

УДК 628.113.2 : 66.067.1 + 517.95

А. Бомба<sup>1</sup>, докт. техн. наук; І. Присяжнюк<sup>1</sup>, канд. техн. наук;  
А. Сафоник<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Рівненський державний гуманітарний університет  
<sup>2</sup>Національний університет водного господарства та природокористування

## ЗАКОНОМІРНОСТІ ФІЛЬТРУВАННЯ У N-ШАРОВИХ ФІЛЬТРАХ

*У роботі встановлено аналітичні закономірності масопереносу в *n*-шарових фільтрах, що функціонують за законами, прототипами яких є лінійна модель Мінца. Проведено числовий експеримент прогнозування роботи такого фільтра на стадії затухання хвильового режиму, який показує переваги *n*-шарових фільтрів в порівнянні з одношаровими і дає можливість знайти оптимальні час захисної дії фільтра та час граничного напору, довжину фільтра.*

*Ключові слова:* фільтрування, *n*-шаровий фільтр, асимптотика, сингулярно збурені задачі.

**A. Bomba, I. Prysazhnyuk, A. Safonyk**

## CONFORMITIES TO THE LAW OF FILTRATION IN THE N-BEDS FILTERS

*In this work determined analytical conformities to the mass transfer regularities in the *n*-beds filters, which function after laws the prototypes of which is a linear model of Mints. Numerical experiment of forecasting of work of such filter at a stage of attenuation of a wave mode is made, which shows advantages of *n*-beds filters by comparison to an one-bed filters and enables to find length of filter, optimum time of protective action of filter and time of maximum pressure.*

*Key words:* filtration, *n*-beds filters, asymptotic, singular perturbative tasks.

Фільтрування в напрямку зменшення еквівалентного діаметру гранул завантаження – один із загальноновизнаних методів підвищення ефективності роботи фільтрів [1]. У складних технологічних умовах, що змінюються, оптимальний гранулометричний склад завантаження повинен був би залежати від часу. Проте через складності реалізації і експлуатації на практиці фільтрування не отримали широкого розповсюдження навіть фільтри з „неперервно” неоднорідним завантаженням. З цих же причин фактично обмежуються різними апроксимаціями оптимального гранулометричного складу завантаження, еквівалентний діаметр гранул якого „неперервно” спадає в напрямку фільтрування за певним законом, за рахунок використання *n*-шарових фільтрів. Точність апроксимації, очевидно, тим більша, чим більше число *n* фільтруючих шарів. Відповідно складність експлуатації *n*-шарових фільтрів, зокрема, через ускладнення регенерації завантаження, із зростанням *n* зростає. Через невизначеність максимального економічного ефекту, який може бути отриманий при експлуатації фільтрів з оптимальним гранулометричним складом, на даний час протиріччя між точністю його апроксимації і складністю експлуатації фільтрів вирішується на користь зменшення останньої. Іншими словами, в практиці фільтрування найбільш поширені дво- та *n*-шарові фільтри.

Для швидкодіючих *n*-шарових фільтрів розрахункові швидкості фільтрування у нормальному режимі та її допустимі значення у форсованому режимі в залежності від параметрів і характеристик завантаження наведені у СНіП II-31-74. Усі ці дані мають суто емпіричний характер. Поодинокі теоретичні роботи щодо закономірностей масопереносу у *n*-шарових фільтрах містять принципові недоліки. Так, запропонована в [2] формула для часу захисної дії таких фільтрів не узгоджується з уявленнями про переваги фільтрування в напрямку спадання величини зерен завантаження.

Розглянутий в [3] метод розрахунку багат шарових фільтрів базується на уявленнях про просування фронту шару, що досяг стану граничного насичення. Між тим, зокрема, з розв'язку Тихонова [4], який в термінології теорії фільтрування відповідає концентрації домішкових частинок у рідині, що фільтруються, впливає неможливість досягнення такого стану за обмежений час. В основу всіх інших розрахунків, наведених в [3], покладено факт існування у моделі Мінца [5] хвильових розв'язків, коли час захисної дії і час досягнення граничних втрат напору  $n$ -шарових фільтрів можна подати, за певних умов, як суму відповідних часів окремих шарів. Разом з тим відомо, що модель Мінца хвильових розв'язків не має [6].

