

УДК 539.43

Л. Матохнюк<sup>1</sup>, канд. техн. наук; А. Бялонович<sup>1</sup>, канд. техн. наук;  
А. Войналович<sup>2</sup>, канд. техн. наук; Д. Кофто<sup>2</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup>Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины

<sup>2</sup>Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ МАТЕРИАЛОВ НА БОЛЬШИХ БАЗАХ НАГРУЖЕНИЯ

**Резюме.** Исследовано влияние температуры, концентрации напряжений, структуры материала, состояния поверхности, асимметрии циклов на характеристики сопротивления усталости в широком диапазоне частот нагружения. Показано, что при идентичности условий испытаний относительное количественное влияние большинства конструкционных, технологических и эксплуатационных факторов одинаково при всех частотах нагружения. На основании анализа основных физических процессов, происходящих в металлическом материале при воздействии циклических нагрузок, предложена модель формирования и развития областей локальной пластической деформации. Получено уравнение состояния материала для момента времени, непосредственно предшествующего старту усталостной трещины, в котором учитывается частота циклического нагружения в явном виде как фактор, непосредственно влияющий на скорость накопления повреждений. Уравнение является основой для прогнозирования характеристик сопротивления усталости, в том числе на больших базах нагружения, при различных, включая низкие, частотах по результатам высокочастотных испытаний.

**Ключевые слова:** предел выносливости, частота нагружения, база испытаний, концентратор напряжений, асимметрия циклов, режим термообработки, локальные пластические деформации, дислокационная структура, просвечивающая электронная микроскопия, Фурье-анализ изображений, поверхностная энергия.

L. Matokhniuk, A. Bialonovich, O. Voynalovich, D. Kofto

## PREDICTION OF FATIGUE RESISTANCE CHARACTERISTICS OF MATERIALS ON LARGE LOADING BASES

**Summary.** Effects of temperature, stress concentration, material structure, surface conditions and stress ratio on characteristics of fatigue resistance are investigated under high-, and low-frequency cyclic loading conditions. It is shown that under identical test conditions the relative quantitative effects of the majority of structural, technological and operational factors are the same for all loading frequencies. A model of formation and development of local plastic strain regions is proposed on the basis of an analysis of the main physical processes taking place in a metallic material under the action of cyclic loads. An equation of material state for the instant of time directly preceding fatigue crack initiation has been derived, in which cyclic loading frequency in explicit form as a factor directly affecting the damage accumulation rate. The equation is the basis for the prediction of fatigue resistance characteristics, large loading bases as well, at different frequencies, including low ones, from high-frequency test data. Experimental verification is in good agreement with the calculation results.

**Key words:** fatigue limit, loading frequency, loading base, stress concentrator, cycle asymmetry, thermal treatment conditions, local plastic strains, dislocation structure, transmission electron microscopy, Fourier analysis of images, surface energy.

**Постановка проблемы.** Проблема усталости металлов и элементов конструкций в области долговечности, превышающей  $10^9$  циклов нагружения, обусловлена особенностями эксплуатации изделий энергетического машиностроения, авиастроения и других отраслей промышленности. При числе циклов более  $10^8 \dots 10^9$  могут происходить разрушения при напряжениях значительно ниже установленного для этого материала предела выносливости на базе порядка  $10^7$  циклов [1 – 3 и др.].

Учитывая требования повышения ресурса изделий при одновременном сокращении сроков и затрат на этапах проектирования и производства, необходимо иметь данные о поведении применяемых материалов в условиях циклического нагружения в течение предусмотренных сроков эксплуатации. Однако получить экспериментальные кривые усталости на указанных базах испытаний при рабочих частотах, составляющих единицы или десятки герц, оказывается практически нереальным. Для проведения испытаний на базе более  $10^9$  циклов с частотами, предусмотренными действующими стандартами, т.е. составляющими десятки герц, потребуется несколько лет непрерывной работы испытательного оборудования. Очевидно, что единственным реальным способом получения экспериментальных характеристик сопротивления усталости материалов на требуемых базах являются высокочастотные испытания. Однако при этом возникает вопрос о правомерности перенесения результатов высокочастотных испытаний на другие условия нагружения.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Обоснованию применимости методов высокочастотного нагружения для определения влияния различных конструкционных, технологических факторов, структурного состояния металлических материалов на характеристики сопротивления усталости уделяли много внимания в работах, проводимых Институтом проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины [4 – 6 и др.]. Показано, что при соблюдении идентичности формы и размеров образцов, условий испытаний относительное количественное влияние большинства конструкционных, технологических и эксплуатационных факторов одинаково при всех частотах нагружения.

