

УДК 519.876.5

Б. Яворський, докт. техн. наук; Ю. Промович

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОД РЕКОНСТРУКЦІ ЗОБРАЖЕНЬ В ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНІЙ ТОМОГРАФІЇ

Удосконалено постановку задачі реконструкції зображення плоского зрізу електропровідного циліндра в електроімпедансній томографії. Використано апіорні дані про розподіл провідності по площині зрізу та метод зворотного проектування. Реконструйовано зображення зрізу для середовища з експоненціально розподіленою провідністю та циліндричними включеннями зі сталою провідністю. Розподіл провідності задано у системі прямокутних координат. Дано якісну оцінку результатів.

Ключові слова: *плоский зріз, електропровідний циліндр, реконструкція зображення, електроімпедансна томографія.*

B. Yavorskyu, Y. Promovych

METHOD OF IMAGES RECONSTRUCTION IN ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY

Formulation of a flat cut of a conducting cylinder image reconstruction problem in the electrical impedance tomography is improved. A priori data about conductivity distributson onto the cut plane and the back projection method are used. The image is reconstructed for a medium with the exponentially distributed conductivity and a cylinder inclusion with a constant conductivity. Conductivity distribution is given in the rectangular coordinate system. The estimation of quality of the results is given.

Key words: *plane section, conducting cylinder, image reconstruction, electrical impedance tomography.*

Вступ

Електроімпедансна томографія (ЕІТ) є одним зі способів неінвазивної графічної побудови зображень плоских зрізів електропровідних тіл. Найбільше вона надається для тіл невеликого розміру зі слабо неоднорідними середовищами, які обмежені поверхнями, близькими до поверхонь другого порядку. При цьому вхідними даними для реконструкції є струми (чи напруги) на поверхні тіла, отримані від прикладання, відповідно, напруг (чи струмів) по лінії заданої границі. В даній роботі об'єктом томографічного експерименту є тіло циліндричної форми, заповнене провідним середовищем з відомою провідністю та циліндричними включеннями зі сталим розподілом провідності, які потрібно знайти. Така задача є адекватною до багатьох проблем медицини, митної служби, деревообробної промисловості [1].

Частина відомих методів реконструкції ґрунтується на інтегральних перетвореннях вхідних даних, які є проекційними інтегралами по лініях, вздовж яких через тіло поширюється електричний струм. При томографічному експерименті отримується матриця, яка складається з векторів, компонентами яких є значення цих інтегралів (сукупність „проекцій” зрізу тіла — його „радонівський образ” [2]). Метою реконструкції є „зворотне” проектування [2, 3]. Така задача є некоректно поставленою (за Адамаром) – зокрема, її розв'язок чутливий до малих змін вхідних даних [4]. Крім того, ця задача є нелінійною [5, 6].

З методів, побудованих на основі інтегральних перетворень, в ЕІТ найчастіше використовують метод зворотного проектування за еквіпотенціальними лініями [2] та метод “оптимальних струмів” [6]. Проте вони не повністю враховують нелінійність задачі – зворотне проектування проводиться вздовж ліній, які будуються (або визначаються експериментально), як правило, для однорідного середовища [6]. При

цьому методи реконструкції за кривими лініями є складними (у сенсі теорії складності) [7], проте вони дають кращу якість реконструйованого зображення [2], а тому їх розвиток та спрощення є актуальними.

У даній статті задачу ЕІТ розв'язано методом зворотного проектування за лініями максимальної густини електричного струму. Ці лінії побудовано з врахуванням апіорних даних про розподіл провідності, що є слушним у багатьох застосуваннях, зокрема в медицині. Ними є форма, розміри, розташування та значення питомої провідності структурних елементів середовища (в медицині – тканин) у площині розміщення системи вимірювальних електродів.

1. Структурна ідентифікація математичної моделі для реконструкції

Задача реконструкції містить вхідні дані, опис зв'язків між ними та запитання. Побудова чи вибір математичних об'єктів, що містять відповідники до вхідних даних, зв'язки та елементи запитання є структурною ідентифікацією математичної моделі [8].

