

УДК 539.3

Н. Шевцова; А. Сяський, докт. техн. наук

Рівненський державний гуманітарний університет

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ПЛАСТИН З КРИВОЛІНІЙНИМИ КОНТУРАМИ І РОЗІМКНЕНИХ ПРУЖНИХ РЕБЕР ПРИ ЇХ НЕСИМЕТРИЧНОМУ СПОЛУЧЕННІ

Побудовано диференціальний варіант граничних умов задачі про несиметричне сполучення нескінченної ізотропної пластинки з круговим отвором і круглого диска за допомогою розімкнених тонких пружних ребер. Розроблено методику розрахунку напруженого стану в складеній пластинці, яка перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану і циліндричного згину на нескінченності.

Ключові слова: складена пластинка, несиметричне підсилення, сингулярні інтегральні рівняння, напружено-деформований стан.

N. Shevtsova, A. Syasky

CONTACT INTERACTION PLATES WITH CURVILINEAR CONTOUR AND DISCONNECTED ELASTIC RIBS BY THEIR ASYMMETRIC JOINT

The differential variant of limiting conditions of the problem for asymmetric joint infinite isotropic plate with circular hole and circular disk through the disconnected thin elastic ribs is built. The method of calculated mode of deformation in jointed plate which to be in generalized plane stress and cylindrical bending at infinity is developed.

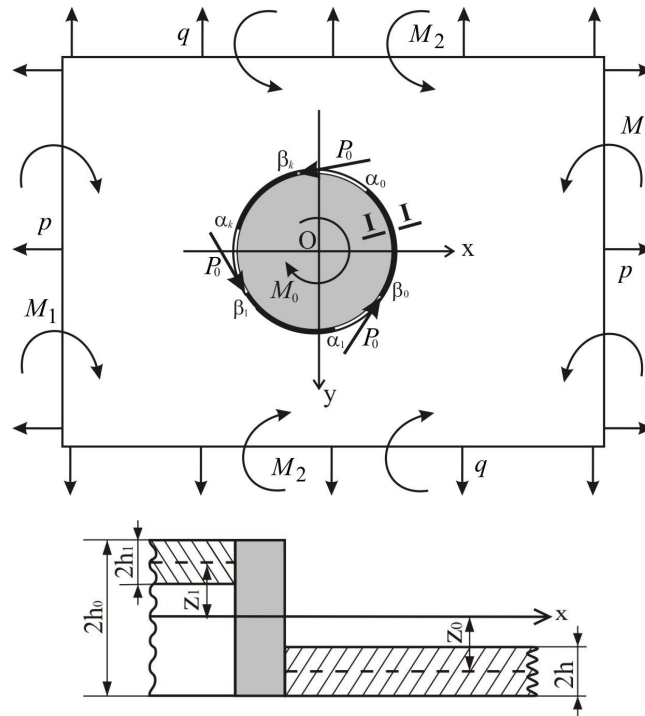
Key words: jointed plate, asymmetrical strengthening, singular integral equations, mode of deformation.

Пластинки з отворами, контури яких підсилені розімкненими пружними ребрами, знаходять широке застосування в машинобудуванні і будівництві [1]. Будучи розсіювачами концентрації напружень на контурі отвору, підсилювальні ребра дозволяють передавати через них до пластинки зосереджене силове і моментне навантаження [2, 3, 4].

У багатьох випадках практики через конструктивні чи технологічні причини підсилювальні елементи розміщуються несиметрично відносно середньої площини пластинки [5]. Незалежно від зовнішнього навантаження у цих випадках пластинка одночасно перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану і циліндричного згину, в результаті чого виникає клас нових задач про часткове несиметричне підсилення криволінійних контурів пластинок тонкими пружними ребрами змінної жорсткості [6]. Такі задачі складають основу розрахунку складених кусково-однорідних пластин та пластин з видавками. У спрощеній постановці окремі з них розглянуто в роботі [7].

1. Постановка задачі. Граничні умови. Розглянемо нескінченну ізотропну пластинку товщиною $2h$ з круговим отвором радіусом $\rho_0 = 1$ і пружний круглий диск товщиною $2h_1$ такого ж радіуса, які несиметрично з'єднані між собою за допомогою системи N однакових тонких пружних ребер сталого поперечного перерізу $2h_0 \times b_0$ (b_0 – ширина ребра, $2h_0$ – його висота). Не порушуючи загальності, вважаємо, $2h_0 > h_1 + h$.