**Постановка задачи.** Анализ результатов исследования влияния различных факторов на характеристики сопротивления усталости при испытаниях, проведенных в широком диапазоне частот нагружения. Разработка физически обоснованной модели накопления усталостных повреждений, учитывающей частоту нагружения с целью прогнозировать характеристики сопротивления усталости на больших базах нагружения и эксплуатационных частотах по результатам высокочастотных испытаний.

**Методы исследования.** Экспериментальные исследования сопротивления усталости различных металлических материалов провели в широком диапазоне частот – от единиц герц до 10 кГц. Для испытаний с частотами единицы герц применяли машину с механическим нагружающим устройством, с частотами от 80 до 300 Гц – машину с электромагнитным силовозбудителем, с частотами 300...3000 Гц – электродинамический вибростенд, с частотой 10 кГц – установку с магнитоэлектрическим возбудителем колебаний. Все испытательные машины были снабжены устройствами для автоматического поддержания параметров нагрузки, погрешность измерения и стабилизации амплитуды нагрузки не превышала 3%. Для исключения влияния формы и размеров образцов на сопротивление усталости испытания на всех частотах нагружения проводили на одинаковых образцах.

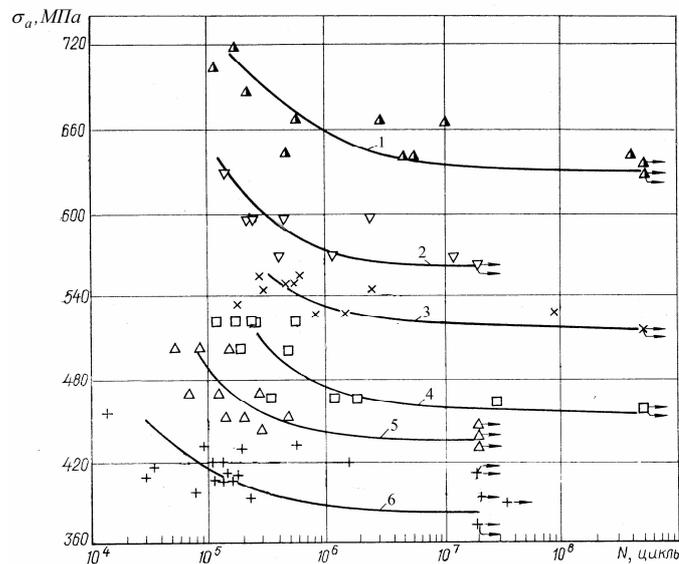
Были проведены эксперименты по определению применимости методов высокочастотного нагружения для установления влияния на характеристики сопротивления усталости следующих факторов: структуры материала, изменяемой путем различной термической и термомеханической обработки, концентрации напряжений, температуры испытаний, асимметрии циклов. Исследования проводили на образцах из алюминиевого сплава АМг6Н, технически чистого титана ВТ1-0, титановых сплавов ПТ7М и ВТ22 и сплава на никелевой основе ЭП202.

Структурные исследования каждого сплава осуществляли на образцах, испытания которых прекращали по достижении числа  $N$ , равного 0,1; 0,5; 0,9 числа циклов до появления макротрещины  $N_{ft}$ , а также в разрушенном и исходном состоянии. Уровень напряжений для усталостных испытаний выбирали таким образом, чтобы его величина была одинаковой для данного материала при всех частотах нагружения.

На испытанных при различных частотах образцах определяли следующие параметры: интегральную плотность дефектов (методом измерения остаточного

электросопротивления); плотность подвижных дислокаций и степень закрепления дислокаций (методом измерения внутреннего трения); морфологию дислокационной структуры (просвечивающая электронная микроскопия); степень и характер упорядоченности структурных элементов (метод Фурье-анализа [7, 8]).

**Результаты исследования применимости метода высокочастотного нагружения для оценки влияния различных факторов на характеристики сопротивления усталости.** Исследование применимости метода для количественного определения влияния состояния структуры на характеристики сопротивления усталости проводили на титановых сплавах, прошедших различную термомеханическую обработку, а также из разных полуфабрикатов. На рис. 1 приведены результаты усталостных испытаний гладких образцов из сплава ВТ23, изготовленных из следующих полуфабрикатов: термоупрочненного прутка, термоупрочненной и отожженной плиты [4]. Не останавливаясь на режимах термообработки, обеспечивших получение различной структуры, сопоставим степень влияния структуры на пределы выносливости, полученные при испытаниях с частотами нагружения 460 Гц и 10 кГц на одной и той же базе нагружения –  $2 \cdot 10^7$  циклов.