Вхідними даними є апіорна функція розподілу питомої провідності $\sigma(x, y)$ та значення вимірюваних на границі області струмів. Апіорну функцію використаємо для побудови напруженості електричного поля $E(x, y)$, від якої залежить шлях проходження струму максимальної густини, i , відповідно, виміряне між точками прикладання різниці потенціалів інтегральне значення електричної провідності. При проведенні томографічного експерименту орієнтуватимемося на виявлення додаткових елементів у зображенні (пухлин, новоутворень), їх локалізації на фоні типового, наперед відомого зображення (норми).

Відбір даних проводитимемо наступним чином: до кожної пари електродів (роздільно в часі) прикладатимемо напругу і вимірюватимемо в колі активних у даний час електродів величину електричного струму. Задача реконструкції зображення за проекційними даними є стаціонарною. Поняття часу вводиться лише для опису відбору останніх. Та й саме протікання електричного струму через провідне тіло відбувається не по прямій лінії, що з'єднує електроди, а описується вектор-функцією густини електричного струму $\vec{i}(x, y)$, яка пов'язана із функцією розподілу провідності $\sigma(x, y)$ (рис. 1).

Найбільш укрупнено метод реконструкції складається із двох етапів. Перший полягає у побудові та аналізі функції $i(x, y)$. При цьому отримуємо область, розбиту лініями максимальної густини електричного струму. На другому етапі проводимо фільтрацію відібраних проекційних даних [2] та зворотне проектування на розбиту цими лініями область, тобто будуюмо саме зображення.

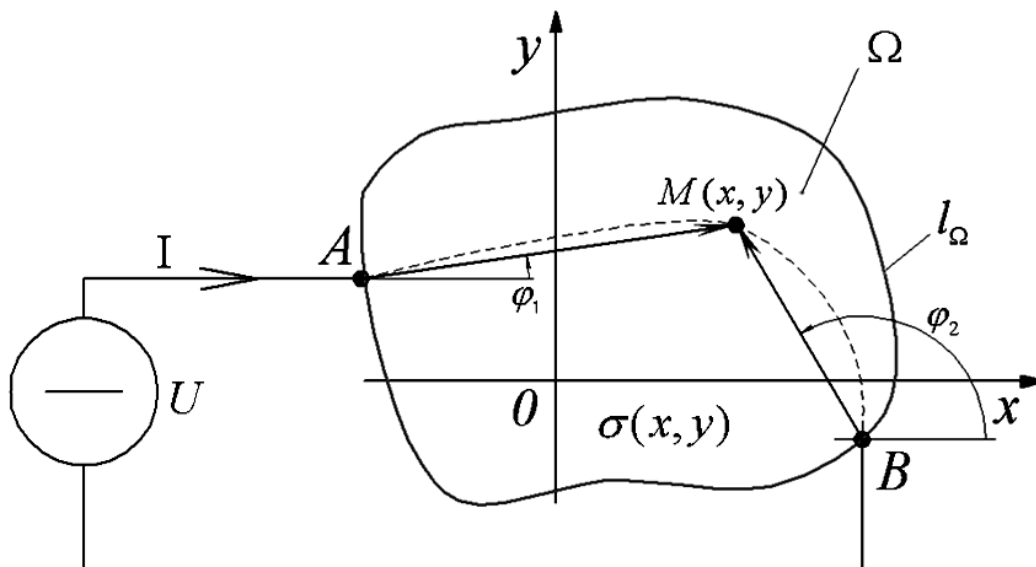


Рисунок 1 – До визначення напруженості електричного поля

Першим кроком при реалізації методу є отримання картини взаємодії векторного поля густини електричного струму з емпірично заданим середовищем. Для цього на площині $\{x, y\}$ задамо область Ω , в кожній точці якої визначена емпірична функція розподілу провідності $\sigma(x, y) \in \Omega$ і l_{Ω} – границя області (рис. 1). Фізична інтерпретація області – зріз провідного тіла у площині розміщення кільця електродів. Якщо до точок $A \in l_{\Omega}$ і $B \in l_{\Omega}$, $A \neq B$, що належать границі області, прикласти напругу $U = const$, то виникне електричний струм I . Для кожної з точок ділянки кола між A та B справедливий закон Ома в диференціальній формі [8]

$$\vec{i}(x, y) = \sigma(x, y) \cdot \vec{E}(x, y), \quad (1)$$

де $\vec{i}(x, y)$ - вектор густини електричного струму та $\vec{E}(x, y)$ - вектор напруженості електричного поля в точці $M(x, y)$, $\vec{E}(x, y) \in \Omega$, $\vec{i}(x, y) \in \Omega$. Вектори густини електричного струму і напруженості електричного поля колінеарні.

