

УДК 681.5

DOI: 10.25140/2411-5363-2019-1(15)-172-180

Олексій Жученко

## УПРАВЛІННЯ ДИНАМІЧНИМИ ОБ'ЄКТАМИ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГНОЗУЮЧИХ МОДЕЛЕЙ

*Актуальність теми дослідження.* Одним із сучасних формалізованих підходів до аналізу і синтезу систем керування, що базуються на математичних методах оптимізації, є теорія управління динамічними об'єктами з використанням прогнозуючих моделей.

*Постановка проблеми.* Існує проблема управляти багатовимірними і багатозв'язними об'єктами зі складною структурою, що включає нелінійність, оптимізувати процеси в режимі реального часу в рамках обмежень на керуючі й керовані змінні, враховувати невизначеності об'єктів і збурень.

*Аналіз останніх досліджень і публікацій.* За останні роки МРС-керуванню була присвячена значна кількість наукових досліджень. Питання робастної стійкості та збіжності алгоритмів керування МРС-систем розглядалися у багатьох робітах. Крім того, досліджувалися гібридні системи, які складаються як із неперервних, так і дискретних елементів.

*Виділення недосліджених частин загальної проблеми.* Незважаючи на численні дослідження методу керування з прогнозуючою моделлю для різних об'єктів і умов функціонування, існує проблема використання даного методу для об'єктів з розподіленими параметрами, пов'язана із складністю математичного опису таких об'єктів.

*Постановка завдання.* Існує проблема використання даного методу для об'єктів з розподіленими параметрами, пов'язана із складністю математичного опису таких об'єктів.

*Виклад основного матеріалу.* Синтезовано систему керування з прогнозуючою моделлю для об'єктів із розподіленими параметрами на основі спрощеної математичної моделі останніх.

*Висновки відповідно до статті.* МРС – керування показало себе як ефективний інструмент для керування об'єктами з розподіленими параметрами, які математично описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних. Застосування МРС – керування виглядає більш пріоритетним і щодо оптимального ЛК – керування у зв'язку з тим, що коригування керування здійснюється на кожному кроці.

*Ключові слова:* керування з прогнозуючою моделлю; електрокальцинатор; спрощена модель.

*Рис.:* 2. *Бібл.:* 18.

**Актуальність теми дослідження.** У сьогоdnішніх умовах постійного зростання вартості енергоносіїв та сировинних матеріалів для промислового виробництва завдання підвищення ефективності останнього набуває особливого значення. Одним із найбільш ефективних засобів вирішення цього завдання є впровадження сучасних комп'ютерних систем керування, які здатні забезпечити функціонування окремих технологічних процесів і промислового виробництва загалом в оптимальних режимах.

Сучасні комп'ютерні системи керування здебільшого будуються на основі математичних моделей керованих процесів. Практично всі реальні об'єкти керування характеризуються певною просторовою протяжністю та, як наслідок цього, не тільки залежністю керованих величин від часу, але і їх розподіленістю в просторовій області, яку займає об'єкт [1-4]. Тому має йтися про системи з розподіленими параметрами (СРП), для яких зміна керованих величин як у часі, так і у просторі математично описується диференціальними рівняннями в частинних похідних, інтегральними, інтегро-диференціальними рівняннями або системами рівнянь іншої природи.

Однак навіть для найбільш простих об'єктів системи з розподіленими параметрами описуються точними математичними моделями достатньо складного виду. При цьому типовим наслідком моделювання поведінки СРП диференціальними рівняннями в частинних похідних є трансцендентний характер залежності відповідних передатних функцій від комплексної змінної або опис цієї залежності у вигляді нескінченних рядів [1; 3; 5] навіть відносно зосереджених вхідних діянь, що суттєво ускладнює їх аналіз та використання при синтезі систем керування.

У більш складних випадках, наприклад, для просторово багатовимірних об'єктів зі складною формою границі області зміни просторових координат або в разі необхідності враховувати суттєві нелінійні ефекти, зазвичай, взагалі не вдається отримати аналітичний розв'язок рівнянь об'єкта [3].

Названі вище обставини призвели до поширення на практиці спрощених математичних моделей СРП, які описують їхню поведінку з потрібною точністю.

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

Одним із сучасних формалізованих підходів до аналізу і синтезу систем керування, що базуються на математичних методах оптимізації, є теорія управління динамічними об'єктами з використанням прогнозуючих моделей - Model Predictive Control (MPC) [6-8].

Цей підхід почав розвиватися для управління процесами й устаткуванням у нафтохімічному та енергетичному виробництві, для яких застосування традиційних методів синтезу було дуже незручним у зв'язку з винятковою складністю їх математичних моделей.