Дану роботу присвячено встановленню аналітичних закономірностей масопереносу в  $n$ -шарових фільтрах, що функціонують за законами, прототипами яких є лінійна модель Мінца [5], а також проведенню відповідних числових експериментів.

**1. Постановка задачі.** Розглянемо  $n$ -шаровий фільтр ( $0 \leq x \leq L$ ) з неоднорідним завантаженням сталого перерізу, що функціонує за законами, прототипом яких є класична лінійна модель фільтрування [5], з урахуванням пористості та дифузії [7,9], а саме

$$\begin{cases} \sigma(x) \frac{\partial c(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + v \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \varepsilon \beta(x) c(x,t) - \alpha(x) \rho(x,t) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_* \frac{\partial \rho}{\partial x} \right), \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} c|_{x=0} = c_*^*(t), \quad c|_{t=0} = c_*(x), \quad \rho|_{x=0} = \rho_*^*(t), \quad \rho|_{t=0} = \rho_*(x), \\ \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$c(L_i - 0, t) = c(L_i + 0, t), \quad \rho(L_i - 0, t) = \rho(L_i + 0, t), \quad D_i \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=L_i^-} = D_{i+1} \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=L_i^+}, \quad D_{*i} \frac{\partial \rho}{\partial x} \Big|_{x=L_i^-} = D_{*i+1} \frac{\partial \rho}{\partial x} \Big|_{x=L_i^+}, \quad (3)$$

де  $x$  – координата в напрямку фільтрування,  $t$  – час,  $c(x,t)$  – концентрація домішок у рідині, що фільтрується,  $\rho(x,t)$  – концентрація осаду в завантаженні,  $\beta(x) = \beta_i(x)$ ,  $\alpha(x) = \alpha_i(x)$ ,  $\sigma(x) = \sigma_i(x)$  – задані неперервно-диференційовані функції, які характеризують обсяги захоплених та відірваних за одиницю часу домішкових частинок та частинок осаду і пористість завантаження відповідно ( $x \in [L_{i-1}, L_i]$ ),  $v$  – швидкість

фільтрування,  $D, D_*$  – коефіцієнти дифузії, де  $D = \begin{bmatrix} D_1 = b_1 \varepsilon, \\ \dots \\ D_n = b_n \varepsilon, \end{bmatrix}$ ,  $D_* = \begin{bmatrix} D_{*1} = b_{*1} \varepsilon, \\ \dots \\ D_{*n} = b_{*n} \varepsilon, \end{bmatrix}$ ,

$0 < b_i \leq 1, 0 < b_{*i} \leq 1, \varepsilon$  – малий параметр,  $[L_{i-1}, L_i]$  -  $i$ -тий шар фільтру ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

**Асимптотика розв'язку.** Асимптотичне наближення для розв'язку задачі (1)-(3) з

$$c(x,t) = \begin{cases} c_1(x,t), & L_0 = 0 \leq x < L_1, \\ c_2(x,t), & L_1 \leq x < L_2, \\ \dots \\ c_n(x,t), & L_{n-1} \leq x < L_n = L, \end{cases}, \quad \rho(x,t) = \begin{cases} \rho_1(x,t), & L_0 = L \leq x < L_1, \\ \rho_2(x,t), & L_1 \leq x < L_2, \\ \dots \\ \rho_n(x,t), & L_{n-1} \leq x < L_n = L, \end{cases}$$