Систему прямокутних (x, y, z) і полярних (ρ, λ) координат оберемо так, як показано на рис. 1. Площина Oxy співпадає з площиною спільної осі підсилень і віддалена від середніх площин пластинки і диска відповідно на величини z_0 і z_1 . Вісь Oz спрямована вниз.



Розріз I-I

Рисунок 1 - Розрахункова схема складеної пластинки

З'єднувальні елементи рівномірно розподілені в зоні сполучення пластинки та диска і займають ділянку $\gamma \equiv \gamma_1 \equiv [\alpha_0; \beta_0] \cup [\alpha_1; \beta_1] \cup \dots \cup [\alpha_{N-1}; \beta_{N-1}]$.

У центрі диска прикладено пару сил з моментом M_0 , який діє в його середній площині. До центру торця кожного підсилення, що визначається полярним кутом $\beta_k = \beta_0 + \frac{2\pi k}{N}$ ($k = 0, 1, \dots, N-1$), прикладено перпендикулярну силу P_0 . Пластинка перебуває в умовах однорідного напруженого стану на нескінченності.

Підсилювальні елементи будемо моделювати тонкими пружними лініями, наділеними жорсткостями на розтяг (стиск) $E_0 F_0$ і згин A в площині їх спільної осі, яку позначимо через $\tilde{\gamma}$. Циліндричну поверхню, яка проходить через $\tilde{\gamma}$, перпендикулярно до площини Oxy , позначимо через S . При цьому будемо вважати, що зусилля і моменти, які діють між пластинками і підсиленнями, задовольняють другий закон Ньютона. Крім того, будемо, як і в [7], вважати, що взаємодія між пластинками і ребрами жорсткості відбувається на поверхні S .

Умовно відділимо підсилення від пластинки і диска, замінивши дію останніх невідомими контактними зусиллями $T_\rho, S_{\rho\lambda}, T_\rho^{(1)}, S_{\rho\lambda}^{(1)}$ і моментами $M_\rho, P, M_\rho^{(1)}, P^{(1)}$. Їх додатні напрямки зображено на рис. 2а. Тут і надалі величини, відзначені індексом 1, відносяться до диска.

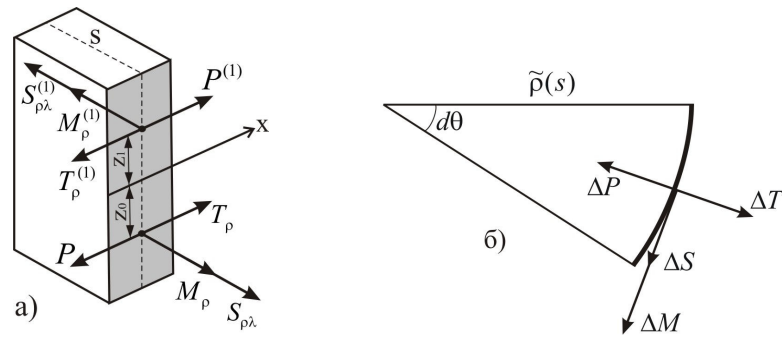


Рисунок 2 - Схема навантаження підсилення
а) нормальний переріз, б) елемент осі підсилення

Розглянемо рівновагу виділеного елемента осі підсилення під дією зведених до неї зусиль $\Delta T = T_p - T_p^{(1)}$, $\Delta S = S_p - S_p^{(1)}$ і моментів $\Delta M = M_p - M_p^{(1)} + z_0 T_p + z_1 T_p^{(1)}$, $\Delta P = P - P^{(1)} + z_0 S_{p\lambda} + z_1 S_{p\lambda}^{(1)}$ (рис. 2б).

На підставі співвідношень Кірхгофа [7] умови рівноваги цього елемента запишемо у вигляді

$$\Delta T = E_0 F_0 \varepsilon_\lambda^c; \quad \Delta S = -\frac{\partial}{\partial \lambda} \Delta T; \quad \Delta M = -AX^c; \quad \Delta P = -\frac{\partial}{\partial \lambda} \Delta M, \quad (1)$$

де ε_λ^c , X^c – відносне видовження і зміна кривини підсилення в площині його осі.