Обчислимо векторне поле густини електричного струму. Для цього використаємо принцип електростатичної аналогії ($U \Rightarrow \vec{E}$, $I \Rightarrow q$) [8], де U - прикладена до електродів напруга, I - струм, що протікає в колі електродів, q - заряд. Для довільної точки $M(x, y) \in \Omega$ знайдемо вектор напруженості електричного поля $\vec{E}(x, y)$ як суперпозицію напруженостей \vec{E}_1 та \vec{E}_2 , створених точковими джерелами A і B . Заряд, що втікає, позначимо q , що витікає $-q$. Напруженість електричного поля визначається з виразу [9]

$$\vec{E}(x, y) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot \vec{r}}{r^3}, \quad (2)$$

де \vec{r} - радіус-вектор, проведений від джерела поля в точку спостереження $M(x, y)$, r - відстань від точки спостереження до джерела. Вважатимемо діелектричну проникність середовища сталою $\epsilon = const$. У площині $\{x, y\}$, що відповідає площині зрізу, введемо прямокутну систему координат. Тоді абсолютну величину вектора \vec{r} представимо через його проєкції на осі координат

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2},$$

де r_x і r_y - проєкції вектора на координатні осі ($r_x = |\vec{r}| \cos \varphi$, $r_y = |\vec{r}| \sin \varphi$), φ - кут між напрямком вектора r та ортом осі абсцис системи координат [10]. Компоненти вектора \vec{E} в довільній точці $M(x, y) \in \Omega$

$$E_x |_{M(x,y)} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q \cdot |\vec{r}_1| \cos \varphi_1 - q \cdot |\vec{r}_2| \cos \varphi_2}{r^3} \right);$$

$$E_y |_{M(x,y)} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q \cdot |\vec{r}_1| \sin \varphi_1 - q \cdot |\vec{r}_2| \sin \varphi_2}{r^3} \right). \quad (3)$$

Для густини струму, виходячи із (1) та (3), маємо

$$i_x |_{M(x,y)} = \frac{\sigma(x, y)}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q \cdot |\vec{r}_1| \cos \varphi_1 - q \cdot |\vec{r}_2| \cos \varphi_2}{r^3} \right);$$

$$i_y M(x,y) = \frac{\sigma(x,y)}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q \cdot |\vec{r}_1| \sin\phi_1 - q \cdot |\vec{r}_2| \sin\phi_2}{r^3} \right). \quad (4)$$

Отримані компоненти векторного поля густини електричного струму шукаємо для всіх точок, що належать області Ω .

2. Параметрична ідентифікація математичної моделі для реконструкції

Задамо апріорний розподіл провідності аналітичним виразом:

$$\sigma_E(x,y) = \frac{k}{2i} \cdot (e^{i\pi x} - e^{-i\pi x}) \cdot (e^{i\pi y} - e^{-i\pi y}), \quad i = \sqrt{-1}. \quad (5)$$

Такий розподіл провідності характерний для рівноважного стану вмісту вологи в деревині [11]. Його графічне представлення показано на рис. 2 для випадку, коли $k = 20$. Використовуючи формули (3) та (4), обчислимо векторні поля напруженості $\vec{E}(x,y)$ та густини електричного струму $\vec{i}(x,y)$. На рис. 3 (а) 1-8 показано формування векторних полів напруженості для однієї паралельної проекції. Векторне поле напруженості має максимум (темні ділянки на зображенні) поблизу точок підведення зарядів до області. В свою чергу, векторне поле густини електричного струму зростає в тій частині області, де провідність $\sigma_E(x,y)$ є максимальною, рис. 3, (б) 1-8.

