{\text{В}i} = \sum_{i=2}^{k} \sum_{j=1}^{i-1} n_{ij} l_i + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} n_{ij} l_i$	$L_{\text{В}}$	в $N_{\text{В}}$ ($N_{\text{П}}$) одиниць об'єкта
1.8.	$\sum_{j=1}^{k} L_{\text{В}\langle j \rangle} = \sum_{j=2}^{k} \sum_{i=1}^{j-1} n_{ij} l_i + \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^{k} n_{ij} l_i$		
1.9.	$n_{ij} l_i \Big\vert_{j=i}$, $i = 1, 2, \dots, k$	$L_{\text{Н}i}$	на рівні i в $N_{\text{Н}i}$ одиниць об'єкта
1.10.		$L_{\text{З}i}$	на рівні i в $N_{\text{З}i}$ одиниць об'єкта
1.11.	$\sum_{i=1}^{k} L_{\text{Н}i} \equiv \sum_{i=1}^{k} L_{\text{З}i} = \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_i \Big\vert_{j=i}$	$L_{\text{Н}}$	в $N_{\text{Н}}$ ($N_{\text{З}}$) одиниць об'єкта
1.12.	$\sum_{j=i+1}^{k} n_{ij} l_i$, $i = 1, 2, \dots, k-1$	$L_{\text{В}i\text{в.}}$	на рівні i в $N_{\text{В}i\text{в.}}$ одиниць об'єкта
1.13.	$\sum_{i=1}^{j-1} n_{ij} l_i$, $j = 2, 3, \dots, k$	$L_{\text{Вв.}<j>}$	в $N_{\text{Пн.}j}$ одиниць об'єкта на будь-якому нижчому рівні ніж рівень j (у прогресивно вибулих на рівень j)
1.14.	$\sum_{i=1}^{k-1} L_{\text{В}i\text{в.}} = \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} n_{ij} l_i$	$L_{\text{Вв.}}$	в $N_{\text{Вв.}}$ ($N_{\text{Пн.}}$) одиниць об'єкта
1.15.	$\sum_{j=2}^{k} L_{\text{Вв.}\langle j \rangle} = \sum_{j=2}^{k} \sum_{i=1}^{j-1} n_{ij} l_i$		
1.16.	$\sum_{j=1}^{i-1} n_{ij} l_i$, $i = 2, 3, \dots, k$	$L_{\text{В}i\text{н.}}$	на рівні i в $N_{\text{В}i\text{н.}}$ одиниць об'єкта
1.17.	$\sum_{i=j+1}^{k} n_{ij} l_i$, $j = 1, 2, \dots, k-1$	$L_{\text{Вн.}<j>}$	в $N_{\text{Пв.}j}$ одиниць об'єкта на будь-якому вищому рівні ніж рівень j (у регресивно вибулих на рівень j)
1.18.	$\sum_{i=2}^{k} L_{\text{В}i\text{н.}} = \sum_{i=2}^{k} \sum_{j=1}^{i-1} n_{ij} l_i$	$L_{\text{Вн.}}$	в $N_{\text{Вн.}}$ ($N_{\text{Пв.}}$) одиниць об'єкта
1.19.	$\sum_{j=1}^{k-1} L_{\text{Вн.}\langle j \rangle} = \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^{k} n_{ij} l_i$		
2.	У стані об'єкта «після»		
2.1.	$\sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_j$, $j = 1, 2, \dots, k$	L_{j1}	на рівні j в N_{j1} одиниць об'єкта
2.2.	$\sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_j$, $i = 1, 2, \dots, k$	$L_{<i>1}$	на будь-якому рівні в N_{i0} одиниць об'єкта
2.3.	$\sum_{j=1}^{k} L_{j1} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} n_{ij} l_j$	L_1	в N одиниць об'єкта
2.4.	$\sum_{i=1}^{k} L_{\langle i \rangle 1} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} n_{ij} l_j$	L_1	в N одиниць об'єкта
2.5.	$\sum_{i=1}^{j-1} n_{ij} l_j \Big\vert_{j=\overline{2,k}} + \sum_{i=j+1}^{k} n_{ij} l_j \Big\vert_{j=\overline{1,k-1}}$	$L_{\text{П}j}$	на рівні j в $N_{\text{П}j}$ одиниць об'єкта
2.6.	$\sum_{j=1}^{i-1} n_{ij} l_j \Big\vert_{i=\overline{2,k}} + \sum_{j=i+1}^{k} n_{ij} l_j \Big\vert_{i=\overline{1,k-1}}$	$L_{\text{П}<i>}$	в $N_{\text{В}i}$ одиниць об'єкта на будь-якому рівні, крім рівня i (у прибулих з рівня i)
2.7.	$\sum_{j=1}^{k} L_{\text{П}j} = \sum_{j=2}^{k} \sum_{i=1}^{j-1} n_{ij} l_j + \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^{k} n_{ij} l_j$	$L_{\text{П}}$	в $N_{\text{П}}$ ($N_{\text{В}}$) одиниць об'єкта
2.8.	$\sum_{i=1}^{k} L_{\text{П}\langle i \rangle} = \sum_{i=2}^{k} \sum_{j=1}^{i-1} n_{ij} l_j + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} n_{ij} l_j$		