Умови сумісного деформування пластинки, підсилення і диска вибираємо у вигляді рівності відносних видовжень та кутів повороту головних нормалей до контурів γ і γ_1 спільних волокон пластинок і підсилення, віддалених від площини Oxy на однакову відстань z .

Відповідно до гіпотези жорсткої бінормалі підсилення [7] ці умови можна записати у вигляді

$$\varepsilon_\lambda + (z_0 - z)X = \varepsilon_\lambda^c - zX^c; \quad V - (z_0 - z)X = V^c + zY^c; \quad z_0 - h \leq z \leq z_0 + h. \quad (2)$$

$$\varepsilon_\lambda^{(1)} - (z_1 + z)X^{(1)} = \varepsilon_\lambda^c - zX^c; \quad V_1 + (z_1 + z)Y^{(1)} + C_0 = V^c + zY^c; \quad -z_1 - h_1 \leq z \leq -z_1 + h_1. \quad (3)$$

Тут ε_λ , V , X , Y – компоненти деформації контуру отвору в пластинці; $\varepsilon_\lambda^{(1)}$, V_1 , $X^{(1)}$, $Y^{(1)}$ – те ж саме на контурі диска; V^c , Y^c – кут повороту головної нормалі і кут закручування осі підсилення; C_0 – кут повороту диска відносно його центра як жорсткого цілого.

Залежності (2), (3) повинні виконуватися для всіх z із вказаних проміжків, тому, порівнюючи коефіцієнти при однакових степенях z , знаходимо

$$\varepsilon_\lambda^c = \varepsilon_\lambda + z_0 X; \quad X^c = X; \quad V^c = V - z_0 Y; \quad Y^c = Y; \quad z_0 - h \leq z \leq z_0 + h. \quad (4)$$

$$\varepsilon_\lambda^c = \varepsilon_\lambda^{(1)} - z_1 X^{(1)}; \quad X^c = X^{(1)}; \quad V^c = V_1 + z_1 Y^{(1)} + C_0; \quad Y^c = Y^{(1)}; \quad -z_1 - h_1 \leq z \leq -z_1 + h_1. \quad (5)$$

Підставляючи (4), (5) в (1), одержимо диференціальний варіант граничних умов задачі про несиметричне сполучення нескінченної пластинки з круговим отвором і круглого пружного диска за допомогою розімкнених пружних ребер

$$T_p - T_p^{(1)} = E_0 F_0 (\varepsilon_\lambda + z_0 X); \quad S_{p\lambda} - S_{p\lambda}^{(1)} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} (T_p - T_p^{(1)});$$

$$\begin{aligned}
 M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 T_\rho + z_1 T_\rho^{(1)} &= -AX; \\
 P - P^{(1)} + z_0 S_{\rho\lambda} + z_1 S_{\rho\lambda}^{(1)} &= -\frac{\partial}{\partial \lambda} (M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 T_\rho + z_1 T_\rho^{(1)}); \\
 T_\rho - T_\rho^{(1)} &= E_0 F_0 (\varepsilon_\lambda^{(1)} - z_1 X^{(1)}); \quad V = V_1 + (z_0 + z_1)Y + C_0; \\
 M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 T_\rho + z_1 T_\rho^{(1)} &= -AX^{(1)}; \quad Y = Y^{(1)}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Граничні умови (6) відрізняються від відповідних умов [7] наявністю додаткової гіпотези про жорсткість головної нормалі підсилення.

Крім співвідношень (6), повинні виконуватися умови рівноваги диска і підсилень як жорстких цілих

$$\begin{aligned}
 \int_{\gamma_1} [T_\rho^{(1)}(t) + iS_{\rho\lambda}^{(1)}(t)] e^{it} dt &= 0; \quad \int_{\gamma_1} S_{\rho\lambda}^{(1)}(t) dt = -M_0; \quad \int_{\gamma_1} [M_\rho^{(1)}(t) + iP^{(1)}(t)] e^{it} dt = 0; \\
 \int_{\alpha_k}^{\beta_k} [(T_\rho(t) - T_\rho^{(1)}(t)) + i(S_{\rho\lambda}(t) - S_{\rho\lambda}^{(1)}(t))] e^{it} dt &= iP_0 e^{i\beta_k}; \\
 \int_{\alpha_k}^{\beta_k} [(M_\rho(t) - M_\rho^{(1)}(t) + z_0 T_\rho(t) + z_1 T_\rho^{(1)}(t)) + \\
 + i(P(t) - P^{(1)}(t) + z_0 S_{\rho\lambda}(t) + z_1 S_{\rho\lambda}^{(1)}(t))] e^{it} dt &= 0, \quad (k = 0, 1, \dots, N-1).
 \end{aligned} \tag{7}$$