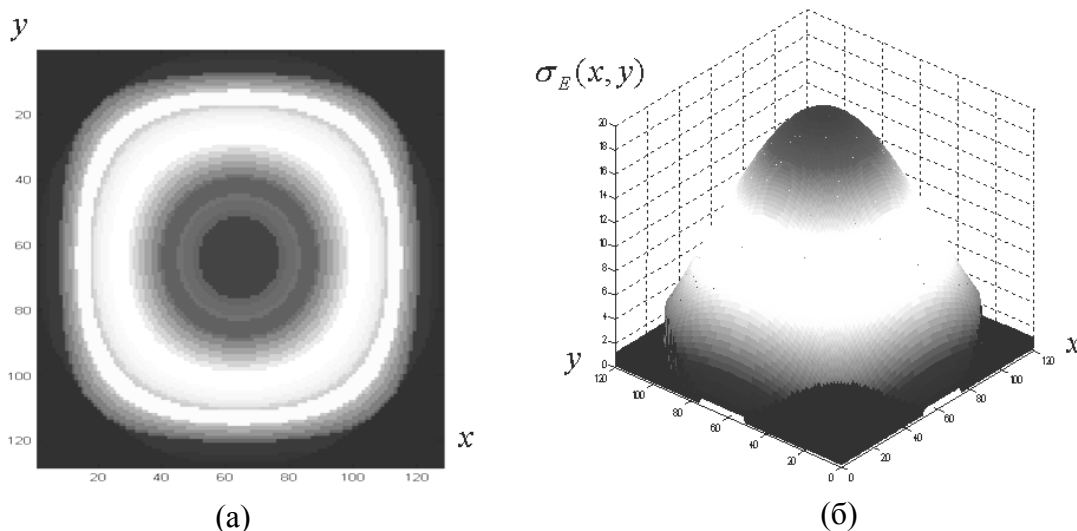


Рисунок 2 – Емпіричний розподіл провідності $\sigma_E(x,y) = \frac{10}{i} \cdot (e^{i\pi x} - e^{-i\pi x}) \cdot (e^{i\pi y} - e^{-i\pi y})$, приведений до розміру картинки 120x120 пікселів): (а) – вигляд зверху; (б) – 3D-зображення

В ЕІТ працюють з обмеженим парним числом точок N (найчастіше $N = 16$ або $N = 32$), до яких підводяться електроди для інжекції струму і зняття спаду напруги, які розподілені рівномірно навколо границі області. Кожен електрод використовується як для інжекції струму, так і для зняття спаду напруги. Задля спрощення апаратно-програмної реалізації системи відбору, щоб відібрати дані (спади напруг) для одного ракурсу, електричний струм пропускаємо через пари електродів, один з яких є спільним. Так, для випадку, представленою на рис. 4 (а), спільними є електроди 1, 2, 3, 4. Відібрані значення впорядкуємо таким чином, щоб отримати $N/2$ паралельних пар електродів для кожного з N ракурсів (рис. 4 (б)). Кут між сусідніми ракурсами $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$. Для кожної пари електродів будемо лінію максимальної густини електричного струму. Форма лінії залежатиме як від розміщення електродів на границі області, так і від розподілу питомої провідності всередині останньої. Оскільки задача пошуку векторних ліній для системи зарядів загального розв'язку немає [12], то лінію максимальної густини електричного струму будуватимемо як обвідну точок області Ω ,

в яких $\vec{i}(x, y)$ має максимальне значення. При цьому рухаємось у напрямку від точки інжекції струму в область до точки його виходу з області. Побудову ліній максимальної густини електричного струму для кожного з ракурсів проводимо у два етапи:

- для кожної пари електродів ракурсу за формулами (3) та (4) шукаємо векторне поле густини електричного струму;
- будуємо лінії максимальної густини електричного струму;