Нині сфера практичного застосування MPC-методів істотно розширилася, охоплюючи різноманітні технологічні процеси в хімічній і будівельній індустрії, легкій та харчовій промисловості, в аерокосмічних дослідженнях, у сучасних системах енергетики.

Основною перевагою MPC-підходу, що визначає його успішне використання в практиці побудови та експлуатації систем керування, є відносна простота базової схеми формування зворотного зв'язку, що поєднується з високими адаптивними властивостями. Остання обставина дозволяє управляти багатовимірними й багатозв'язними об'єктами зі складною структурою, що включає нелінійність, оптимізувати процеси в режимі реального часу в рамках обмежень на керуючі і керовані змінні, враховувати невизначеності об'єктів і збурень. Крім того, метод керування з прогнозуючою моделлю надає можливість враховувати транспортне запізнювання, зміни критеріїв якості в ході процесу і відмови датчиків системи вимірювання [9; 10].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У наш час розроблено багато методів побудови спрощених математичних моделей СРП [4; 11-16]. Усі вони можуть бути умовно поділені на дві основні групи згідно з «предметом апроксимації» [3].

Перша група утворюється різними способами спрощеного представлення самих вихідних диференціальних рівнянь об'єкта, наступний розв'язок яких відомими методами дозволяє отримати задовільні за точністю у визначених конкретних умовах опису властивостей СРП у порівняно простому вигляді.

Методи другої групи ґрунтуються на наближеному представленні (переважно в типовій для систем із зосередженими параметрами (СЗП) формі відповідних передатних функцій) точних розв'язків рівнянь у частинних похідних, які моделюють поведінку СРП.

Можливе послідовне застосування до тієї самої СРП різних методів апроксимації, що дозволяють, наприклад, спочатку перейти до спрощеного, що допускає точний аналітичний розв'язок, рівнянню об'єкта, для якого потім знайти дробово-раціональне наближення його передатної функції, що визначає результуюче наближення опису вихідної моделі об'єкта у вигляді типових моделей СЗП.

За останні роки MPC-керуванню була присвячена значна кількість досліджень. Питання робастної стійкості та збіжності алгоритмів керування MPC-систем розглядалися у роботах [1-5]. Гібридні системи, які складаються як із неперервних, так і дискретних елементів, досліджувались у працях [11-13]. Методи оптимізації, що використовуються в MPC-системах керування, розглядалися в статтях [14-16].

**Виділення недосліджених частин загальної проблеми.** Незважаючи на численні дослідження методу керування з прогнозуючою моделлю для різних об'єктів і умов функціонування, існує проблема використання цього методу для об'єктів із розподіленими параметрами, пов'язана із складністю математичного опису таких об'єктів.

**Постановка завдання.** Метою цієї статті є синтез системи керування з прогнозуючою моделлю для об'єктів із розподіленими параметрами на основі спрощеної математичної моделі останніх.

#### **Синтез системи керування**

У роботі [17] запропонований метод спрощення математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами на основі методу Фур'є розділення змінних. Згідно з цим методом спрощена математична модель об'єктів з розподіленими параметрами може бути представлена у просторі станів таким чином

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{W}\hat{\mathbf{T}}(k) &= \mathbf{C}_T\mathbf{x}(k) \\ \hat{\mathbf{a}}(k) &= \mathbf{C}_a\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (1)$$

У цій моделі  $\mathbf{x}(k) \in R^{n_x}$  – вектор стану спрощеної моделі,  $\mathbf{u}(k) \in R^{n_u}$  – вектор керувань,  $\hat{\mathbf{a}}(k) \in R^n$  – вектор коефіцієнтів Фур'є, який використовується для апроксимації вектора температур  $\mathbf{T}(k) \in R^N$  згідно з виразом:

$$\mathbf{W}\hat{\mathbf{T}}(k) = \Phi_n \hat{\mathbf{a}}(k) = \Phi_n \mathbf{C}_a \mathbf{x}(k) = \mathbf{C}_T \mathbf{x}(k) \quad (2)$$

де

$$\mathbf{W}\hat{\mathbf{T}}(k) = \Phi_n \hat{\mathbf{a}}(k) = \Phi_n \mathbf{C}_a \mathbf{x}(k) = \mathbf{C}_T \mathbf{x}(k).$$

Тут  $\hat{\mathbf{T}}(k)$  – оцінка  $\mathbf{T}(k)$ ,  $\mathbf{W}$  – вагова матриця та  $\Phi_n \in R^{n_x \times n_x}$  – матриця базисних векторів. Матриці  $\mathbf{A}(k) \in R^{n_x \times n_x}$ ,  $\mathbf{B} \in R^{n_x \times n_u}$ ,  $\mathbf{C}_T \in R^{N \times n_x}$ ,  $\mathbf{C}_a \in R^{n \times n_x}$ ,  $\mathbf{C}_y \in R^{n_y \times n_x}$  – матриці параметрів моделі.