точністю  $O(\varepsilon^{m+1})$  шукатимемо у виді асимптотичних рядів [8,9]:

$$c_i(x,t) = c_{i,0}(x,t) + \sum_{j=1}^m \varepsilon^j c_{i,j}(x,t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^j M_{i,j}(\xi,t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^j \tilde{M}_{i,j}(\tilde{\xi},t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^j A_{n,j}(\xi,t) + R_{i,1}(x,t,\varepsilon),$$

$$\rho_i(x,t) = \rho_{i,0}(x,t) + \sum_{j=1}^m \varepsilon^j \rho_{i,j}(x,t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^{j/2} P_{i,j}(\mu,t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^{j/2} \tilde{P}_{i,j}(\tilde{\mu},t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^{j/2} B_{n,j}(\mu,t) + R_{i,2}(x,t,\varepsilon), \quad (4)$$

де  $R_{i,1}, R_{i,2}$  – залишкові члени,  $c_{i,j}(x,t), \rho_{i,j}(x,t)$  – члени регулярних частин асимптотик, зокрема:  $c_{i,0}, \rho_{i,0}$  – “пошарові” розв’язки відповідної виродженої задачі,  $c_{i,j}, \rho_{i,j}$  – поправки, що враховують “вклад” дифузії вздовж внутрішностей шарів фільтра (за винятком деяких околів граничних точок даних шарів).  $M_{i,j}(\xi,t), \tilde{M}_{i,j}(\tilde{\xi},t), P_{i,j}(\mu,t), \tilde{P}_{i,j}(\tilde{\mu},t)$  ( $i = \overline{1, n-1}, j = \overline{0, m}$ ) – функції типу примежового шару в околі точки  $x = L_i$  (поправки на переході фільтраційного потоку із одного даного  $i$ -го шару фільтра в наступний).  $A_{n,j}(\xi,t), B_{n,j}(\mu,t)$  ( $j = \overline{0, m+1}$ ) – функції типу примежового шару в околі точки  $x = L$  (поправки на переході фільтраційного потоку із одного шару фільтра в інший),  $\xi_j = (L_i - x) \cdot \varepsilon^{-1}, \tilde{\xi}_i = (x - L_i) \cdot \varepsilon^{-1}, \mu_i = (L_i - x) \cdot \varepsilon^{-1/2}, \tilde{\mu}_i = (x - L_i) \cdot \varepsilon^{-1/2}, \xi = (L - x) \cdot \varepsilon^{-1}, \mu = (L - x) \cdot \varepsilon^{-1/2}$  – відповідні регуляризуючі перетворення.

Аналогічно до [8], після підстановки (4) в (1) та застосування стандартної “процедури прирівнювання”, для знаходження функцій  $c_{i,j}, \rho_{i,j}, M_{i,j}(\xi,t), \tilde{M}_{i,j}(\tilde{\xi},t)$  і  $P_{i,j}(\mu,t), \tilde{P}_{i,j}(\tilde{\mu},t), A_{n,j}(\xi,t)$  та  $B_{n,j}(\mu,t)$  ( $i = \overline{1, n}, j = \overline{0, m}$ ) приходимо до таких задач

$$\begin{cases} \sigma_i(x) \frac{\partial c_{i,0}}{\partial t} + v \frac{\partial c_{i,0}}{\partial x} = -\frac{\partial \rho_{i,0}}{\partial t}, & \frac{\partial \rho_{i,0}}{\partial t} = -\alpha_i(x) \rho_{i,0}, \\ c_{i,0}|_{x=0} = \bar{c}_i(t), & c_{i,0}|_{t=0} = c_*(x), & \rho_{i,0}|_{x=0} = \bar{\rho}_i(t), & \rho_{i,0}|_{t=0} = \rho_*(x), \end{cases} \quad (5)$$

де  $\bar{c}_i(t) = c_*^*(t), \bar{\rho}_i(t) = \rho_*^*(t)$ , якщо  $i = 0$ ,  $\bar{c}_i(t) = c_{i-1,0}(L_{i-1}, t), \bar{\rho}_i(t) = \rho_{i-1,0}(L_{i-1}, t)$ , якщо  $i = \overline{1, n}$ ;

$$\begin{cases} \sigma_i(x) \frac{\partial c_{i,j}}{\partial t} + v \frac{\partial c_{i,j}}{\partial x} = W_{i,j}(x,t), & \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial t} = -\alpha_i(x) \rho_{i,j} + \Phi_{i,j}, \\ c_{i,j}|_{x=0} = 0, & c_{i,j}|_{t=0} = 0, & \rho_{i,j}|_{x=0} = 0, & \rho_{i,j}|_{t=0} = 0, \end{cases} \quad (6)$$

