

УДК 517.958:57

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ДЫХАНИЯ**

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ДИХАННЯ**

**MATHEMATICAL MODEL OF THE RESPIRATORY SYSTEM**

**Р.К. МАМЕДОВ**, докт.техн.наук, **Е.К. РАГИМОВА**, канд.техн.наук  
*Азербайджанский государственный университет  
нефти и промышленности, Азербайджан*

*Моделювання органів і структур людського організму, зокрема розробка математичної моделі газообміну дихальної системи, дає можливість передбачити критичні ситуації, з'ясувати механізми формування патології. Це в свою чергу розширює сферу застосування діагностичних методів і пристроїв і є передумовою для створення автоматизованих засобів діагностики.*

**Ключові слова:** дихальний Хемостат, газообмін дихальної системи, математична модель, аналогова модель.

*Моделирование органов и структур человеческого организма, в частности разработка математической модели газообмена дыхательной системы, дает возможность предсказать критические ситуации, выяснит механизмы формирования патологии. Это в свою очередь расширяет сферу применения диагностических методов и устройств и является предпосылкой для создания автоматизированных средств диагностики.*

**Ключевые слова:** дыхательный хемостат, газообмен дыхательной системы, математическая модель, аналоговая модель.

*Modeling of organs and structures of the human body, in particular, the development of a mathematical model of gas exchange of the respiratory system, makes it possible to predict critical situations, to clarify the mechanisms of pathology formation. This, in turn, expands the scope of application of diagnostic methods and devices and is a prerequisite for the creation of automated diagnostic tools.*

**Keywords:** respiratory hemostat, gas exchange of the respiratory system, mathematical model, analog model.

**Актуальность.** Математическая модель биообъектов и систем даёт значительно больше информации о биомеханике биологического объекта, чем можно получить современными средствами измерений.

© Мамедов Р.К., Рагимова Е.К., 2017

Организм является физико-химической средой, физиологические параметры которой (температура, содержание воды, кислорода в крови и пр.) должны поддерживаться в достаточно узком диапазоне значений.

Поддержание постоянства уровней веществ означает сохранение внутренних условий, стабильность внутренней среды организма, т.е. гомеостаз.

Регуляторные механизмы живых организмов часто рассматривают в терминах теории управления [1].

Так, общая схема механизма регулирования темпа поступления кислорода в ткани будет выглядеть следующим образом (рис.1):

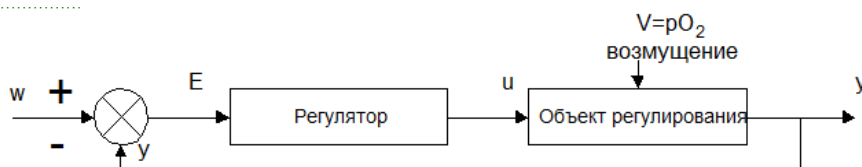


Рис. 1. Общая схема механизма регулирования темпа поступления кислорода в ткани

**Анализ и постановка задачи.** Орган (объект регулирования) потребует кислород с темпом  $u$ , а целью регулирования является обеспечение поступления кислорода с тем же темпом (выходная величина)  $y$ .

Сигнал рассогласования поступает на вход регулятора, который вырабатывает управляющий сигнал  $E = w - y$ , поступающий на вход объекта регулирования, подверженный внешнему возмущающему воздействию  $v = pO_2$  (градиент напряжения кислорода между тканями и артериальной кровью).

Дыхательный хемостат представляет собой систему регуляций, предназначенную для поддержания постоянства напряжения

- углекислого газа ( $pCO_2$ );
- концентрации водородных ионов ( $H^+$ );
- напряжения кислорода ( $pO_2$ ) в артериальной крови при наличии

некоторых возмущений.

Характер изменения вентиляции легких при изменении содержания  $CO_2$  и  $O_2$  в крови свидетельствует о существовании обратной связи в системе управления.

Известно, что если напряжение углекислого газа в крови при физической нагрузке или при вдыхании воздуха с высокой концентрацией  $CO_2$ , поднимается выше «нормального» уровня, то частота дыхания (вентиляция) возрастает и в результате этой гипервентиляции напряжение  $CO_2$  в крови вновь понижается.

Наоборот, если при гипервентиляции напряжение  $CO_2$  в крови падает ниже нормального уровня, то это приводит к замедлению дыхания, вследствие чего напряжение  $CO_2$  в крови вновь повышается.

**Решение задачи.** В схеме дыхательного хемостата, по Ф. Гродинзу (1966) [2], рассматриваются три регулируемые величины: концентрация  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $H^+$ .

В нем имеются два блока: управляющая и управляемые системы (рис. 2).