**Рисунок 1.** Кривые усталости образцов из сплава ВТ23: 1, 2 – пруток упрочненный; 3, 5 – плита упрочненная; 4, 6 – плита отожженная (1, 3, 4 – частота нагружения 10 кГц; 2, 5, 6 – 460 Гц)

**Figure 1.** Fatigue curves of soecimens made of alloy VT23: 1, 2 – hardened rod; 3, 5 – hardened plate; 4, 6 – annealed plate (1, 3, 4 – loading frequency 10 kHz; 2, 5, 6 – 460 Hz)

Влияние структуры оценивали коэффициентом  $K_s$ , равным отношению пределов выносливости образцов из плиты к пределу выносливости образцов из прутка, структура которого была выбрана как базовая. Полученные данные свидетельствуют о влиянии частоты на сопротивление усталости: во всех случаях пределы выносливости при частоте нагружения 10 кГц выше, чем при частоте 460 Гц. Однако сравнение коэффициентов  $K_s$  показывает, что они практически одинаковы для обеих частот нагружения. Максимальное различие результатов испытаний по коэффициенту влияния структуры не превышает 5...10%, что обусловлено сравнительно небольшим количеством испытанных образцов, а это существенно влияет на точность полученных результатов. Аналогичные результаты были получены при испытаниях  $(\alpha+\beta)$ -титанового сплава ВТ22 после различной термомеханической обработки [4].

Оценивание влияния состояния поверхности на сопротивление усталости при частотах нагружения 180 Гц и 10 кГц проводили на гладких образцах из титанового сплава ВТ6 в исходном состоянии, после механической полировки, и после вакуумного отжига готовых образцов при 750°С в течение 2 ч. Вакуумный отжиг вызвал снижение пределов выносливости на 46%. Это объясняется тем, что при вакуумном отжиге происходит растравливание поверхности, обеднение поверхностных слоев легирующими элементами. Однако коэффициент влияния состояния поверхности  $K_{пов}$ , определенный при различных частотах нагружения, был практически одинаковым несмотря на некоторое повышение пределов выносливости при высокочастотных испытаниях [5].

Для проверки применимости методов высокочастотного нагружения для количественного определения значения эффективного коэффициента концентрации напряжений  $K_{\sigma}$  проводили исследования для разных типов концентраторов напряжений в широком диапазоне изменения частот воздействующей нагрузки. Испытания проводили как при осевом растяжении – сжатии, так и при изгибе, при комнатной и повышенной температурах. Результаты усталостных испытаний приведены в таблице 1.

При симметричных циклах осевого растяжения – сжатия испытывали образцы с кольцевой выточкой, теоретический коэффициент концентрации напряжений для них составлял 2,6, а также образцы с плоской рабочей частью и цилиндрическим отверстием диаметром 2,5 мм. Теоретический коэффициент концентрации напряжений для них был равен 3,1. При циклическом изгибе (таблица 1) на разных частотах испытывали гладкие образцы из листового материала толщиной 3 мм и такие же образцы с отверстием диаметром 1 мм. Теоретический коэффициент концентрации напряжений был равен 2,7 [9]. База испытаний для указанных в таблице значений пределов выносливости составляла  $(1...5) \cdot 10^7$  циклов, причем для каждого сплава она одинакова для всех частот, на которых проводили испытывания.

Данные, приведенные в таблице 1, свидетельствуют о том, что величины эффективных коэффициентов концентрации напряжений, определенные при различных частотах и видах нагружения, несмотря на влияние частоты на абсолютные значения пределов выносливости, мало отличаются. Это подтверждает применимость методов высокочастотного нагружения для количественного определения такого фактора, как эффективный коэффициент концентрации напряжений.