Цілком ймовірно, що не всі температури, які входять до моделі (1), однаково важливі для організації керування технологічним процесом, чим і пояснюється використання вагової матриці  $\mathbf{W}$ .

Розрахунок керувань у MPC-системах здійснюється на кожному кроці, тому доцільно перейти до математичної моделі, яка б використовувала прирощення  $\Delta\mathbf{u}(k)$ . Для цього перепишемо (2) у вигляді:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{A}_z \mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_z \Delta\mathbf{u}(k), \\ \hat{\mathbf{a}}(k) &= \mathbf{C}_{a,z} \mathbf{z}(k), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{де } \mathbf{z}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}(k-1) \\ \mathbf{z}(k) - \mathbf{z}(k-1) \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1), \quad \mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_x} & \mathbf{I}_{n_x} \\ 0 & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{a,z} = [\mathbf{C}_a \quad \mathbf{C}_a].$$

Сформулюємо задачу керування. Нехай будуть відомими нижня  $\Delta\mathbf{u}_{\min}$  та верхня  $\Delta\mathbf{u}_{\max}$  границі сигналу зміни керування  $\Delta\mathbf{u}(k)$ , а також нижня  $\mathbf{u}_{\min}$  та верхня  $\mathbf{u}_{\max}$  границі сигналу керування  $\mathbf{u}(k)$ , крім того відомий вектор заданих температур  $\mathbf{T}_{зад}(k)$ . Треба для кожного кроку керування знайти керуючі сигнали  $\mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1), \dots, \mathbf{u}(k+N_K)$  такі, що оптимізують критерій оптимальності:

$$J(\mathbf{x}_0, \mathbf{T}_{зад}, \mathbf{u}) = \sum_{i=1}^{N_{II}} \left\| \mathbf{T}(k+i) - \mathbf{T}_{зад}(k+i) \right\|_{\Pi_T}^2 + \sum_{i=0}^{N_K-1} \left\| \Delta\mathbf{u}(k+i) \right\|_{\Pi_u}^2 \quad (4)$$

з урахуванням обмежень:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{u}_{\min} &\leq \Delta\mathbf{u}(k) \leq \Delta\mathbf{u}_{\max} \\ \mathbf{u}_{\min} &\leq \mathbf{u}(k+j) \leq \mathbf{u}_{\max} \\ \text{для } j &= 0, 2, \dots, N_K \end{aligned} \quad (5)$$

де  $\mathbf{x}_0$  – початковий вектор стану,  $N_{II}$  – інтервал прогнозування,  $N_K$  – інтервал керування.

У функції ціни (4) замінимо  $\mathbf{T}_{зад}(k)$  та  $\mathbf{T}(k)$  на їхні оцінки. Тоді

$$\begin{aligned}
 J(\mathbf{x}_0, \mathbf{T}_{3a\partial}, \mathbf{u}) &= \sum_{i=1}^{N_{II}} \left\| \hat{\mathbf{T}}_{3a\partial}(\mathbf{k}+i) - \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{k}+i) \right\|_{\mathbf{Q}}^2 + \sum_{i=0}^{N_K-1} \left\| \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}+i) \right\|_{\mathbf{R}}^2 = \\
 &= \sum_{i=1}^{N_{II}} \left\| \mathbf{r}(\mathbf{k}+i) - \hat{\mathbf{a}}(\mathbf{k}+i) \right\|_{\mathbf{Q}}^2 + \sum_{i=0}^{N_K-1} \left\| \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}+i) \right\|_{\mathbf{R}}^2
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

де матриця  $\mathbf{Q}$ :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{W}^T \mathbf{W}
 \tag{7}$$

Обмеження (5) запишемо у вигляді:

$$\mathbf{A}_I \Delta \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) \leq \mathbf{b}_I$$

$$\text{де } \mathbf{A}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_K n_u} \\ -\mathbf{I}_{N_K n_u} \\ E_1 \\ -E_1 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_I = \begin{bmatrix} \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{\max} \\ \Delta \tilde{\mathbf{u}}_{\min} \\ \tilde{\mathbf{u}}_{\max} - \mathbf{E}_2 \mathbf{u}(\mathbf{k}-1) \\ -\tilde{\mathbf{u}}_{\min} + \mathbf{E}_2 \mathbf{u}(\mathbf{k}-1) \end{bmatrix}, \mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} I_{n_u} & 0 & \dots & 0 \\ I_{n_u} & I_{n_u} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ I_{n_u} & I_{n_u} & \dots & I_{n_u} \end{bmatrix}, \mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} I_{n_u} \\ I_{n_u} \\ \vdots \\ I_{n_u} \end{bmatrix}.$$