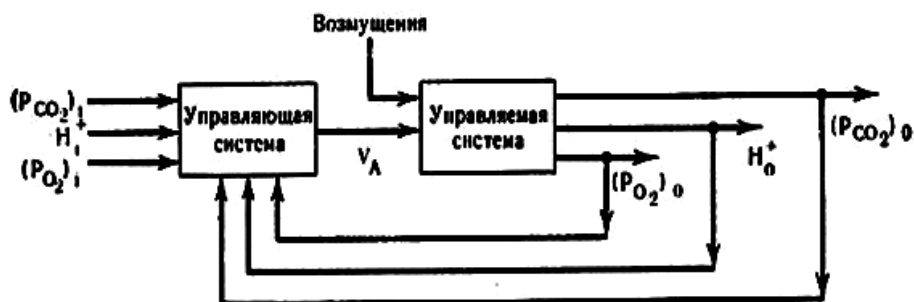


Рис. 2. Схема дыхательного хемостата по Ф. Гродинзу

На вход управляющей системы поступают три командных сигнала. За выходной сигнал принимается альвеолярная вентиляция  $V_A$ .

Этот управляющий сигнал поступает на вход управляемой системы (легочной и тканевой резервуары), имеющей три выхода – три управляемые переменные:

- напряжение кислорода ( $pO_2$ );
- углекислого газа ( $pCO_2$ );
- концентрация водородных ионов ( $H^+$ ) в артериальной крови.

Показатели химического состава артериальной крови поступают на вход управляющей системы в качестве сигналов обратной связи.

Возмущающими сигналами могут стать повышение содержания  $CO_2$  или недостаток  $O_2$  во вдыхаемом воздухе.

Управляющая система начинается хеморецепторами, расположенными в различных частях организма.

Нервные импульсы поступают в дыхательный центр по афферентным центростремительным путям.

В дыхательном центре формируются командные сигналы, поступающие к эффекторам – дыхательным мышцам.

В результате этого возникают изменения в альвеолярной вентиляции.

В управляемой системе также участвуют несколько процессов и подсистем:

- процесс диффузии газов в легких;
- перенос газов кровью;
- газообмен в тканях.

Рассмотрим управляемую систему газообмена дыхательной системы (рис. 3). Система состоит из двух резервуаров постоянного объема, связанных циркулирующей кровью.

В каждом из резервуаров может происходить газообмен с кровью за счет диффузии через мембрану.

Углекислый газ покидает тканевый резервуар со скоростью, соответствующей скорости образования  $\text{CO}_2$  в процессе обмена веществ.

В лёгочный резервуар поступает газ произвольного состава со скоростью, соответствующей альвеолярной вентиляции [1; 2].

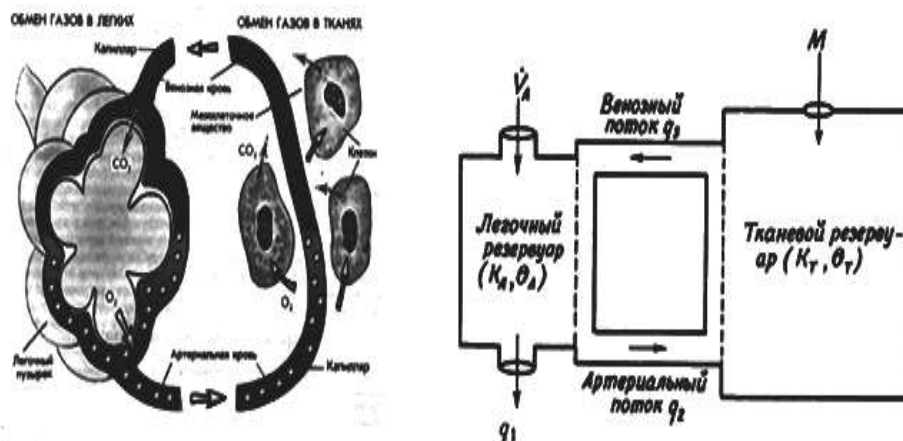


Рис. 3. Биофизическая модель регуляции обмена углекислым газом между лёгкими, кровеносной системой и тканями

Для получения уравнений, описывающих динамическое поведение такой системы, начнем с лёгочного (или альвеолярного) резервуара и запишем уравнение непрерывности для углекислого газа, утверждающее, что скорость концентрации  $\text{CO}_2$  в альвеолярном газе равна частному от деления разности между скоростями поступления и вымывания углекислого газа (всеми способами) на объем резервуара  $K_A$ .