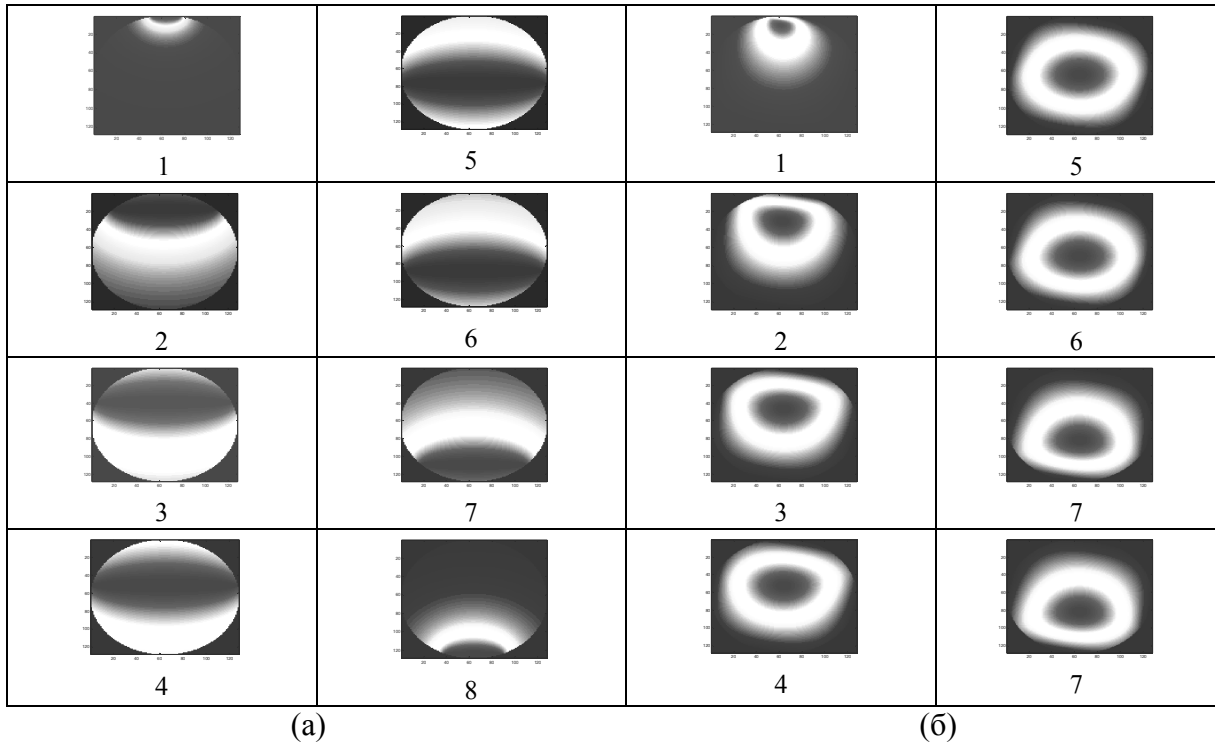


Рисунок 3 – Топологія полів (а) напруженості і (б) густини електричного струму для емпіричного розподілу провідності (рис. 2) для паралельних пар електродів на поверхні