де  $W_{i,j}(x,t) = b_i \frac{\partial^2 c_{i,j-1}(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial t}, \Phi_{i,j}(x,t) = b_{*i} \frac{\partial^2 \rho_{i,j-1}(x,t)}{\partial x^2} + \beta_i(x) c_{i,j-1}(x,t);$

$$\begin{cases} b_{i-1} M''_{i,0\xi\xi}(\xi,t) + M'_{i,0\xi}(\xi,t) = 0, & M_{i,0}(\xi,t) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \\ b_i \tilde{M}''_{i,0\tilde{\xi}\tilde{\xi}}(\tilde{\xi},t) - \tilde{M}'_{i,0\tilde{\xi}}(\tilde{\xi},t) = 0, & \tilde{M}_{i,0}(\tilde{\xi},t) \xrightarrow{\tilde{\xi} \rightarrow -\infty} 0, \\ c_{i-1,j}(L_{i-}, t) + M_{i,0}(0_-, t) = c_{i,j}(L_{i+}, t) + \tilde{M}_{i,0}(0_+, t), \\ (c'_{i-1,0x}(L_{i-}, t) + M'_{i,0\xi}(0_-, t)) = \frac{b_i}{b_{i-1}} (c'_{i,0x}(L_{i-}, t) + \tilde{M}'_{i,0\xi}(0_+, t)); \end{cases} \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{*i-1} P''_{i,0\mu\mu}(\underline{\mu}, t) + P'_{i,0\mu}(\underline{\mu}, t) = 0, P_{i,0}(\underline{\mu}, t) \xrightarrow{\underline{\mu} \rightarrow \infty} 0, \\ b_{*i} \tilde{P}''_{i,0\tilde{\mu}\tilde{\mu}}(\tilde{\mu}, t) - \tilde{P}'_{i,0\tilde{\mu}}(\tilde{\mu}, t) = 0, \tilde{P}_{i,0}(\tilde{\mu}, t) \xrightarrow{\tilde{\mu} \rightarrow -\infty} 0, \\ \rho_{i-1,j}(L_{i-}, t) + P_{i,0}(0_-, t) = \rho_{i,j}(L_{i+}, t) + \tilde{P}_{i,0}(0_+, t), \\ \left( \rho'_{i-1,0x}(L_{i-}, t) + P'_{i,0\mu}(0_-, t) \right) = \frac{b_i}{b_{i-1}} \left( \rho'_{i,0x}(L_{i-}, t) + \tilde{P}'_{i,0\tilde{\mu}}(0_+, t) \right); \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{i-1} M''_{i,0\xi\xi}(\xi, t) + M'_{i,0\xi}(\xi, t) = m_i(\xi, t), M_{i,0}(\xi, t) \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \\ b_i \tilde{M}''_{i,0\tilde{\xi}\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}, t) - \tilde{M}'_{i,0\tilde{\xi}}(\tilde{\xi}, t) = \tilde{m}_i(\tilde{\xi}, t), \tilde{M}_{i,0}(\tilde{\xi}, t) \xrightarrow{\tilde{\xi} \rightarrow -\infty} 0, \\ c_{i-1,j}(L_{i-}, t) + M_{i,0}(0_-, t) = c_{i,j}(L_{i+}, t) + \tilde{M}_{i,0}(0_+, t), \\ \left( c'_{i-1,0x}(L_{i-}, t) + M'_{i,0\xi}(0_-, t) \right) = \frac{b_i}{b_{i-1}} \left( c'_{i,0x}(L_{i-}, t) + \tilde{M}'_{i,0\tilde{\xi}}(0_+, t) \right), i = \overline{1, n}; \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{*i-1} P''_{i,0\mu\mu}(\underline{\mu}, t) + P'_{i,0\mu}(\underline{\mu}, t) = p_i(\underline{\mu}, t), P_{i,0}(\underline{\mu}, t) \xrightarrow{\underline{\mu} \rightarrow \infty} 0, \\ b_{*i} \tilde{P}''_{i,0\tilde{\mu}\tilde{\mu}}(\tilde{\mu}, t) - \tilde{P}'_{i,0\tilde{\mu}}(\tilde{\mu}, t) = \tilde{p}_i(\underline{\mu}, t), \tilde{P}_{i,0}(\tilde{\mu}, t) \xrightarrow{\tilde{\mu} \rightarrow -\infty} 0, \\ \rho_{i-1,j}(L_{i-}, t) + P_{i,0}(0_-, t) = \rho_{i,j}(L_{i+}, t) + \tilde{P}_{i,0}(0_+, t), \\ \left( \rho'_{i-1,0x}(L_{i-}, t) + P'_{i,0\mu}(0_-, t) \right) = \frac{b_i}{b_{i-1}} \left( \rho'_{i,0x}(L_{i-}, t) + \tilde{P}'_{i,0\tilde{\mu}}(0_+, t) \right), i = \overline{1, n}, \end{array} \right. \quad (10)$$