Тогда математическую модель скорости концентрации  $\text{CO}_2$  в легких и тканях можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_A}{dt} &= \frac{1}{K_A} (V_A'F + q_3 - q_1 - q_2) \\ \frac{d\theta_T}{dt} &= \frac{1}{K_T} (M + q_2 - q_3) \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\theta_A$  – скорость концентрации  $\text{CO}_2$  в альвеолярном газе;  
 $\theta_T$  – скорость концентрации  $\text{CO}_2$  в тканевом резервуаре;  
 $q_1$  – скорость удаления  $\text{CO}_2$  из легких с выдыхаемым воздухом;

$q_2$  – скорость удаления  $\text{CO}_2$  из легких с артериальной кровью;  
 $q_3$  – скорость поступления  $\text{CO}_2$  в легочный резервуар с венозной кровью;  
 $K_A$  и  $K_T$  – постоянные объемы легочного и тканевого резервуаров соответственно;  
 $V'_A$  – скорость вентиляции  $\text{CO}_2$  во вдыхаемом воздухе;  
 $Q$  – скорость вентиляции  $\text{CO}_2$  в выдыхаемом воздухе;  
 $F$  – концентрация  $\text{CO}_2$  во вдыхаемом воздухе;  
 $V'_A F$  – скорость поступления  $\text{CO}_2$  в легкие с вдыхаемым воздухом;  
 $M$  – скорость поступления  $\text{CO}_2$  в тканевый резервуар, образующаясь в процессе обмена.

Согласно дифференциальному уравнению (1) построим аналоговую модель газообмена дыхательной системы (рис. 4)

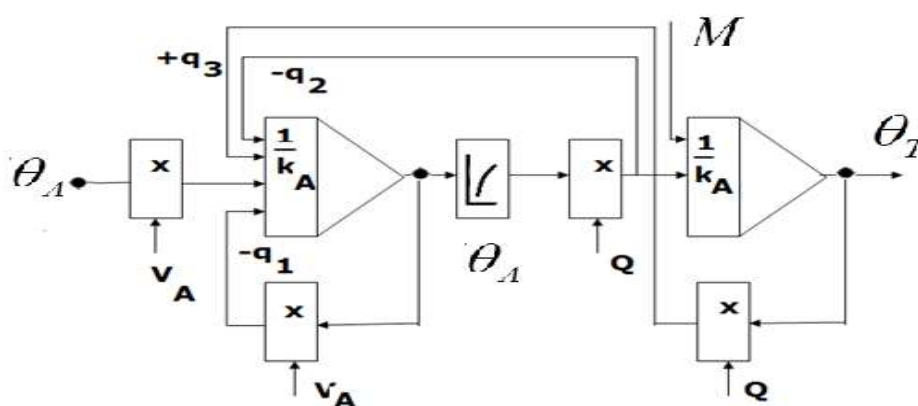


Рис. 4. Аналоговая модель газообмена дыхательной системы

Если  $C$  – минутный объем сердца;  $R$  и  $S$  – постоянные, связанные с характеристиками процесса поглощения  $\text{CO}_2$ ;  $J_A$ ,  $J_T$  – концентрации  $\text{CO}_2$  в легочном и тканевом резервуарах, тогда соотношения, выражающие  $q_1$ ,  $q_2$  и  $q_3$  через  $J_A$  и  $J_T$  и различные другие параметры, можно найти из условий равновесия для потоков  $\text{CO}_2$

$$q_1 = J_A \nu u' A, \quad q_2 = CRJ_A + CS, \quad q_3 = J_T C. \quad (2)$$

Тогда график скорости концентрации  $\text{CO}_2$  в альвеолярном газе и в тканевом резервуаре в зависимости от времени согласно формуле Гродинца (1) будет выглядеть следующим образом (рис. 5)

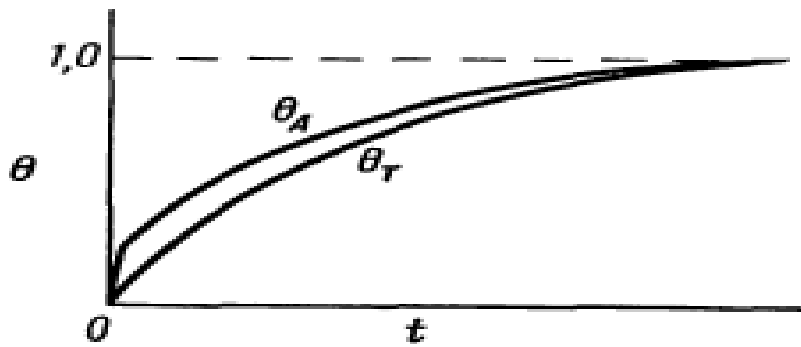


Рис. 5. График скорости концентрации  $CO_2$  в альвеолярном газе и в тканевом резервуаре в зависимости от времени

**Выводы.** Предложенная аналоговая модель позволяет исследовать дыхательную систему в режиме динамики и определить основные ее параметры.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Цветкова О.Л. Теория автоматического управления / О.Л. Цветкова. – М.: Диект-медиа, 2016. – 207 с.
2. Гродинз Ф. Теория регулирования и биологические системы / Ф. Гродинз. – М.: Мир, 1966. – 254 с.

Стаття надійшла до редакції 28.09.2017