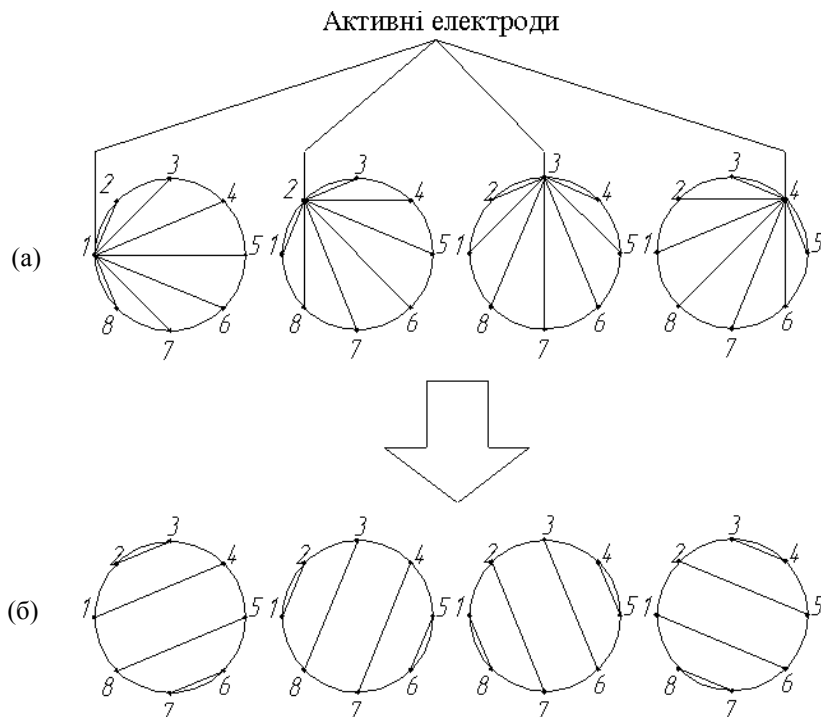


Рисунок 4 – Формування паралельних проєкцій: (а) – невпорядковані пари електродів;
(б) – впорядковані пари електродів

Недоліком пропонованого методу для побудови ліній максимальної густини електричного струму є те, що він не враховує умови неперетинання векторних ліній. Проте останнє може мати місце лише у випадку сильно неоднорідних полів. На рис. 5 показано картину ліній максимальної густини електричного струму (а) для тестового апріорного розподілу речовини (б), побудовану описаним методом для одного ракурсу.

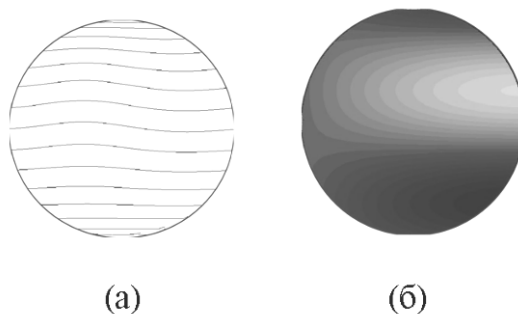


Рисунок 5 – Лінії максимальної густини електричного струму — (а) для емпіричного розподілу — (б)

3. Реконструкція зображення

Для реконструкції зображення розподілу речовини за її питомою провідністю використаємо алгоритм зворотного проєктування, який ґрунтується на теоремі про центральне січення [2]. Перед зворотним проєктуванням проводимо попередню фільтрацію кожної проєкції (в нашому випадку кожного ракурсу) з фільтром, імпульсна вагова функція якого має вигляд [13]

$$p(s) = \int_{-\infty}^{\infty} |w| \exp(2\pi i w s) dw, \quad (6)$$

де s – біжуче значення проєкції, w – просторова частота.

При дискретній реалізації (11) запишеться як

$$q(k) = \sum_{j=-N/2}^{N/2} |j \cdot \Delta\varphi| \cdot \exp(2\pi \cdot i \cdot j \cdot \Delta\varphi \cdot k), \quad (7)$$

де j, k – індекси, що вказують на номер ракурсу проєкційних даних, та на окреме числове значення в межах одного ракурсу відповідно.

Фільтрацію проводять як в просторовій області шляхом згортки $R(j, k)$ з функцією $q(k)$

$$R_{filt}(j, k) = \sum_{j=-N/2}^{N/2} R(j, k) \cdot |j \cdot \Delta\varphi| \cdot \exp(2\pi \cdot i \cdot j \cdot \Delta\varphi \cdot k), \quad (8)$$

де $R_{filt}(j, k)$ – фільтровані дані ракурсів або ж в області просторових частот. При цьому проводиться домноження Фур'є-образу $R_F(j, k)$ на $\pi |j \cdot \Delta\varphi|$. В цьому випадку потрібно проводити пряме одновимірне перетворення Фур'є для $R(j, k)$ по k та зворотне перетворення добутку $\pi |j \cdot \Delta\varphi| \cdot R_F(j \cdot \Delta\varphi, k)$ для отримання $R_{filt}(j, k)$ [2, 13].

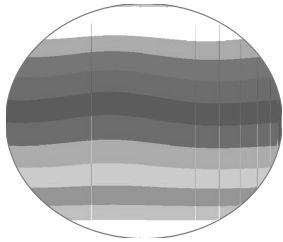


Рисунок 6 – Одна зворотна проєкція

Розбиття області лініями максимальної густини електричного струму нерівномірне, тому виникає потреба оптимальної фільтрації просторових даних.