Якщо в (6), (7) покласти $M_\rho^{(1)} = P^{(1)} = T_\rho^{(1)} = S_{\rho\lambda}^{(1)} = 0$, то одержимо граничні умови задачі про часткове підсилення кругового отвору в пластинці системою однакових несиметричних ребер сталої жорсткості [6].

При $M_\rho = P = T_\rho = S_{\rho\lambda} = 0$ співвідношення (6), (7) визначають граничні умови для круглого диска з частково підсиленням контуром.

Покладаючи в (6), (7) $z_0 = z_1 = 0$, знаходимо граничні умови задачі про симетричне сполучення пластинки і диска за допомогою розімкнених ребер сталої жорсткості [8].

Вважаючи в (6), (7) $\beta_0 - \alpha_0 = 2\pi$, одержимо граничні умови задачі про несиметричне сполучення нескінченної пластинки з круговим отвором і круглого диска за допомогою тонкого замкнутого пружного кільця [7].

2. Основи розрахунку пластинок з круговими в плані видавками. Розглянемо циліндричну структуру, яка складається з нескінченної ізотропної пластинки з круговим отвором радіусом $\rho_0 = 1$ і пружного круглого диска, які несиметрично з'єднані між собою за допомогою тонкого пружного циліндричного кільця перерізом $2h_0 b_0$.

Пластинка перебуває в умовах однорідного напруженого стану на нескінченності.

З'єднувальне кільце моделюємо пружною лінією, жорсткістю якої на згин в площині його осі та кручення нехтуємо. Вісь кільця зміщена відносно середніх площин пластинки і диска на величину z_0 .

2.1. Система інтегрально-диференціальних рівнянь. Компоненти тензора деформації контурів γ і γ_1 пластинки і диска, згідно з [6], визначаються за формулами

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_\lambda &= \frac{1}{2Eh} \left\{ (1-\nu)T_\rho(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T_\rho(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \tilde{\varepsilon}_\lambda^0 \right\}; \\
 V &= \frac{1}{2Eh} \left\{ (1-\nu)S_{\rho\lambda}(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{\rho\lambda}(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T_\rho(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \tilde{V}^0 \right\};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{k}{3+\nu} \left\{ (1+\nu)M_\rho(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_\rho(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + X_0^* \right\}; \\
 Y &= -\frac{k}{3+\nu} \left\{ (1+\nu)P(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_\rho(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt - Y_0^* \right\}; \\
 \varepsilon_\lambda^{(1)} &= \frac{1}{2E_1 h_1} \left\{ (1-\nu_1)T_\rho^{(1)}(\lambda) - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{\rho\lambda}^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt \right\}; \\
 V^{(1)} &= \frac{1}{2E_1 h_1} \left\{ (1-\nu_1)S_{\rho\lambda}^{(1)}(\lambda) + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T_\rho^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt \right\}; \\
 X^{(1)} &= \frac{k_1}{3+\nu_1} \left\{ (1+\nu_1)M_\rho^{(1)}(\lambda) - \frac{2}{(1+\nu_1)\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_\rho^{(1)}(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt \right\}; \\
 Y^{(1)} &= -\frac{k_1}{3+\nu_1} \left\{ (1+\nu_1)P^{(1)}(\lambda) - \frac{1+\nu_1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P^{(1)}(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_\rho^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt \right\}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Тут

$$\begin{aligned}
 \tilde{\varepsilon}_\lambda^0 &= (p+q) - 2(p-q) \cos 2\lambda; \quad \tilde{V}^0 = 2(p-q) \sin 2\lambda; \\
 X_0^* &= -\frac{3+\nu}{1+\nu} (M_1 + M_2) - 2(M_2 - M_1) \cos 2\lambda; \quad Y_0^* = -2(M_2 - M_1) \sin 2\lambda.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Умови рівноваги диска і підсилення (7) при заданому навантаженні виконуються тотожно.