**Таблица 1**

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений, определенные при различных частотах нагружения

Сплав, вид нагружения	Частота нагружения $f$ , Гц	Температура испытаний, °С	$\sigma_{-1}$ , МПа		Эффективный коэффициент концентрации напряжений $K_{\sigma}$
			Гладкие образцы	Образцы с концентратором	
ВТ20	33	20	269	168	1,6
	800	20	297	184	1,61
ВТ22	100	20	470	312	1,51
	20 000	20	500	323	1,54
ВТ3-1	250	20	437	305	1,43
	3 000	20	457	330	1,44
	10 000	20	528	361	1,46
ВТ23 (плита)	460	20	380	230	1,65
	10 000	20	456	292	1,56

Закінчення Таблиці 1

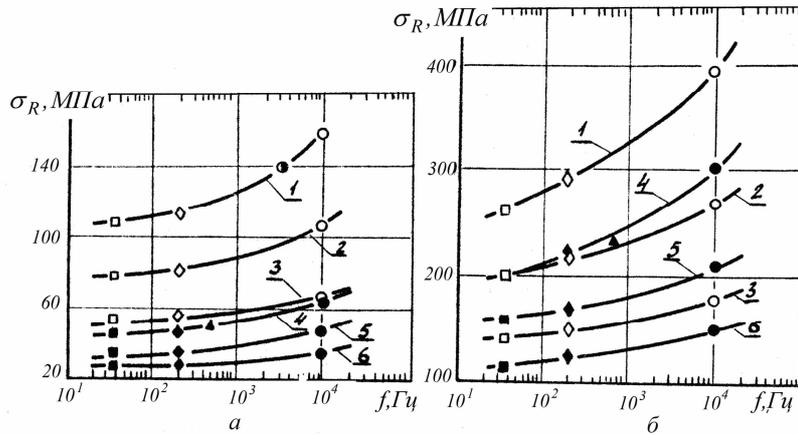
BT23 (труба)	460	20	392	250	1,57
	10 000	20	490	317	1,55
ПТ7М	250	20	235	155	1,52
	250	350	185	115	1,61
	3 000	20	270	177	1,53
	10 000	20	316	207	1,53
	10 000	350	237	147	1,61
ИМВ-2	500	20	83	41	2,02
	10 000	20	86	44	1,95
АМг6Н (пруток)	500	20	122	65	1,88
	10 000	20	152	79	1,92
АМг6БМ (лист, вдоль прокатки, изгиб)	600	20	90	65	1,39
	2 000	20	94	67	1,4
	2 500	20	94	66	1,42

Значительное влияние на сопротивление усталости материала оказывает температура испытаний. Рассмотрим, насколько применимы методы высокочастотных испытаний для ускоренного количественного определения влияния данного фактора, что важно для ускоренного установления температурного диапазона применимости материала. Для этого были проведены исследования влияния повышенных температур на значения пределов выносливости нескольких титановых сплавов, относящихся к различным группам по типу структуры, фазового состава и уровню статической прочности, на частотах 250 и 10 000 Гц [5]. Испытания проводили при симметричных циклах осевого растяжения-сжатия гладких образцов одинакового размера с диаметром рабочей части 7 мм из титановых сплавов ПТ7М, BT18У и BT3-1 при температурах от 20 до 550°C.

Показано, что для каждого из испытанных материалов коэффициент влияния температуры  $K_T$  (отношение предела выносливости при повышенной температуре испытаний к пределу выносливости при комнатной температуре) получается практически одинаковым на обеих частотах нагружения.

Определение применимости методов высокочастотного нагружения для количественной оценки влияния асимметрии циклов на сопротивление усталости металлических материалов проводили на алюминиевом сплаве АМг6Н и сплаве на никелевой основе ЭП202 [6, 10]. Испытывали как гладкие образцы, так и образцы с концентратором напряжений в виде кольцевой выточки (теоретический коэффициент концентрации напряжений  $K_\sigma = 2,6$ ) при осевом нагружении с частотами 33, 200 и 10 000 Гц и коэффициентами асимметрии циклов  $R = -1; 0$  и  $0,5$ . При симметричных циклах нагружения были испытаны также образцы на промежуточных частотах – 500, 700 и 3000 Гц. Результаты испытаний приведены на рисунке 2 в виде кривых частотной зависимости пределов выносливости на базе  $2 \cdot 10^7$  циклов  $\sigma_R$ . Из приведенных данных следует, что повышение частоты нагружения приводит к монотонному увеличению пределов выносливости при всех коэффициентах асимметрии циклов. С возрастанием средних напряжений циклов уменьшается влияние частоты нагружения на величину пределов выносливости. Однако значения коэффициентов чувствительности к асимметрии циклов  $K_R$ , определенных как отношение предела выносливости при данном коэффициенте асимметрии цикла к его величине при симметричных циклах колеблется в пределах погрешности измерений напряжений (в пределах 10%) при усталостных испытаниях. Постоянство  $K_R$  свидетельствует, что путем высокочастотных испытаний можно ускоренно

количественно определить влияние данного фактора на величину предела выносливости.