Розраховуючи прогнозовані значення оцінок коефіцієнтів Фур'є на  $N_{II}$  кроків вперед, та знаючи  $r(\mathbf{k}+1), r(\mathbf{k}+2), \dots, r(\mathbf{k}+N_{II})$ , а також з урахуванням вектора зміни керувань  $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{k})$  та визначаючи поточний вектор прирощень змінних стану, сформуємо вектор

$$\bar{\mathbf{a}}(\mathbf{k}+1) = \begin{bmatrix} a(\mathbf{k}+1) \\ a(\mathbf{k}+2) \\ \vdots \\ a(\mathbf{k}+N_p) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{C}}_a \mathbf{z}(\mathbf{k}) + \bar{\mathbf{D}}_a \Delta \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{k})
 \tag{8}$$

$$\text{де } \bar{\mathbf{C}}_a = \begin{bmatrix} C_{a,z} \mathbf{A} \\ C_{a,z} \mathbf{A}_z^2 \\ \vdots \\ C_{a,z} \mathbf{A}_z^{N_p} \end{bmatrix}, \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}) \\ \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}+1) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}+N_K-1) \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{D}}_a = \begin{bmatrix} C_{a,z} \mathbf{B}_z & 0 & \dots & 0 \\ C_{a,z} \mathbf{A}_z \mathbf{B}_z & C_{a,z} \mathbf{B}_z & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ C_{a,z} \mathbf{A}_z^{N_K-1} \mathbf{B}_z & C_{a,z} \mathbf{A}_z^{N_K-2} \mathbf{B}_z & \dots & C_{a,z} \mathbf{B}_z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{a,z} \mathbf{A}_z^{N_{II}-1} \mathbf{B}_z & C_{a,z} \mathbf{A}_z^{N_{II}-2} \mathbf{B}_z & \dots & C_{a,z} \mathbf{A}_z^{N_{II}-N_K} \mathbf{B}_z \end{bmatrix}.$$

Підставимо (8) у функцію ціни (7)

$$\begin{aligned}
 J(\mathbf{x}_0, \mathbf{T}_{3a\partial}, \Delta \mathbf{u}) &= [\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{k}+1) - \bar{\mathbf{a}}(\mathbf{k}+1)]^T [\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{k}+1) - \bar{\mathbf{a}}(\mathbf{k}+1)] + \\
 &+ \Delta \bar{\mathbf{u}}^T(\mathbf{k}) \bar{\mathbf{R}} \Delta \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{k})
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

$$= [\bar{\mathbf{r}}(k+1) - \bar{\mathbf{C}}_a \mathbf{z}(k) - \bar{\mathbf{D}}_a \bar{\mathbf{u}}(k)]^T [\bar{\mathbf{r}}(k+1) - \bar{\mathbf{C}}_a \mathbf{z}(k) - \bar{\mathbf{D}}_a \bar{\mathbf{u}}(k)] + \Delta \bar{\mathbf{u}}^T(k) \bar{\mathbf{R}} \Delta \bar{\mathbf{u}}(k) \quad (10)$$

$$= \Delta \bar{\mathbf{u}}^T(k) (\mathbf{R} + \bar{\mathbf{D}}_a^T \bar{\mathbf{D}}_a) \Delta \bar{\mathbf{u}}(k) - 2 [\bar{\mathbf{r}}(k+1) - \bar{\mathbf{C}}_a \mathbf{z}(k)]^T \bar{\mathbf{D}}_a \Delta \bar{\mathbf{u}}(k) \quad (11)$$

$$+ [\bar{\mathbf{r}}(k+1) - \bar{\mathbf{C}}_a \mathbf{z}(k)]^T [\bar{\mathbf{r}}(k+1) - \bar{\mathbf{C}}_a \mathbf{z}(k)]. \quad (12)$$

Враховуючи, що останній доданок не залежить від  $\Delta u(k)$ , можна замість функції ціни (6) використовувати функцію

$$J'(\mathbf{z}(k), \mathbf{T}_{зад}(k), \Delta \bar{\mathbf{u}}(k)) = \Delta \bar{\mathbf{u}}^T(k) \mathbf{H} \Delta \bar{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{c}^T \Delta \bar{\mathbf{u}}(k), \quad (13)$$

де  $\mathbf{H} = \mathbf{R} + \bar{\mathbf{D}}_a^T \bar{\mathbf{D}}_a$ ,  $\mathbf{c}^T = [\bar{\mathbf{r}}(k+1) - \bar{\mathbf{C}}_a \mathbf{z}(k)]^T \bar{\mathbf{D}}_a$ .