Закінчення табл. 1

1	2	3	4
2.9.	$n_{ij}l_j\big\|_{i=j}$, $j = 1, 2, \ldots, k$	$L_{\text{З}j}$	на рівні j в $N_{\text{З}j}$ одиниць об'єкта
2.10.		$L_{\text{Н}j}$	на рівні j в $N_{\text{Н}j}$ одиниць об'єкта
2.11.	$\sum_{j=1}^{k} L_{\text{З}j} \equiv \sum_{j=1}^{k} L_{\text{Н}j} = \sum_{j=1}^{k} n_{ij}l_j\big\|_{i=j}$	$L_{\text{З}}$	в $N_{\text{З}}$ ($N_{\text{Н}}$) одиниць об'єкта
2.12.	$\sum_{i=1}^{j-1} n_{ij}l_j$, $j = 2, 3, \ldots, k$	$L_{\text{Пн.}j}$	на рівні j в $N_{\text{Пн.}j}$ одиниць об'єкта
2.13.	$\sum_{j=i+1}^{k} n_{ij}l_j$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$	$L_{\text{П}<i>\text{н.}}$	в $N_{\text{В}i\text{в.}}$ одиниць об'єкта на будь-якому вищому рівні ніж рівень i (у прогресивно прибулих з рівня i)
2.14.	$\sum_{j=2}^{k} L_{\text{Пн.}j} = \sum_{j=2}^{k}\sum_{i=1}^{j-1} n_{ij}l_j$	$L_{\text{Пн.}}$	в $N_{\text{Пн.}}$ ($N_{\text{Вв.}}$) одиниць об'єкта
2.15.	$\sum_{i=1}^{k-1} L_{\text{П}\langle i\rangle\text{н.}} = \sum_{i=1}^{k-1}\sum_{j=i+1}^{k} n_{ij}l_j$		
2.16.	$\sum_{i=j+1}^{k} n_{ij}l_j$, $j = 1, 2, \ldots, k-1$	$L_{\text{Пв.}j}$	на рівні j в $N_{\text{Пв.}j}$ одиниць об'єкта
2.17.	$\sum_{j=1}^{i-1} n_{ij}l_j$, $i = 2, 3, \ldots, k$	$L_{\text{П}<i>\text{в.}}$	в $N_{\text{В}i\text{н.}}$ одиниць об'єкта на будь-якому нижчому рівні ніж рівень i (у регресивно прибулих з рівня i)
2.18.	$\sum_{j=1}^{k-1} L_{\text{Пв.}j} = \sum_{j=1}^{k-1}\sum_{i=j+1}^{k} n_{ij}l_j$	$L_{\text{Пв.}}$	в $N_{\text{Пв.}}$ ($N_{\text{Вн.}}$) одиниць об'єкта
2.19.	$\sum_{i=2}^{k} L_{\text{П}\langle i\rangle\text{в.}} = \sum_{i=2}^{k}\sum_{j=1}^{i-1} n_{ij}l_j$		