**Рисунок 2.** Пределы выносливости образцов из сплавов АМг6Н (а) и ЭП202 (б) в зависимости от частоты нагружения: 1 – 3 – гладкие образцы; 4 – 6 – образцы с концентратором напряжений; 1, 4 –  $R = -1$ ; 2, 5 –  $R = 0$ ; 3, 6 –  $R = 0,5$

**Figure 2.** Reliability limits of specimens made of alloys АМг6Н (а) and ЭП202 (б) depending on the loading frequency: 1 – 3 – smooth specimens; 4 – 6 – specimens with the stress concentrator; 1, 4 –  $R = -1$ ; 2, 5 –  $R = 0$ ; 3, 6 –  $R = 0,5$

Таким образом, проведенные экспериментальные исследования показали, что влияние подавляющего большинства технологических, конструкционных и эксплуатационных факторов на значения пределов выносливости в относительном выражении одинаково проявляется как на низких, так и высоких частотах нагружения. Это свидетельствует о том, что основные механизмы накопления усталостных повреждений, характерные для данного материала, сохраняются независимо от частоты нагружения, а скорость деформирования сказывается на величине неупругих деформаций и, соответственно, на степени накопленной за цикл пластической деформации и значении пределов выносливости. Если установить зависимость влияния частоты на характеристики сопротивления усталости, представится возможным прогнозировать поведение материала на базах воздействия циклической нагрузки, превышающих  $10^9$  циклов, с учетом влияния многих факторов, по результатам только высокочастотных испытаний, не прибегая к трудоемким и длительным испытаниям на низких частотах.

Рассмотрим, как влияет скорость циклического нагружения на механизмы накопления повреждений в конструкционных материалах.

**Эволюция структурных параметров материала при циклическом нагружении.** Для всех частот симметричного и асимметричного нагружения характерна такая последовательность структурных изменений: формирование на ранних стадиях нагружения скоплений дислокаций, образованных в основном из диполей и петель (сплав АМг6Н); незначительное повышение плотности дислокаций (сплав ЭП202); трансформация скоплений в полосы, состоящие главным образом из петель и сплетений дислокаций краевой и винтовой ориентации (сплав АМг6Н); распад частиц упрочняющей  $\gamma'$  фазы (сплав ЭП202); активизация вторичных систем скольжения практически одновременно с первичными (ВТ1-0), причем по мере увеличения наработки циклов вторичное скольжение доминирует; формирование ячеистой структуры (сплав ПТ7М); наличие сетки и двойников в  $\alpha$ -фазе (сплав ВТ18У); образование в  $\alpha$ -пластинах тетраэдров дефектов упаковки, фрагментация  $\alpha$ -пластин,

появление элементов субструктуры между поперечными полосами скольжения (сплав ВТ22); перестройка полосчатой структуры в слабо развитую ячеистую (сплав АМг6Н); образование полос деформации, которые трансформируются в усталостные микротрещины в свободных от выделений разупрочненных зонах (сплав ЭП202). При этом в течение всего периода циклического нагружения имеются все типы перечисленных структур и большие области, не претерпевшие изменений и соответствующие исходному состоянию.

Наиболее характерные особенности высокочастотного нагружения таковы: снижение степени пластической деформации и, как следствие, снижение уровня накопления усталостных повреждений за цикл (данные электросопротивления); уменьшение размеров областей с явно выраженными структурными изменениями (Фурье-анализ изображений, электронно-микроскопические данные), что свидетельствует о повышении степени локализации пластической деформации. При этом сохраняются основные тенденции эволюции структуры, характерные для конкретного материала в процессе нагружения.

С увеличением значений коэффициента асимметрии циклов  $R$  структурные изменения более равномерные, т.е. уменьшается степень локализации пластической деформации и формирование элементов менее энергоемкой дислокационной структуры, которая обеспечивает меньшую способность материала к длительному циклическому деформированию: в частности, изменение строения границ ячеек и снижение их роли (сплав АМг6Н); более заметный рост плотности дислокаций, появление плоских дислокационных скоплений и элементов ячеистой структуры (сплав ЭП202).