Наступний етап реалізації алгоритму передбачає побудову зворотних проєкцій за даними $R_{filt}(j,k)$ для кожного з ракурсів та їх інтегрування по куту $j \cdot \Delta\varphi$. Одна зворотна проєкція являє собою зображення області, розбите лініями максимальної густини електричного струму для апріорного розподілу. Кожній лінії присвоюється відповідне значення $R_{filt}(j,k)$, що

відображається у наданні їй певної яскравості. На рис. 6 показано одну зворотну проєкцію для тестового апріорного розподілу.

4. Результат комп'ютерного імітаційного моделювання

На основі побудованого алгоритму проведено комп'ютерне моделювання методу реконструкції зображень для задачі ЕІТ. Основне завдання при моделюванні – дослідити реалізованість методу. Тестовий об'єкт – зображення круглої області з розподілом питомої провідності, який описується виразом

$$\sigma_E(x,y) = \frac{1}{2i} \cdot (e^{2i\pi x} - e^{-2i\pi x}) \cdot (e^{i\pi y} - e^{-i\pi y}), \quad i = \sqrt{-1},$$

та з сторонніми включеннями (три круглі області) з сталими значеннями власної провідності, величина якої незначно (в 2 – 3 рази) більша від середнього значення емпіричної (рис. 7).

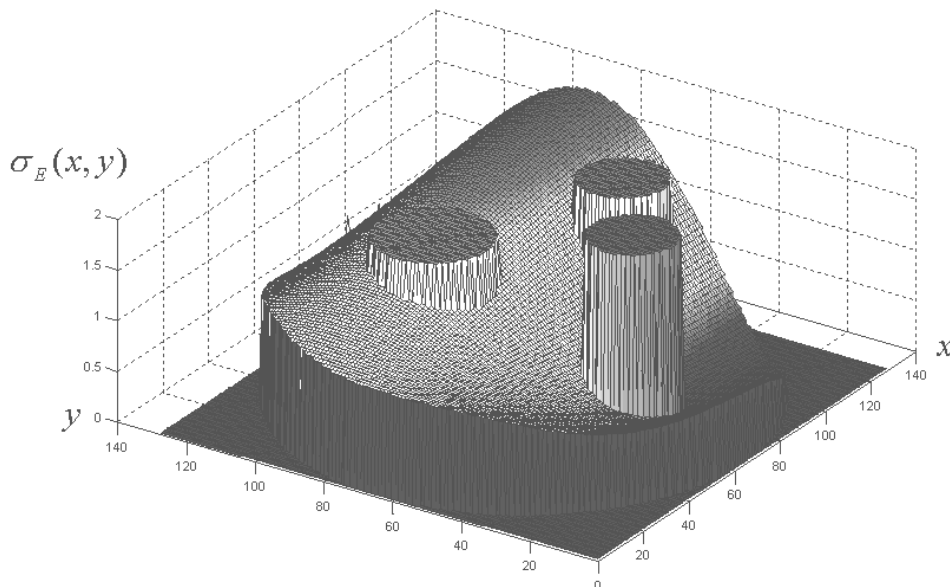
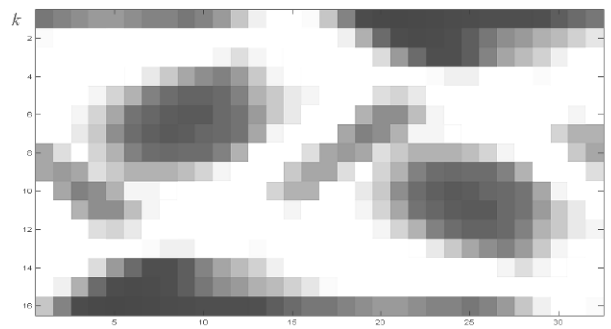
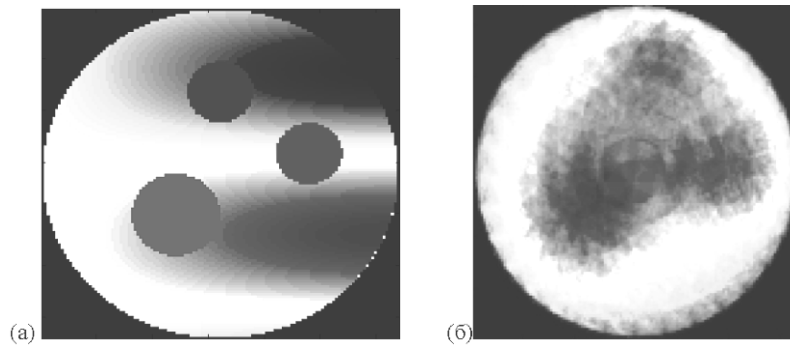