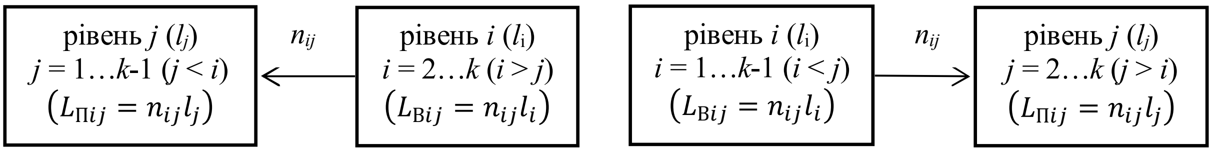
Вони являють собою абсолютні показники структури об'єкта (№ 1.1-1.4, 2.1-2.4), структури пересування (№ 1.5-1.8, 1.12-1.19, 2.5-2.8, 2.12-2.19) і нерухомості (№ 1.9-1.11, 2.9-2.11) його одиниць. Під № 1.1, 1.2 і 2.1, 2.2 в агрегатній формі представлені складові співвідношення балансу, а під № 1.5, 1.6 і 2.5, 2.6 – складові узагальненого співвідношення балансу, які є базовими характеристиками міжрівневого балансу.

Сформуємо з агрегатів у першому та другому виразах систем рівнянь (1) і (2) таку різницю:

$$\Delta L_{ij} = \begin{cases} L_{\text{П}ij} - L_{\text{В}ij} = n_{ij}l_j - n_{ij}l_i = n_{ij}(l_j - l_i), i \neq j; & (1) \\ 0, \ i = j. & (2) \end{cases} \quad (3)$$

Вона являє собою *агреговане абсолютне сальдо міжрівневого пересування* (рівняння (1)), інакше – *втрати* або *поповнення* n_{ij} *рухомих одиниць об'єкта*, що пересуваються з рівня i на рівень j, й *агреговане абсолютне сальдо рівневої нерухомості* (рівняння (2)), яке завжди дорівнює нулю. Значення ΔL_{ij} розташовано в правих нижніх комірках кластерів в I квадранті балансово-розрахункової матриці (рис. 1).

Якщо n_{ij} одиниць об'єкта пересуваються з рівня i на рівень j регресивно (рис. 2, *а*; $l_i > l_j$), то $\Delta L_{ij} < 0$, тоді шукане сальдо еквівалентно міжрівневим втратам об'єкта (піддіагональні елементи матриці). Якщо n_{ij} одиниць об'єкта пересуваються з рівня i на рівень j прогресивно (рис. 2, *б*); $l_i < l_j$), то $\Delta L_{ij} > 0$, тоді шукане сальдо еквівалентно міжрівневому поповненню об'єкта (наддіагональні елементи матриці). Головна діагональ матриці містить нульові значення сальдо ΔL_{ii} або ΔL_{jj}.



а *б*

Рис. 2. Схема регресивного (а) і прогресивного (б) міжрівневого пересування

Отже, величина ΔL_{ij} характеризує зміни ознаки, що відбуваються в результаті міжрівневого пересування n_{ij} одиниць об'єкта в одному з можливих напрямів, як *парний рівневий* показник, і дає однозначну відповідь на те, як впливає напрям пересування на виникнення чи рівневих втрат, чи рівневого поповнення.

Щоб подивитися на наслідки пересування одиниць об’єкта на рівні *i* (*j*), їх прибуття з рівня (на рівень), представлене складовою балансу $L_{\text{П}<i>}$ ($L_{\text{П}j}$), та їх вибуття з рівня (на рівень), представлене складовою балансу $L_{\text{В}i}$ ($L_{\text{В}<j>}$), у «взаємодії» даного рівня з усіма іншими рівнями, представимо результат такої взаємодії у значеннях зведених агрегатів, спочатку в масштабах окремого рівня, а потім в масштабах об’єкта загалом, у тому числі з урахуванням напряму пересування (через складові балансу $L_{\text{П}<i>\text{н.}}$, $L_{\text{П}<i>\text{в.}}$, $L_{\text{Пн.}j}$, $L_{\text{Пв.}j}$ і $L_{\text{В}i\text{в.}}$, $L_{\text{В}i\text{н.}}$, $L_{\text{Вв.}<j>}$, $L_{\text{Вн.}<j>}$). Абсолютні рівневі балансові показники пересування, визначені через складові пересування за напрямом, розмістимо в окремій таблиці (табл. 2).