Закономерности изменения дислокационной структуры при повышении частоты асимметричного нагружения те же, что и при симметричных циклах. Однако степень проявления скоростной чувствительности зависит от соотношения величин статической и переменной составляющих напряжений цикла, т.е. от значения коэффициента асимметрии циклов  $R$ , что обусловлено неодинаковой чувствительностью материалов к изменению скорости однонаправленного нагружения и частоты.

Показано, что исходная структура материала и наличие сварного соединения (сплав ПТЗВ) по-разному влияют на конкретный вид дефектов, возникающих в данном материале, их плотность. Однако при этом сохраняются стадийность и локальный характер структурных изменений в процессе циклического нагружения, увеличение размеров микрообластей структурных изменений по мере роста числа циклов нагружения, наличие «структурно замороженных», прекративших свое развитие, микрообластей.

В целом результаты процессов локальной структурной перестройки в условиях периодического нагружения настолько существенны, что обуславливают изменение таких интегральных характеристик, как значения Фурье-коэффициентов изображения структуры материала, внутреннее трение, удельное остаточное электросопротивление. Наиболее интенсивное накопление дефектов осуществляется в течение первых 10% долговечности. В дальнейшем их плотность возрастает менее интенсивно либо стабилизируется. В отдельных случаях перед разрушением (после 90% долговечности) имеет место еще одно резкое повышение плотности. Конкретные особенности кинетики накопления дефектов определяются видом и состоянием материала, а также условиями нагружения [11].

Во всех рассмотренных выше условиях нагружения, независимо от вида предварительно сформированной структуры, эволюция структурных параметров, т.е. развивающаяся локальная пластическая деформация, наблюдается в ограниченном числе микрообъемов на фоне значительного количества возникающих, но не

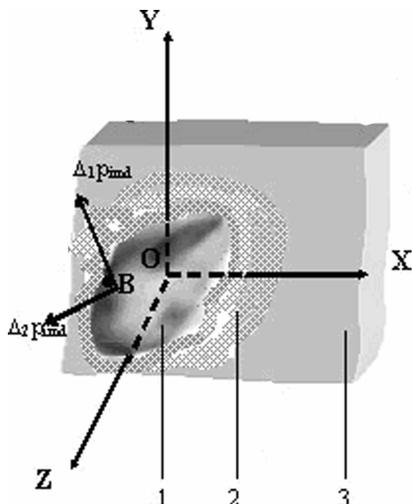
развивающихся областей структурных изменений. Особенностью микрообъемов максимальных структурных изменений является повышенная чувствительность к внешним нагрузкам, обусловленная влиянием таких факторов, как благоприятная кристаллографическая ориентация, локальная концентрация напряжений, концентрационная неоднородность по примесным и легирующим элементам, близость к свободной поверхности материала. Благодаря локальному характеру развивающихся микроструктурных изменений при практически стабильном состоянии окружающего материала области локализации пластической деформации (ЛПД) можно рассматривать как микрообъемы с отличающимися от остального материала свойствами и обладающими более или менее выраженной граничной поверхностью, а также внутренней энергией. По мере увеличения продолжительности нагружения растут размеры области ЛПД и степень локализации структурной перестройки материала, т.е. изменяются ее геометрические и структурные параметры. Локальное разрушение наступает при потере материалом области ЛПД способности к дальнейшей пластической деформации, чему соответствуют критические значения размерных, структурных и энергетических параметров.

**Модель разрушения материала при периодическом нагружении.** Для решения поставленной задачи – учета влияния частоты нагружения на характеристики сопротивления усталости – рассмотрим модель поведения металлического материала, подвергающегося периодическому нагружению произвольной нагрузкой с частотой  $f$ , с учетом приведенных выше результатов экспериментальных исследований физических процессов структурных изменений. Исходя из этого, сделаем следующие начальные допущения:

- материал области ЛПД представляет собой сплошную среду, физико-механические свойства которой, в том числе удельная поверхностная энергия, являются функцией координат и времени;
- текущее значение среднего радиуса ЛПД линейно зависит от средней скорости процессов микропластической деформации и времени;
- конкретный характер и механизмы эволюции структуры находят свое отражение в изменении удельной поверхностной энергии области ЛПД.

Проанализируем условия равновесия системы область ЛПД – остальной массив материала с учетом наличия поверхности раздела и энергетический баланс области ЛПД [11, 12].