де  $m_i(\xi, t) = I(j) P'_{ij-t} + I(j) \varepsilon^{\frac{j}{2}} P'_{ijt} + I(j+1) P'_{ijt} + \sigma(x) M'_{ij-t}$ ,

$\tilde{m}_i(\tilde{\xi}, t) = I(j) \tilde{P}'_{ij-t} + I(j) \varepsilon^{\frac{j}{2}} \tilde{P}'_{ijt} + I(j+1) \tilde{P}'_{ijt} + \sigma(x) \tilde{M}'_{ij-t}$ ,

$p_i(\underline{\mu}, t) = -\alpha_i P_i, \tilde{p}_i(\underline{\mu}, t) = -\alpha_i \tilde{P}_i, I(a) = \begin{cases} 0, & a - \text{парне}, \\ 1, & a - \text{непарне}; \end{cases}$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_j A''_{n,j,\xi\xi} + \nu A'_{n,j,\xi} = I(j) B'_{n,j-1,t} + I(j) \varepsilon^{\frac{j}{2}} B'_{n,j,t} + I(j+1) B'_{n,j,t} + \sigma_j(x) A'_{n,j-1,t}, \\ A_{n,j} \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, A'_{n,j,\xi}(L_j, t) = K_j(t); \end{array} \right. \quad (11)$$

$b_{*j}(x) B''_{n,j,\mu\mu} - \alpha_j(x) B_{n,j} - B'_{n,j,t} = 0, B_{n,j} \xrightarrow{\mu \rightarrow \infty} 0, B'_{n,j,\mu}(L_j, t) = H_j(t); I(a) = \begin{cases} 0, & a - \text{парне}, \\ 1, & a - \text{непарне}, \end{cases}$

$$K_j(t) = \begin{cases} 0, & j = m+1, \\ -c'_{n,j,x}(L_j, t), & j = 0, \dots, m, \end{cases} \quad H_j(t) = \begin{cases} 0, & j = m+1, \\ -\rho'_{n,j,x}(L_j, t), & j = 0, \dots, m. \end{cases}$$

В результаті розв'язання (5)-(6) маємо:

$$\rho_{i,0}(x, t) = Q_i(x, t) e^{-\alpha_i(x)t}, \quad \rho_{i,j}(x, t) = e^{-\alpha_i(x)t} \int_0^t \Phi_{i,j}(x, \tilde{t}) d\tilde{t},$$

$$c_{i,0}(x, t) = \begin{cases} \int_0^t \frac{W_{i,0}(x - v(t + \tilde{t}), \tilde{t}) e^{-\alpha_i(x - v(t + \tilde{t}))\tilde{t}}}{\sigma_i(x - v(t + \tilde{t}))} d\tilde{t} + S_i(x - vt, t), & t \leq \frac{x}{v}, \\ \frac{1}{v} \int_0^x \frac{W_{i,0}(\tilde{x}, t) e^{-\frac{\alpha_i(\tilde{x})}{v}(\tilde{x} - x + t)}}{\sigma_i(\tilde{x})} d\tilde{x} + S_i\left(x, t - \frac{x}{v}\right), & t > \frac{x}{v}, \end{cases}$$