Таблиця 2

Абсолютні рівневі показники сальдо міжрівневого пересування за напрямом (часткові)

№ п/п	Напрям пересування	Формула	
		Через пересування з рівня *i*	Через пересування на рівень *j*
1.	Прогресивно-регресивне назустріч	$\Delta L^{`}_{i\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}\Big\vert_{i=\overline{1,k}} = L_{\text{П}\langle i\rangle\text{н.}} - L_{\text{В}i\text{н.}} = \sum_{j=i+1}^{k} n_{ij}l_j - \sum_{j=1}^{i-1} n_{ij}l_i$ (4)	$\Delta L^{`}_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}j}\Big\vert_{j=\overline{1,k}} = L_{\text{Пн.}j} - L_{\text{Вн.}\langle j\rangle} = \sum_{i=1}^{j-1} n_{ij}l_j - \sum_{i=j+1}^{k} n_{ij}l_i$ (4`)
2.	Регресивно-прогресивне назустріч	$\Delta L^{`}_{i\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}\Big\vert_{i=\overline{1,k}} = L_{\text{П}\langle i\rangle\text{в.}} - L_{\text{В}i\text{в.}} = \sum_{j=1}^{i-1} n_{ij}l_j - \sum_{j=i+1}^{k} n_{ij}l_i$ (5)	$\Delta L^{`}_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}j}\Big\vert_{j=\overline{1,k}} = L_{\text{Пв.}j} - L_{\text{Вв.}\langle j\rangle} = \sum_{i=j+1}^{k} n_{ij}l_j - \sum_{i=1}^{j-1} n_{ij}l_i$ (5`)
3.	Прогресивне навздогін	$\Delta L^{`}_{i\text{в.}}\big\vert_{i=\overline{1,k-1}} = L_{\text{П}\langle i\rangle\text{н.}} - L_{\text{В}i\text{в.}} = \sum_{j=i+1}^{k} \Delta L_{ij}$ (6)	$\Delta L^{`}_{\text{н.}j}\big\vert_{j=\overline{2,k}} = L_{\text{Пн.}j} - L_{\text{Вв.}\langle j\rangle} = \sum_{i=1}^{j-1} \Delta L_{ij}$ (6`)
4.	Регресивне навздогін	$\Delta L^{`}_{i\text{н.}}\big\vert_{i=\overline{2,k}} = L_{\text{П}\langle i\rangle\text{в.}} - L_{\text{В}i\text{н.}} = \sum_{j=1}^{i-1} \Delta L_{ij}$ (7)	$\Delta L^{`}_{\text{в.}j}\big\vert_{j=\overline{1,k-1}} = L_{\text{Пв.}j} - L_{\text{Вн.}\langle j\rangle} = \sum_{i=j+1}^{k} \Delta L_{ij}$ (7`)

Сукупні втрати або поповнення об’єкта, обумовлені пересуванням його одиниць у відповідному напрямі, визначаються у виді абсолютного групового сальдо міжрівневого пересування через складові сукупного пересування за напрямом і через рівневе сальдо наступним чином:

$$\Delta L_{\text{н.}} = L_{\text{Пн.}} - L_{\text{Вн.}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k} \Delta L^{`}_{i\frac{\text{в.}}{\text{н.}}}, & (1) \\ \sum_{j=1}^{k} \Delta L^{`}_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}j}; & (2) \end{cases} \tag{8}$$

$$\Delta L_{\text{в.}} = L_{\text{Пв.}} - L_{\text{Вв.}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k} \Delta L^{`}_{i\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}, & (1) \\ \sum_{j=1}^{k} \Delta L^{`}_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}j}; & (2) \end{cases} \tag{9}$$

$$\Delta L_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}} = L_{\text{Пн.}} - L_{\text{Вв.}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k-1} \Delta L^{`}_{i\text{в.}}, & (1) \\ \sum_{j=2}^{k} \Delta L^{`}_{\text{н.}j}; & (2) \end{cases} \tag{10}$$

$$\Delta L_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}} = L_{\text{Пв.}} - L_{\text{Вн.}} = \begin{cases} \sum_{i=2}^{k} \Delta L^{`}_{i\text{н.}}, & (1) \\ \sum_{j=1}^{k-1} \Delta L^{`}_{\text{в.}j}. & (2) \end{cases} \tag{11}$$