В материале, подвергающемся периодическому нагружению произвольной нагрузкой  $P$ , выделим объем с областью ЛПД, которая характеризуется некоторым фиксированным уровнем деформации (рисунок 3).



**Рисунок 3.** Схема ЛПД: 1 – область ЛПД; 2 – переходная зона; 3 – основной материал, не содержащий структурных изменений

**Figure 3.** LPD scheme: 1 – LPD area; 2 – transition zone; 3 – basic material without structural changes

По мере дальнейшего нагружения размерные и структурные характеристики области ЛПД становятся критическими и соответствующими старту трещины. С учетом вышеизложенного полагаем, что существует некая граничная поверхность (на рисунке 3 содержащая произвольную точку  $B$ ) между областью ЛПД и остальным объемом материала, обладающая поверхностной энергией области ЛПД. Рассмотрим состояние области ЛПД под нагрузкой в течение  $N$ -го цикла нагружения в произвольный момент времени  $t$  от начала нагружения с учетом влияния ее поверхностной энергии на поле напряжений вблизи окрестности. На основании условия термодинамического баланса получим уравнение равновесия с обобщением граничных условий для случая, когда необходимо учитывать рассеяние энергии и поверхностную энергию:

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0; \quad \sigma_{ik} = \frac{\partial F_0}{\partial \varepsilon_{ik}}; \quad \sigma_{ik} n_k + \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) n_i + \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} + p_{di} = p_i, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ik}$ ,  $\varepsilon_{ik}$  – компоненты тензора напряжений и деформаций соответственно;  $n$  – составляющие вектора нормали к поверхности области ЛПД;  $\alpha$  – свободная энергия единицы поверхности (удельная поверхностная энергия) области ЛПД;  $p_i$  – составляющие внешней силы, действующей на единицу поверхности;  $F_0$  – свободная энергия единицы объема тела;  $R_1, R_2$  – главные радиусы кривизны поверхности области ЛПД. В данной ситуации в граничных условиях упругого равновесия следует учитывать дополнительные силы: нормальную  $\Delta_1 p_{imd} = \alpha(1/R_1 + 1/R_2)$ , обусловленную кривизной поверхности области ЛПД и тангенциальную  $\Delta_2 p_{imd} = \partial \alpha / \partial x_i$ , вызванную зависимостью удельной поверхностной энергии от координат, и «диссипативную» силу  $p_{di} = \frac{\partial \psi}{\partial \dot{u}_i}$  ( $\psi$  – диссипативная функция, являющаяся квадратичной функцией скоростей  $\dot{u}_i$  в теле с заданным в каждой точке вектором смещения  $\mathbf{u}$ ), обусловленную рассеянием энергии.

Действующие напряжения представим в виде суммы составляющих:  $\sigma_e$ , приводящей к макроупругой деформации на заданной частоте, и  $\sigma_{md}$ , обусловленной микроструктурными изменениями в наиболее напряженных и наиболее благоприятно ориентированных для этого микрообъемах:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_{md}, \quad (2)$$

Составляющую  $\sigma_{md}$ , в свою очередь, можно представить в виде суммы трех составляющих: первые две связаны с размером области ЛПД и величиной  $\alpha$ , которыми обладает эта область после  $N$  циклов нагружения и зависят от времени, прошедшего от начала нагружения. Третья связана с процессом пластической деформации в течение рассматриваемого цикла и зависит от характеристик последнего:

$$\sigma_{md} = \sigma_{md1} + \sigma_{md2} + \sigma_{md3}.$$

Проанализируем изменение внутренней энергии области ЛПД в приближении ее к сферической форме радиуса  $r$  и линейной зависимости текущего значения  $r$  от средней скорости процессов микропластической деформации  $v_0$  и времени  $t$ :  $r = v_0 t = v_0 N T$ , где  $T = 1/f$  – период цикла нагружения.