Отже, задача керування, яка має розв'язуватись на кожному кроці керування, тепер може бути сформульована таким чином: відомі вектор заданих температур  $\mathbf{T}_{зад}(k)$  та початковий вектор прирощень змінних стану  $\mathbf{z}(k)$ . Треба знайти вектор змін керувань  $\Delta \bar{\mathbf{u}}(k)$  такий, що мінімізує (13) при обмеженнях (5).

Сформульована задача керування є оптимізаційною задачею квадратичного програмування. Для її розв'язання був використаний стандартний програмний пакет [18].

#### Імітаційне моделювання

Як об'єкт імітаційного моделювання було досліджено електрокальцинатор у процесі термічної обробки вуглецевої сировини. Розташування контрольних точок представлено на рис. 1.

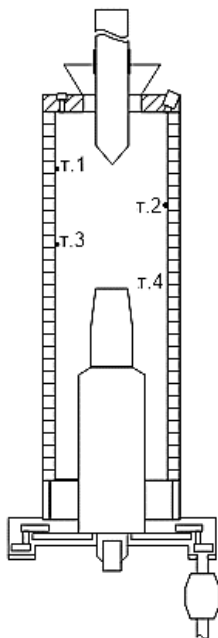


Рис. 1. Схема розміщення експериментальних точок у процесі термічної обробки вуглецевої сировини в електрокальцинаторі

Таке розміщення експериментальних точок пояснюється відсутністю можливості встановлення вимірювальних пристроїв безпосередньо в робочий простір електрокальцинатору.

На рис. 2 представлені результати імітаційного моделювання для 4 точок, які були вибрані як об'єкти експериментальних досліджень.