Щодо рівневого та групового сальдо сукупного пересування одиниць об’єкта, ці показники можна визначити наступним чином:

$$\Delta L_{\text{В}i} = L_{\text{П}\langle i\rangle} - L_{\text{В}i} = \begin{cases} \Delta L^{`}_{i\frac{\text{в.}}{\text{н.}}} + \Delta L^{`}_{i\frac{\text{н.}}{\text{в.}}}, & (1) \\ \Delta L^{`}_{i\text{в.}} + \Delta L^{`}_{i\text{н.}}; & (2) \end{cases} \tag{12}$$

$$\Delta L_{\text{П}j} = L_{\text{П}j} - L_{\text{В}\langle j\rangle} = \begin{cases} \Delta L^{`}_{\frac{\text{н.}}{\text{в.}}j} + \Delta L^{`}_{\frac{\text{в.}}{\text{н.}}j}, & (1) \\ \Delta L^{`}_{\text{н.}j} + \Delta L^{`}_{\text{в.}j}; & (2) \end{cases} \tag{12`}$$

$$\Delta L = L_{\Pi} - L_{\text{В}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{k} \Delta L_{\text{В}i} \\ \sum_{j=1}^{k} \Delta L_{\Pi j} \end{cases} = \begin{cases} \Delta L_{\text{н.}} + \Delta L_{\text{в.}}, & (1) \\ \Delta L_{\text{н./в.}} + \Delta L_{\text{в./н.}}. & (2) \end{cases} \quad (13)$$

Абсолютні показники сальдо, рівневі ($\Delta L_{\text{В}i} = L_{\langle i \rangle 1} - L_{i0}$ або $\Delta L_{\Pi j} = L_{j1} - L_{\langle j \rangle 0}$) і загальний ($\Delta L = L_1 - L_0$), визначені як різниця значень ознаки, вимірюваної в цих одиниць у стані «після» в порівнянні зі станом «до», завжди дають той же самий результат, що й показники (12), (12\`) і (13) відповідно, а тому їх можна ототожнити та представити як рівневі(-е) та загальні(-е) втрати (поповнення) об'єкта. Це пояснюється рівністю сукупних значень ознаки, вимірюваної в нерухомих одиниць об'єкта (тих, які залишилися на рівні («З»), і тих, які не перейшли з рівня («Н»)) в обох його станах: $L_{j1} = L_{\Pi j} + L_{\text{З}j}$, $L_{\langle i \rangle 1} = L_{\Pi \langle i \rangle} + L_{\text{З}i}$, $L_1 = L_{\Pi} + L_{\text{З}}$ і $L_{i0} = L_{\text{В}i} + L_{\text{Н}i}$, $L_{\langle j \rangle 0} = L_{\text{В}\langle j \rangle} + L_{\text{Н}j}$, $L_0 = L_{\text{В}} + L_{\text{Н}}$; $L_{\text{З}j} = L_{\text{Н}i}$, якщо $i = j$, $L_{\text{З}i} = L_{\text{Н}j}$, якщо $j = i$, $L_{\text{З}} = L_{\text{Н}} \Rightarrow L_{j1} - L_{\langle j \rangle 0} = L_{\Pi j} - L_{\text{В}\langle j \rangle}$, $L_{\langle i \rangle 1} - L_{i0} = L_{\Pi \langle i \rangle} - L_{\text{В}i}$, $L_1 - L_0 = L_{\Pi} - L_{\text{В}}$.

Якщо в рівнянні (3) знак «–» замінити на знак «+», то результат додавання агрегатів, що представляють n_{ij} одиниць об'єкта, прибулих на рівень j та вибулих з рівня i, можна сформулювати як їх ***міжрівневий оборот***. Аналогічна заміна знаків в рівняннях (4)-(13) дає абсолютні показники обороту, однак у визначенні обороту одиниць об'єкта, на відміну від його сальдо, беруть участь лише складові пересування.