Підставляючи (8) в граничні умови (6) при $z_1 = z_0$, одержимо систему восьми інтегрально-диференціальних рівнянь з ядрами Гільберта для визначення контактних зусиль і моментів на лініях спаю пластинки і кільця та диска і кільця

$$\begin{aligned}
 T_\rho - T_\rho^{(1)} &= \frac{E_0 F_0}{2Eh} \left[(1-\nu)T_\rho - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T_\rho(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{\rho\lambda}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \tilde{\varepsilon}_\lambda^0 \right] - \\
 &- \frac{3z_0}{h_0^2} \left[M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 (T_\rho + T_\rho^{(1)}) \right]; \quad S_{\rho\lambda} - S_{\rho\lambda}^{(1)} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} (T_\rho - T_\rho^{(1)}); \\
 M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 (T_\rho + T_\rho^{(1)}) &= -\frac{Ak}{3+\nu} \left[(1+\nu)M_\rho + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_\rho(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + X_0^* \right]; \\
 P - P^{(1)} + z_0 (S_{\rho\lambda} + S_{\rho\lambda}^{(1)}) &= -\frac{\partial}{\partial \lambda} \left[M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 (T_\rho + T_\rho^{(1)}) \right]; \\
 T_\rho - T_\rho^{(1)} &= \frac{E_0 F_0}{2E_1 h_1} \left[(1-\nu_1)T_\rho^{(1)} - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{\rho\lambda}^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt \right] + \\
 &+ \frac{3z_0}{h_0^2} \left[M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 (T_\rho + T_\rho^{(1)}) \right]; \\
 M_\rho - M_\rho^{(1)} + z_0 (T_\rho + T_\rho^{(1)}) &= -\frac{Ak_1}{3+\nu_1} \left[(1+\nu_1)M_\rho^{(1)} - \right. \\
 &- \left. \frac{2}{(1+\nu_1)\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_\rho^{(1)}(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt \right]; \\
 (1-\nu)S_{\rho\lambda} - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{\rho\lambda}(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T_\rho(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + \tilde{V}^0 &=
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{Eh}{E_1 h_1} \left[(1 - \nu_1) S_{\rho\lambda}^{(1)} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_{\rho\lambda}^{(1)}(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T_{\rho}^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda - t}{2} dt \right] - \\
 &- \frac{4Eh k_1 z_0}{3 + \nu_1} \left[(1 + \nu_1) P^{(1)} - \frac{1 + \nu_1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P^{(1)}(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_{\rho}^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda - t}{2} dt \right]; \\
 &(1 + \nu) P + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_{\rho}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda - t}{2} dt - Y_0^* = \\
 &= \frac{k_1(3 + \nu)}{k(3 + \nu_1)} \left[(1 + \nu_1) P^{(1)} - \frac{1 + \nu_1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P^{(1)}(t) dt - \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} M_{\rho}^{(1)}(t) \operatorname{ctg} \frac{\lambda - t}{2} dt \right].
 \end{aligned}$$

Стала C_0 при заданому навантаженні дорівнює нулю.

Якщо розв'язок системи (10) стане відомим, то величини T_{λ} , M_{λ} , $H_{\rho\lambda}$, $T_{\lambda}^{(1)}$, $M_{\lambda}^{(1)}$, $H_{\rho\lambda}^{(1)}$ на контрах γ і γ_1 можна визначити за формулами [6, 8].

При $E_1 = E$, $h_1 = h = b_0$, $\nu_1 = \nu$ циліндрична структура вироджується в нескінченну пластинку з круговою в плані видавкою. Задачі такого класу в спрощеній постановці розглянуто в [7].

2.2. Результати числового розрахунку. Враховуючи симетрію задачі відносно координатних осей та співвідношення (9), загальний розв'язок задачі (10) вибираємо у вигляді

$$\begin{aligned}
 T_{\rho}(\lambda) &= A_0 + A_2 \cos 2\lambda; & S_{\rho\lambda}(\lambda) &= B_2 \sin 2\lambda; \\
 M_{\rho}(\lambda) &= C_0 + C_2 \cos 2\lambda; & P(\lambda) &= D_2 \sin 2\lambda; \\
 T_{\rho}^{(1)}(\lambda) &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_2 \cos 2\lambda; & S_{\rho\lambda}^{(1)}(\lambda) &= \tilde{B}_2 \sin 2\lambda; \\
 M_{\rho}^{(1)}(\lambda) &= \tilde{C}_0 + \tilde{C}_2 \cos 2\lambda; & P^{(1)}(\lambda) &= \tilde{D}_2 \sin 2\lambda.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Підстановка (11) в систему рівнянь (10) з врахуванням співвідношення [9]