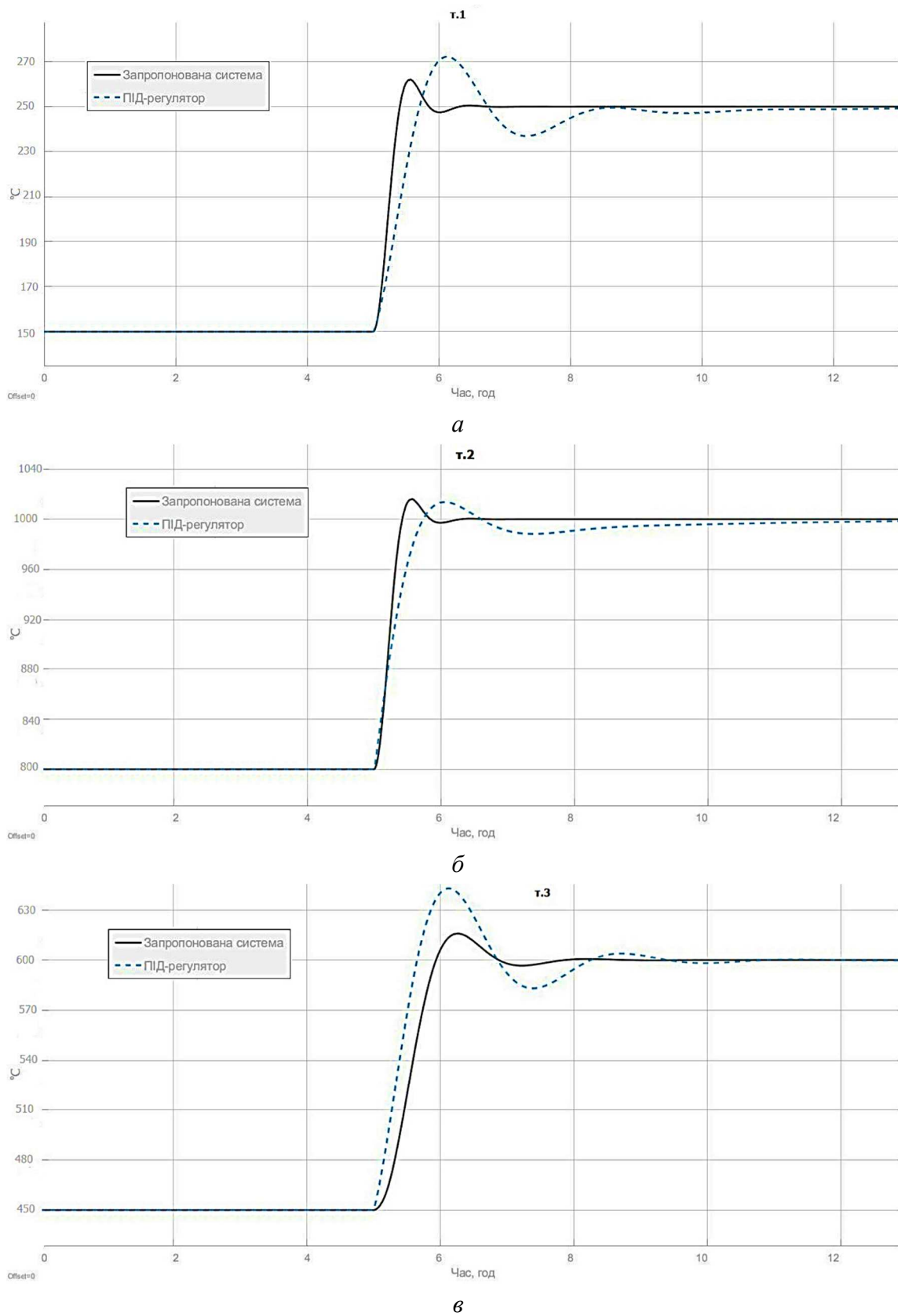


Рис. 2. Результати імітаційного моделювання для точки:  
а – т. 1; б – т. 2; в – т. 3; г – т. 4

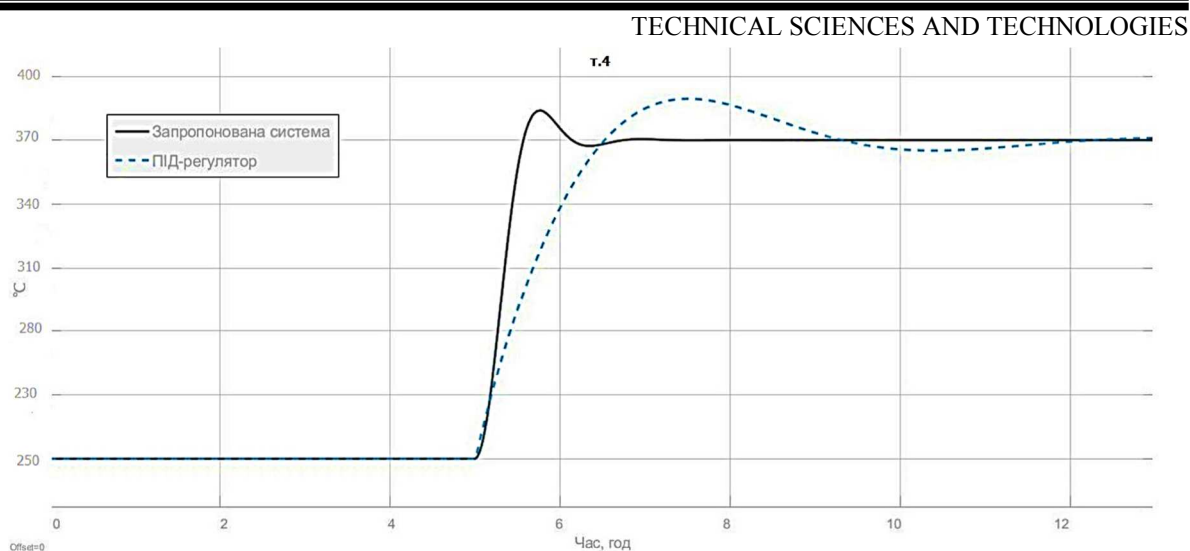


Рис. 2. Аркуш 2

Як видно з представлених на рис. 2 результатів, у момент часу  $t = 5$  год було збільшене завдання по температурі ступінчастим чином. При цьому MPC – керування, побудоване на основі спрощеної математичної моделі електрокальцинатора, демонструє достатньо високу ефективність у порівнянні з класичним ПІД-регулятором.

#### Висновки відповідно до статті.

Як свідчать отримані результати досліджень, MPC – керування показало себе як ефективний інструмент для керування об'єктами з розподіленими параметрами, які математично описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних. При цьому в системі керування реального часу використовується спрощена математична модель об'єкта.

Проведене дослідження продемонструвало перевагу MPC – керування в порівнянні із системою з класичним ПІД – регулятором.

Застосування MPC – керування виглядає більш пріоритетним і щодо оптимального ЛК – керування у зв'язку з тим, що коригування керування здійснюється на кожному кроці.