Рисунок 7 – Тестове зображення розподілу провідності

Вхідні дані від тестового зображення (рис. 7) отримали шляхом інтегрування по прямих для $N=32$ ракурсів (рис. 8). Для кожного ракурсу було обчислено $M=N/2=16$ елементів. При реконструкції використовували апріорні дані про розподіл питомого опору всередині. Результат реконструкції наведено на рис. 9.

Рисунок 8 – Проекційні дані (масив $R(j, k)$)Рисунок 9 – Результат моделювання
а) — Тестове зображення (проекція $x0y$); (б) — результат реконструкції ($N=32$)

Висновки

Як бачимо, на рис. 9 (б) спостерігаються елементи тестового фантому. Це означає, що метод працює. Для отримання кращої якості реконструйованого зображення регуляризуючий фільтр має бути функцією від апіорного розподілу провідності. Постає задача проведення оптимальної фільтрації. Для подальшого дослідження потрібно отримати експериментальні дані, які мають включати відомості про апіорне зображення. На основі отриманого алгоритму необхідно синтезувати лінійно-ітераційний алгоритм, в якому після першої реконструкції зображення з апіорним однорідним розподілом речовини характер розподілу уточнюється та будуються лінії максимальної густини електричного струму вже з врахуванням отриманої конфігурації поля.

Література

1. Holder, D.S. Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications / D.S. Holder. – The University of Manchester, Institute of Physics, 2004.
2. Троицкий, И.Н. Статистическая теория томографии / И.Н. Троицкий. – М.: Радио и связь, 1989. – 240с.
3. Barber, D.C. Applied potential tomography / D.C. Barber, V.H. Brown // Journal of Physics: Scientific Instruments – 1984 - Vol. 1, P. 723-733.
4. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979.
5. Vauhkonen, M. Electrical impedance tomography and prior information. Kuopio University Publications / M. Vauhkonen // C. Natural and Environmental Sciences. – 1997 – Vol. 62. – P.110.
6. Физика визуализации изображений в медицине: В 2-х томах. Т2: Пер. С англ. / Под ред. С. Уэбба. – М.: Мир, 1991.
7. Wilf, H.S. Algorithms and Complexity / H.S. Wilf. – The University of Pennsylvania, Philadelphia, 1994.
8. Пешель, М. Моделирование сигналов и систем / М. Пешель. – М.: Мир, 1981. – 300с.
9. Яворский, Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов / Б.М. Яворский. – М.: ООО "Издательство Оникс": ООО "Издательство "Мир и Образование", 2006. – 1056с.

10. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. — М.: Мир, 1986.
11. Чудинов, Б.С. Вода в древесине / Б.С. Чудинов. – Новосибирск: Наука, 1968. – 256с.
12. Принципы построения и функциональное содержание системы визуализации для анализа скалярных и векторных полей, заданных на двумерных регулярных сетках / Д.В. Могиленских, И.В. Павлов, В.В. Федоров и др. // Издательство РФЯЦ – ВНИИТФ. – 2000. - № 172.
13. Рафа, Т.М. Методи та засоби комп'ютерної реконструктивної томографії: Конспект лекцій / Т. М. Рафа, Б. І. Яворський. – Тернопіль: ТДТУ, 2000.

Дослідження виконано за темою „Розроблення методів ідентифікації і верифікації математичних моделей сигналів при побудові медичних систем телемоніторингу та діагностики”, державний реєстраційний номер 0108U001110.

Одержано 30.01.2009 р.