$$Q_i(x, t) = \frac{b_{*i-1}}{b_{*i}} \rho_{i0}(x, t) + \rho_{i0}(L_i, t) \left(1 - \frac{b_{*i-1}}{b_{*i}}\right), \quad S_i(x, t) = \frac{b_{i-1}}{b_i} c_{i0}(x, t) + c_{i0}(L_i, t) \left(1 - \frac{b_{i-1}}{b_i}\right),$$

$$c_{i,j}(x, t) = \begin{cases} \int_0^t \frac{W_{i,j}(x - v(t + \tilde{t}), \tilde{t})}{\sigma_i(x - v(t + \tilde{t}))} d\tilde{t}, & t \leq \frac{x}{v}, \\ \frac{1}{v} \int_0^x \frac{W_{i,j}\left(\tilde{x}, \frac{1}{v}(\tilde{x} - x + t)\right)}{\sigma_i(\tilde{x})} d\tilde{x}, & t > \frac{x}{v}. \end{cases}$$

Розв'язки інших задач, як задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку та параболічних рівнянь із сталими коефіцієнтами, також легко одержати в явному вигляді (див., напр., [8]).

Для оцінки залишкових членів маємо задачу:

$$\begin{cases} \sigma_i(x) \frac{\partial R_{i,1}}{\partial t} + \frac{\partial R_{i,2}}{\partial t} + v \frac{\partial R_{i,1}}{\partial x} - \varepsilon b_i(x) \frac{\partial^2 R_{i,1}}{\partial x^2} = \varepsilon^{m+1} g_i(x, t), \\ \frac{\partial R_{i,2}}{\partial t} - \beta_i(x) R_{i,1} + \alpha_i(x) R_{i,2} - \varepsilon b_{*i}(x) \frac{\partial^2 R_{i,2}}{\partial x^2} = \varepsilon^{m+1} \tilde{g}_i(x, t, \varepsilon), \end{cases}$$

де  $g_i(x, t) = b_i \frac{\partial^2 c_{i,m}}{\partial x^2} - \sigma_i(x) \left( \frac{\partial M_{i,m}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{M}_{i,m}}{\partial t} \right),$

$$\tilde{g}_i(x, t, \varepsilon) = \beta_i(x) c_{i,m} + \beta_i(x) M_{i,m+1} + \varepsilon \beta_i(x) (M_{i,m+1} + \tilde{M}_{i,m+1}) + b_{*i} \frac{\partial^2 \rho_{i,m}}{\partial x^2} + b_{*i}(x) \left( \frac{\partial^2 P_{i,m+1}}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 \tilde{P}_{i,m+1}}{\partial \tilde{\mu}^2} \right),$$

$$\begin{aligned} R_{i,1}(0, t, \varepsilon) &= R_{i,1}(L_i, t, \varepsilon) = R_{i,1}(x, 0, \varepsilon) = R_{i,2}(0, t, \varepsilon) = \\ &= R_{i,2}(L_i, t, \varepsilon) = R_{i,2}(x, 0, \varepsilon) = O(\varepsilon^{m+1}), \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

Вимагаючи достатньої гладкості початкової і граничних умов та коефіцієнтів системи рівнянь (1), а також їх узгодженості у точках  $x = L_i$ , на основі принципу максимуму приходимо до справедливості такого твердження:  $R_{i,k}(x, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{m+1})$  ( $i = \overline{1, n}, k = 1, 2$ ).