Подальші дослідження ефективності MPC – керування для об'єктів із розподіленими параметрами з використанням спрощеної математичної моделі останніх пов'язане з експериментальними випробуваннями цього методу для технологічних об'єктів різної природи та динамічних характеристик.

#### Список використаних джерел

1. Grüne, Lars (2012). NMPC without terminal constraints. In Proceedings of *IFAC conference on nonlinear model predictive control 2012*, August.
2. Mayne, D. Q. (2013). An apologia for stabilising conditions in model predictive control. *International Journal of Control*, 86(11), 2090–2095
3. Rawlings, James B., & Mayne, David Q. (2009). *Model predictive control: theory and design*. Nob Hill, Madison, Wisconsin, August.
4. Yu, Shuyou, Reble, Marcus, Chen, Hong, & Allgöwer, Frank (2011). Inherent robustness properties of quasi-infinite horizon MPC. In Proceedings of the *18th IFAC world congress*, Milano, Italy, August, September.
5. Fagiano, Lorenzo, & Teel, Andrew R. (2013). Generalized terminal state constraint for model predictive control. *Automatica*, 49(9), 2622–2631
6. Tobias, Geyer (Nov. 2016). *Model predictive control of high power converters and industrial drives*. Wiley, London.
7. Michael, Nikolaou (2001). Model predictive controllers: A critical synthesis of theory and industrial needs. *Advances in Chemical Engineering, Academic Press*, 26, 131–204.

## TECHNICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES

8. García, M. R., Vilas, C., Santos, L. O., Alonso, A. A. (2012). A Robust Multi-Model Predictive Controller for Distributed Parameter Systems. *Journal of Process Control*, 22 (1), 60–71.
9. Hedengren, J. D., Asgharzadeh Shishavan, R., Powell, K. M., Edgar, T. F. (2014). Nonlinear modeling, estimation and predictive control in APMonitor. *Computers & Chemical Engineering*, 70 (5), 133–148.
10. Findeisen, Rolf, Allgower, Frank (2001). An introduction to nonlinear model predictive control. In C. W. Scherer and J.M. Schumacher (Eds.), *Summerschool on «The Impact of Optimization in Control»* (pp. 3.1–3.45). Dutch Institute of Systems and Control.
11. Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V., & Scokaert, P. O. M. (2000). Constrained model predictive control: stability and optimality. *Automatica*, 36, 789–814.
12. Camacho, E. F., Ramirez, D. R., Limon, D., Muñoz de la Peña, D., & Alamo, T. (2010). Model predictive control techniques for hybrid systems. *Annual Reviews in Control*, 34 (1), 21–31.
13. Müller, Matthias A., & Allgöwer, Frank (2012). Improving performance in model predictive control: switching cost functionals under average dwell-time. *Automatica*, 48(2), 402–409.
14. Richter, S., Morari, M., & Jones, C. N. (2011). Towards computational complexity certification for constrained MPC based on Lagrange relaxation and the fast gradient method. In Proceedings of the 50th IEEE conference on decision and control and the European control conference, December.
15. Korda, Milan, & Jones, Colin (2014). Certification of fixed computation time firstorder optimization-based controllers for a class on nonlinear dynamics. In Proceedings of the 2014 American control conference.
16. Biegler, Lorenz T. (2013). A survey on sensitivity-based nonlinear model predictive control. In Proceedings of the 10th IFAC interntaional symposium on dynamics and control of process systems (pp. 499–510). Mumbai, India: IFAC, December.
17. Жученко О. А., Цапар В. С. Метод спрощення математичних моделей об'єктів керування із розподіленими параметрами. *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. 2015. Т. 7, вип. 1. С. 15–25.
18. Cesar Lopez. MATLAB Optimization Techniques. *Apress*; 1st ed. edition (November 1, 2014). 292 p.