Отже, втрати (поповнення) об'єкта можна виразити через універсальний показник або канонічну форму міжрівневого балансу, сальдо ΔL_{ij} (оборот ΣL_{ij}), й до того ж – на різних рівнях їх систематизації, а співвідносячи їх у тій чи іншій комбінації відповідно до правил, сформульованих в роботі [9, с. 41-51], можна визначати відносні балансові показники пересування: коефіцієнти рівневого приросту, коефіцієнти рівневого обороту, відносне сальдо пересування і коефіцієнт ефективності пересування – за «призначенням»; парні, частинні та часткові – за «ступенем агрегування»; рівневі, групові (загальні) – за «межами руху». Узагальнене співвідношення балансу такої моделі має наступний вигляд:

$$\Delta L = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} \Delta L_{ij} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \Delta L_{ij}\,, - \quad (14)$$

і характеризує, на скільки змінюється спільне значення ознаки, вимірюваної в N одиниць об'єкта, при його переході зі стану «до» у стан «після», й пояснюється втратами та поповненням, обумовленими всіма міжрівневими пересуваннями його одиниць.

Висновки відповідно до статті. Модель міжрівневого балансу, синтезована в агрегатній формі, дає уявлення про наслідки керуючого впливу на структурований об'єкт через те, що міжрівневий рух одиниць такого об'єкта систематизований в альтернативних категоріях пересування і нерухомості та представлений у значеннях чисельності міжрівневих пересувань і нерухомих одиниць, а також у значеннях ознаки, вимірюваної в одиниць об'єкта в шкалі відношень. Запропоновані поняття «міжрівневих втрат і поповнення» та відповідні парні показники сальдо й обороту, як канонічна форма міжрівневого балансу, є основою для створення системи балансових показників пересування й оцінки ефективності керуючого впливу.

Список використаних джерел

1. *Орлов А. И.* Прикладная статистика : учебник для вузов / А. И. Орлов. – М. : Экзамен, 2004. – 656 с.

2. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. – Изд. 9-е стереотипное. – М. : Высшая школа, 2003. – 479 с.

3. *Статистика* : підручник / С. С. Герасименко, А. В. Головач, А. М. Єріна [та ін.] ; за наук. ред. д-ра екон. наук С. С. Герасименка. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К. : КНЕУ, 2000. – 467 с.

4. *Про методичні* рекомендації щодо запровадження Європейської кредитно-трансферної системи та її ключових документів у вищих навчальних закладах [Електронний ресурс] : Лист

Міністерства освіти і науки України від 26.02.2010 р. за № 1/9-119. – Режим доступу : http://osvita.ua/legislation/Vishya_osvita/6810.

5. *Новиков Д. А.* Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи) / Д. А. Новиков. – М. : МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.

6. *Методологічні* основи формування вибіркових сукупностей для проведення органами Державної статистики України базових державних вибіркових обстежень населення (домогосподарств) [Електронний ресурс] : Наказ Держкомстату України від 02.08.2005 р. № 223. – Режим доступу : http://www.ukrstat.gov.ua.

7. *Белова А. Н.* Шкалы, тесты и опросники в неврологи и нейрохирургии / А. Н. Белова. – М. : Самарский дом печати, 2004. – 440 с.

8. *Надежность* в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения [Электронный ресурс] : Межгосударственный стандарт, ГОСТ 27.310-95, группа Т51. – Режим доступу : http://docs.cntd.ru/document/gost-27-310-95.

9. *Дубягін О. Б.* Балансовий метод статистичного аналізу результатів педагогічного експерименту : [монографія] / О. Б. Дубягін, О. М. Печко. – Чернігів : ЧНТУ, 2015. – 260 с.

10. *Терехов Л. Л.* Экономико-математические методы / Л. Л. Терехов. – М. : Статистика, 1968. – 360 с.

References

1. Orlov, A. I. (2004). *Prikladnaya statistika [Applied Statistics]*. Moscow : Ekzamen [in Russian].

2. Gmurman, V. E. (2003). *Teoriya veroiatnostei i matematicheskaya statistika [Theory of Probability and Mathematical Statistics]*. Moscow: Vysshaya shkola [in Russian].