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \begin{Bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{Bmatrix} \operatorname{ctg} \frac{\lambda - t}{2} dt = 2 \begin{Bmatrix} \sin m\lambda \\ -\cos m\lambda \end{Bmatrix} \tag{12}$$

та порівняння коефіцієнтів при однакових $\cos m\lambda$, $\sin m\lambda$ ($m = 0, 2$) приводить до системи 12 лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення сталих з (11).

Якщо розв'язок цієї системи стане відомим, то контактні напруження визначаються за формулами (11), а компоненти деформації контурів пластинки і диска із співвідношень (8), (9).

Для складеної ізотропної пластинчастої структури з параметрами

$$\frac{b_0}{\rho_0} = 0.05; \quad \frac{h_0}{h} = 3; \quad \frac{h}{h_1} = 1$$

досліджено вплив на напружений стан на контурі отвору пластинки і контурі диска несиметричності з'єднувального кільця, його відносної жорсткості та виду зовнішнього навантаження.

Результати розрахунку максимальних силових та моментних напружень подано в таблицях 1, 2. Для кожного з напружень у круглих дужках наведено значення полярного кута, для якого це напруження визначено.

Висновки. Із наведених результатів видно, що несиметрія з'єднувального кільця суттєво впливає на напружений стан пластинки і диска. Цей вплив збільшується у випадку циліндричного згину складеної пластинки в порівнянні з випадком узагальненого плоского напруженого стану.

Якщо пластинка перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану, то найбільші контактні силові напруження в пластинці і диску зменшуються зі збільшенням $\frac{z_0}{h_0}$, в той же час кільцеві силові напруження збільшуються. Вплив несиметричності підсилювального кільця на величину моментних напружень незначний. При циліндричному згині пластинки несиметрія кільця суттєво впливає як на моментні, так і на силові напруження.

Вплив відносної жорсткості диска і підсилювального кільця проявляється так само, як і при симетричному сполученні пластинки і диска.

Одержані результати для окремих випадків добре узгоджуються з результатами, наведеними в [7].

Література

1. А. Сяський, Ю. Батишкіна. Часткове симетричне підсилення криволінійного отвору в нескінченній пластинці // Вісник ТДТУ. – № 2. – 2004. – С. 5 – 12.
2. А. Сяський, Ю. Батишкіна. Передача сил до криволінійного отвору нескінченної пластинки стрижнями змінної жорсткості // Машинознавство. – 2004. – № 6 (84). – С. 21 – 26.
3. Сяський А.О., Батишкіна Ю.В. Передача обертового моменту до криволінійного отвору нескінченної пластинки через систему стрижнів змінної жорсткості // Наукові нотатки. – Луцьк: ЛТДУ. – 2004. – Вип. 12. – С. 331 – 339.
4. А. Сяський, С. Комбель. Теоретичні основи уточненого розрахунку шліцьових з'єднань // Машинознавство. – 2003. – № 4 (70). – С. 27 – 33.
5. Т.Л. Мартынович, В.В. Божидарник, Ю.М. Максимович. Влияние эксцентриситета подкрепления контура отверстия на напряженное состояние в изотропной пластинке // Механика полимеров. – №2. – 1974. – С.285 – 293.
6. А. Сяський, Н. Шевцова. Контактна взаємодія пластин з криволінійними отворами і розімкнених несиметричних ребер змінної жорсткості // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Т. 11, № 3. – 2006. – С.20 – 26.
7. Г.Н. Савин, Н.П. Флейшман. Пластинки и оболочки с ребрами жесткости. – К.: Наукова думка, 1964. – 384 с.
8. А.А. Сяський, В.А. Сяський. Напряженное состояние кусочно-однородной пластинки с упругим включением // Прикл. механика. – 1983. – Т. 19, № 5. – С. 94 - 99.
9. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. – М.: Наука, 1977. – 640с.

Одержано 10.04.2009 р.