**References**

1. Grüne, Lars (2012). NMPC without terminal constraints. In Proceedings of *IFAC conference on nonlinear model predictive control 2012*, August.
2. Mayne, D. Q. (2013). An apologia for stabilising conditions in model predictive control. *International Journal of Control*, 86(11), 2090–2095
3. Rawlings, James B., & Mayne, David Q. (2009). *Model predictive control: theory and design*. Nob Hill, Madison, Wisconsin, August.
4. Yu, Shuyou, Reble, Marcus, Chen, Hong, & Allgöwer, Frank (2011). Inherent robustness properties of quasi-infinite horizon MPC. In Proceedings of the 18th IFAC world congress, Milano, Italy, August, September.
5. Fagiano, Lorenzo, & Teel, Andrew R. (2013). Generalized terminal state constraint for model predictive control. *Automatica*, 49(9), 2622–2631
6. Tobias, Geyer (Nov. 2016). *Model predictive control of high power converters and industrial drives*. Wiley, London.
7. Michael, Nikolaou (2001). Model predictive controllers: A critical synthesis of theory and industrial needs. *Advances in Chemical Engineering, Academic Press*, 26, 131–204.
8. García, M. R., Vilas, C., Santos, L. O., Alonso, A. A. (2012). A Robust Multi-Model Predictive Controller for Distributed Parameter Systems. *Journal of Process Control*, 22 (1), 60–71.
9. Hedengren, J. D., Asgharzadeh Shishavan, R., Powell, K. M., Edgar, T. F. (2014). Nonlinear modeling, estimation and predictive control in APMonitor. *Computers & Chemical Engineering*, 70 (5), 133–148.
10. Findeisen, Rolf, Allgower, Frank (2001). An introduction to nonlinear model predictive control. In C. W. Scherer and J.M. Schumacher (Eds.), *Summerschool on «The Impact of Optimization in Control»* (pp. 3.1–3.45). Dutch Institute of Systems and Control.
11. Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V., & Scokaert, P. O. M. (2000). Constrained model predictive control: stability and optimality. *Automatica*, 36, 789–814.



12. Camacho, E. F., Ramirez, D. R., Limon, D., Muñoz de la Peña, D., & Alamo, T. (2010). Model predictive control techniques for hybrid systems. *Annual Reviews in Control*, 34 (1), 21–31.
13. Müller, Matthias A., & Allgöwer, Frank (2012). Improving performance in model predictive control: switching cost functionals under average dwell-time. *Automatica*, 48(2), 402–409.
14. Richter, S., Morari, M., & Jones, C. N. (2011). Towards computational complexity certification for constrained MPC based on Lagrange relaxation and the fast gradient method. In *Proceedings of the 50th IEEE conference on decision and control and the European control conference*, December.
15. Korda, Milan, & Jones, Colin (2014). Certification of fixed computation time firstorder optimization-based controllers for a class on nonlinear dynamics. In *Proceedings of the 2014 American control conference*.
16. Biegler, Lorenz T. (2013). A survey on sensitivity-based nonlinear model predictive control. In *Proceedings of the 10th IFAC interntaional symposium on dynamics and control of process systems* (pp. 499–510). Mumbai, India: IFAC, December.
17. Zhuchenko O. A., Tsapar V. S. (2015). Metod sproshchennia matematychnykh modelei obiektyv keruvannia iz rozpodilenykh parametramy [Method of simplification of mathematical models of control objects with distributed parameters]. *Avtomatyzatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv – Automation of Technological and Business Processes*, 7, 1, 15–25 [in Russian].
18. Cesar Lopez. MATLAB Optimization Techniques. *Apress*; 1st ed. edition (November 1, 2014).

UDC 681.5

Oleksii Zhuchenko

## CONTROL OF DYNAMIC OBJECTS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS USING PREDICTIVE MODELS

**Urgency of the research.** One of the modern formalized approaches to the analysis and synthesis of control systems based on mathematical methods of optimization is the theory of control of dynamic objects using predictive models.

**Target setting.** There is a problem controled multidimensional and multifaceted objects with a complex structure that includes non-linearity, optimizing processes in real-time in the constraints on control and controled variables, taking into account uncertainty of objects and disturbances.

**Actual scientific researches and issues analysis.** In recent years, a considerable amount of scientific research has been devoted to the MPC. Questions of robust stability and convergence of algorithms for controlling MPC-systems were considered in a number of papers. In addition, hybrid systems, which consist of both continuous and discrete elements, were studied.

**The research objective.** There is a problem with using this method for objects with distributed parameters, due to the complexity of the mathematical description of such objects.

**The statement of basic materials.** A control system with a predictive model for objects with distributed parameters is synthesized based on a simplified mathematical model of the latter.

**Conclusions.** MPC - control has proved to be an effective tool for control objects with distributed parameters, mathematically described by differential equations in partial derivatives. The use of MPC - control seems to be more prioritized in relation to optimal control of the LC because control adjustments are carried out at each step.

**Keywords:** control with predictive model; electrocalculator; simplified model.

Fig.: 2. References: 18.

**Жученко Олександр Анатолійович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри автоматизації хімічних виробництв, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» (просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна).

**Zhuchenko Oleksii** – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Chemical Production Automation, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» (37 Pobedy Av., 03056 Kyiv, Ukraine).

**E-mail:** azhuch@ukr.net

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-5611-6529>

**ResearcherID:** J-6369-2017

**Scopus Author ID:** 57190444874