3. Herasymenko S. S., Holovach A. V., Yerina A. M. et al. (2000). *Statystyka [Statistics]*. Kyev: KNEU [in Ukrainian].

4. *Pro metodychni rekomendatsii shchodo zaprovadzhennia Yevropeiskoyi kredytno-transfernoyi systemy ta yii klyuchovykh dokumentiv u vyshchykh navchalnykh zakladakh [On methodical recommendations for introduction of the European credit transfer system and its key documents in higher educational institutions]*. Retrieved from http://osvita.ua/legislation/Vishya_osvita/6810.

5. Novikov, D. A. (2004). *Statisticheskie metody v pedagogicheskikh issledovaniyakh (tipovye sluchai) [Statistical methods in pedagogical studies (typical cases)]*. Moscow: MZ-Press [in Russian].

6. *Metodolohichni osnovy formuvannya vybirkovykh sukupnostei dlia provedennia orhanamy Derzhavnoi statystyky Ukrainy bazovykh derzhavnykh vybirkovykh obstezhen naselennia (domohospodarstv) [Methodological bases of formation of sample aggregates for carrying out of basic state sample surveys of the population (households) by the bodies of State statistics of Ukraine]*. Retrieved from http://www.ukrstat.gov.ua.

7. Belova, A. N. (2004). *Shkaly, testy i oprosniki v nevrologi i neirokhirurgii [Scales, tests and questionnaires in neurologists and neurosurgery]*. Moscow: Samarskii dom pechati [in Russian].

8. *Nadezhnost v tekhnike. Analiz vidov, posledstvii i kritichnosti otkazov. Osnovnye polozheniia [Reliability in technology. Analysis of species, consequences and criticality of failures. Basic Provisions]*. Retrieved from http://docs.cntd.ru/document/gost-27-310-95.

9. Dubiahin, O. B. & Pechko, O. M. (2015). *Balansovyi metod statystychnoho analizu rezultativ pedahohichnoho eksperymentu [Balance method of statistical analysis of pedagogical experiment results]*. Chernihiv: ChNTU [in Ukrainian].

10. Terekhov, L. L. (1968). *Ekonomiko-matematicheskie metody [Economic and mathematical methods]*. Moscow: Statistika [in Russian].

UDC 311+512

Alexander Dubyagin

MODEL OF INTER-LEVEL BALANCE: AGGREGATE FORM

Urgency of the research. *Synthesis of the inter-level balance model in the aggregate form is an actual scientific task of quantifying the controlled change in the structure of an object.*

Target setting. *The model synthesized only in the values of the number of object units experiencing inter-level displacements does not give an idea of the consequences of the control action on the basis of the attribute measured in these units in the relationship scale.*

Actual scientific researches and issues analysis. *For a simple balance model, the author has already proposed a system of non-aggregated indices of the inter-level balance and formulated their interrelations.*

Uninvestigated parts of general matters defining. *This is the aggregate form of the inter-level balance model.*

The research objective. *Synthesize the model of inter-level balance, the components of which are expressed in the values of the measured attribute and the number of inter-level movements of units of the object.*

The statement of basic materials. *The aggregate form of the model is based on such components of the balance as level (extra-level) losses and level (extra-level) replenishment of the object based on the characteristic measured in its units in the relationship scale at a certain level (outside the level) in the "after" and "before" conditions of external impact. These components determine the level structure of the object and the structure of the movement of its units and explain the consequences of the control effect at various levels of their systematization in the model. The generalized balance ratio, which formalizes the result of the impact in aggregate form, characterizes the total loss or replenishment of the object.*

Conclusions. *The aggregate form of the inter-level balance model allows to form a system of corresponding indicators and to assess the effectiveness of the control action on a structured object.*

Keywords: *aggregate form; balance model; losses; inter-level movement; turnover; replenishment.*

Tabl.: 2. Fig.: 2. References: 10.

Дубягін Олександр Борисович – кандидат технічних наук, доцент (м. Чернігів, Україна).
Dubyagin Alexander – PhD in Technical Sciences, Associate Professor (Chernihiv, Ukraine).
E-mail: aleksandrdubagin@gmail.com
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9512-242X
ResearcherID: G-9774-2014