**Результати числових розрахунків.** Одна з основних причин, з яких для очистки рідин використовуються багат шарові фільтри з неоднорідним завантаженням - це необхідність у вирівнюванні розподілу осаду по його висоті. "Ідеальне" вирівнювання розподілу осаду, очевидно, може бути досягнуте за допомогою фільтрів з неперервно неоднорідним завантаженням. Отже, чим більше фільтруючих шарів, тим вища точність апроксимації. Проте зростання їх числа супроводжується рядом негативних наслідків. Зокрема, різким ускладненням якісної регенерації завантаження. Як наслідок, у більшості випадків кількість фільтруючих шарів не перевищує чотирьох.

Двошарові та тришарові фільтри фактично є найпростішою практичною реалізацією фільтрів, робота яких раціоналізується за рівністю часу захисної дії та часу граничного напору при більш "рівномірному" (в порівнянні з однорідними фільтрами) розподілі осаду за висотою завантаження. Наведемо результати розрахунків за

формулами (4) при  $\rho_{*}^{*}(t) = 0, \quad \rho_{*}(x) = 0.5e^{-x^2}, \quad c_{*}^{*}(t) = \frac{1}{1+t^2}, \quad c_{*}(x) = \frac{1}{1+x^2},$   
 $\beta_1 = 0.029 \text{ (сек}^{-1}\text{)}, \quad a_1 = 18000^{-1} \text{ (сек}^{-1}\text{)}, \quad \beta_2 = 0.97 \text{ (сек}^{-1}\text{)}, \quad a_2 = 19000^{-1} \text{ (сек}^{-1}\text{)},$

$$\beta_3 = 1.43 \text{ (сек}^{-1}\text{)}, \quad a_3 = \frac{1}{20000} \text{ (сек}^{-1}\text{)}, \quad \sigma_1(x) = 0.8, \quad \sigma_2(x) = 0.5, \quad \sigma_3(x) = 0.3,$$

$$v = 360^{-1} \text{ (м/сек)}, \quad L_1 = 1 \text{ м}, \quad L_2 = 3 \text{ м}, \quad L = 5 \text{ м}.$$

**Висновок.** З результатів розрахунків, показаних на рис. 1-2, бачимо, що більша частина бруду (грубо дисперсна фракція частинок суспензії) затримується у перших шарах фільтра. Це пов'язано із зміною пористості завантаження фільтра (характеру засипки фільтра). Із збільшенням часу фільтрування розподіл осаду у завантаженні майже не змінюється. Також відзначимо, що проведений на основі (4) аналіз процесів масопереносу у  $n$ -шарових фільтрах дозволяє показати їх інші переваги в порівнянні з одношаровими фільтрами, зокрема знайти оптимальні час захисної дії фільтра та час граничного напору, довжину фільтра. У **перспективі** – поширення запропонованої методики на відповідні нелінійні задачі, задачі із запізненням, а також аналогічні двовимірні і тривимірні задачі для каркасно-засипних фільтрів.

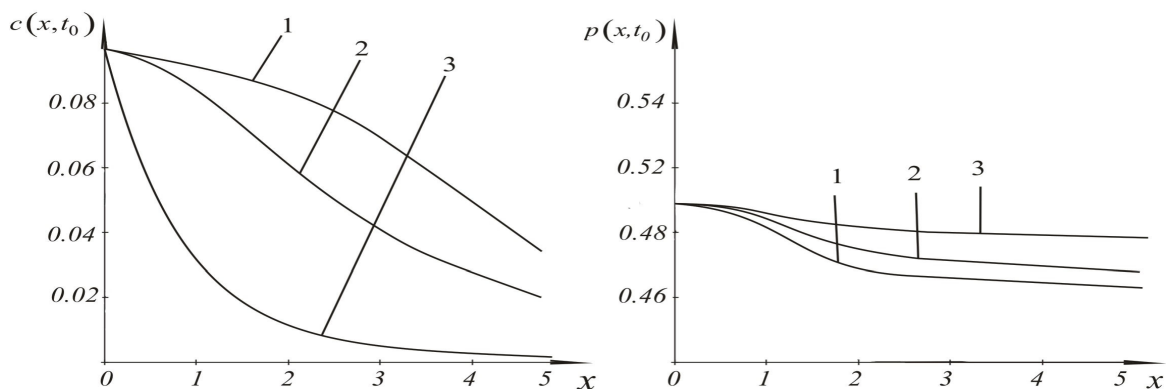


Рисунок 1 - Розподіл концентрацій у одно-, дво- і тришаровому фільтрі відповідно (1 - одношаровий, 2 – двошаровий, 3 – тришаровий фільтр) при  $t_0 = 3$

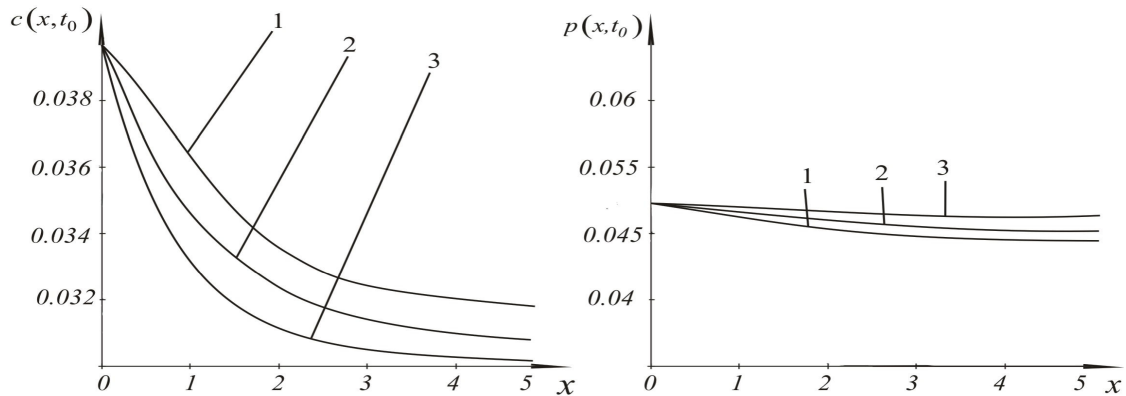


Рисунок 2 - Розподіл концентрацій у одно-, дво- і тришаровому фільтрі відповідно (1 - одношаровий, 2 – двошаровий, 3 – тришаровий фільтр) при  $t_0 = 5$

### Література

1. Аюкаев Р.И., Грабовский П.А., Ларкина Г.М. Пути интенсификации работы фильтровальных сооружений // Химия и технологии воды. – 1991. – Т.13, №11. – С. 1041-1047.
2. Мельцер В.З., Филькенштейн В.В. К расчету многослойных фильтрующих загрузок. – В кн.: Перспективные методы очистки природных и промышленных вод. Куйбышев, 1981. – С. 134-139.
3. Ярошевская Н.В., Кульский Л.А. Метод расчета многослойного фильтра и контактного осветлителя // Химия и технол. воды. – 1985. – Т.7, №4. – С. 3-5.
4. Жуховицкий А.А., Забежинский Я.Л., Тихонов А.Н. Поглощение газа из тока воздуха слоем зернистого материала // Журн. физ. химии. – 1945. – Т.19, вып 6. – С. 253-261.
5. Минц Д.М. Теоретические основы технологии очистки воды. – М.: Стройиздат, 1964. – 156с.
6. Веницианов Е.В., Рубинштейн Р.Н. Динамика сорбции из жидких сред. – М.: Наука, 1983. – 237 с.
7. Бомба А.Я., Присяжнюк І.М., Сафоник А.П. Закономірності фільтрування з урахуванням дифузії //

Вісник Тернопільського державного технічного університету імені І. Пулюя. – 2007.– Т.12, №2.– С.146–152.

8. Бомба А.Я., Присяжнюк І.М., Сафоник А.П. Моделювання процесів очищення стічної води на каркасно-засипних фільтрах з урахуванням зворотного впливу // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2007. – Вип. 6.– С. 101-108.
9. Сафоник А.П. Нелінійні сингулярно збудені математичні моделі процесів // Волинський математичний вісник. Серія: Прикладна математика. – 2007. – Вип. 4(13).– С. 119–128.

*Одержано 25.11.2008 р.*