В отличие от условий упругого равновесия, изменение внутренней энергии в этом случае носит необратимый характер. Развитие области под действием периодической нагрузки происходит в двух измерениях. Пространственное – это изменение геометрических размеров и, как следствие, объемной энергии, определяемой как  $4\pi r^3 \sigma^2 / 3E_i$  с учетом цикличности нагружения по выражению для комплексного модуля упругости  $E_i = E_r(1+i\omega\tau_\sigma)/(1+i\omega\tau_\varepsilon)$ , где  $E_r$  – релаксированный модуль, соответствующий условиям полной завершенности релаксационных процессов;  $\omega$  – круговая частота,  $\omega = 2\pi f$ ;  $\tau_\sigma$  и  $\tau_\varepsilon$  – постоянные, соответственно равные времени релаксации деформации при постоянных напряжениях и времени релаксации напряжений при постоянной

деформации. И структурное – это эволюция морфологии структуры области и изменение величины удельной поверхностной энергии, определяемой как  $4\pi r^2 \alpha$ . В обоих измерениях указанные изменения протекают в физическом времени, которое представлено через период и число циклов. Выражение для удельного (на единицу площади) изменения внутренней энергии материала  $\Delta F$  в окрестности области ЛПД спустя время  $t$  после начала нагружения имеет вид

$$\Delta F = \alpha - \frac{r\sigma_{md}^2}{3E_i}. \quad (3)$$

Возрастание области ЛПД происходит до тех пор, пока снижение энергии путем релаксации упругих напряжений при эволюции структуры превышает энергию в результате увеличения геометрических размеров и удельной поверхностной энергии. Критическим моментом в этом случае является равенство нулю суммарного изменения энергии, которое соответствует определенному критическому размеру области и величине удельной поверхностной энергии. В дальнейшем снижение энергии возможно только за счет разрушения области, т.е. возникновения первичной микротрещины.

Математически условием разрушения является равенство нулю полной производной изменения удельной (на единицу площади) энергии по радиусу области

$$\frac{d\Delta F}{dr} = \frac{\partial \Delta F}{\partial N} + \frac{\partial \Delta F}{\partial T} + \frac{\partial \Delta F}{\partial v_0} = 0, \quad (4)$$

а критериями локального разрушения служит критическое значение этого радиуса и удельной поверхностной энергии.

Полагаем, что  $\sigma_{md1} \cong \sigma_{md2} \cong \sigma_{md3}$ . В результате дифференцирования (4) получим соотношение

$$\left( \frac{\partial \alpha}{\partial N} - \frac{3\sigma_{md1}^2 v_0 T}{E_i} \right) + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial T} - \frac{3\sigma_{md2}^2 v_0 N}{E_r} \right) + \left( \frac{\partial \alpha}{\partial v_0} - \frac{3\sigma_{md3}^2 NT}{E_i} \right) = 0, \quad (5)$$

которое представляет собой условие неустойчивости по отношению к локальному разрушению.

Сохранение основных закономерностей эволюции структуры в условиях нагружения с различной величиной коэффициента асимметрии циклов  $R$  позволяет выразить амплитуду напряжений  $\sigma_a$  при асимметричном нагружении через соответствующее амплитудное значение напряжений для симметричных циклов  $\sigma_{a/-1}$ , величину коэффициента асимметрии и коэффициента чувствительности материала к статической составляющей  $k_{a/R}$

$$\sigma_a = k\sigma_{a/-1}, \quad k = 1 - k_{a/R} \frac{1+R}{2}. \quad (6)$$

Исходя из предположения, что после  $N_{Fr}$  циклов нагружения сформирована область ЛПД с критическими значениями  $r$  и  $\alpha$ , соответствующими условию неустойчивости, учитывая (2), (5) и (6), получаем уравнение, связывающее амплитуду напряжений с числом циклов до появления микротрещины  $N_{Fr}$ , с учетом частоты нагружения и величины коэффициента асимметрии циклов:

$$\sigma_a = \sigma_e + a_\sigma \sqrt{f} + b_\sigma \sqrt{\frac{1}{N_{Fr}}} + c_\sigma \sqrt{\frac{f}{N_{Fr}}}, \quad (7)$$

где  $a_\sigma = k \sqrt{\frac{E_\omega \text{tg} \varphi}{3v_0} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial N}}$ ;  $b_\sigma = k \sqrt{\frac{E_r}{3v_0} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial T}}$ ;  $c_\sigma = k \sqrt{\frac{E_\omega \text{tg} \varphi}{3} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial v_0}}$ ;  $\sigma_e = k\sigma_{e/-1}$ ,

$E_\omega$  – динамический модуль упругости;  $\varphi$  – угол сдвига фаз между напряжением и деформацией.

Уравнение (7) преобразуем к простейшему виду

$$\sigma_a = \sigma_{ue} + C_f / \sqrt{N_{Fr}}, \quad (8)$$

где  $\sigma_{ue} = \sigma_e + a_\sigma \sqrt{f}$ ;  $C_f = b_\sigma + c_\sigma \sqrt{f}$ .

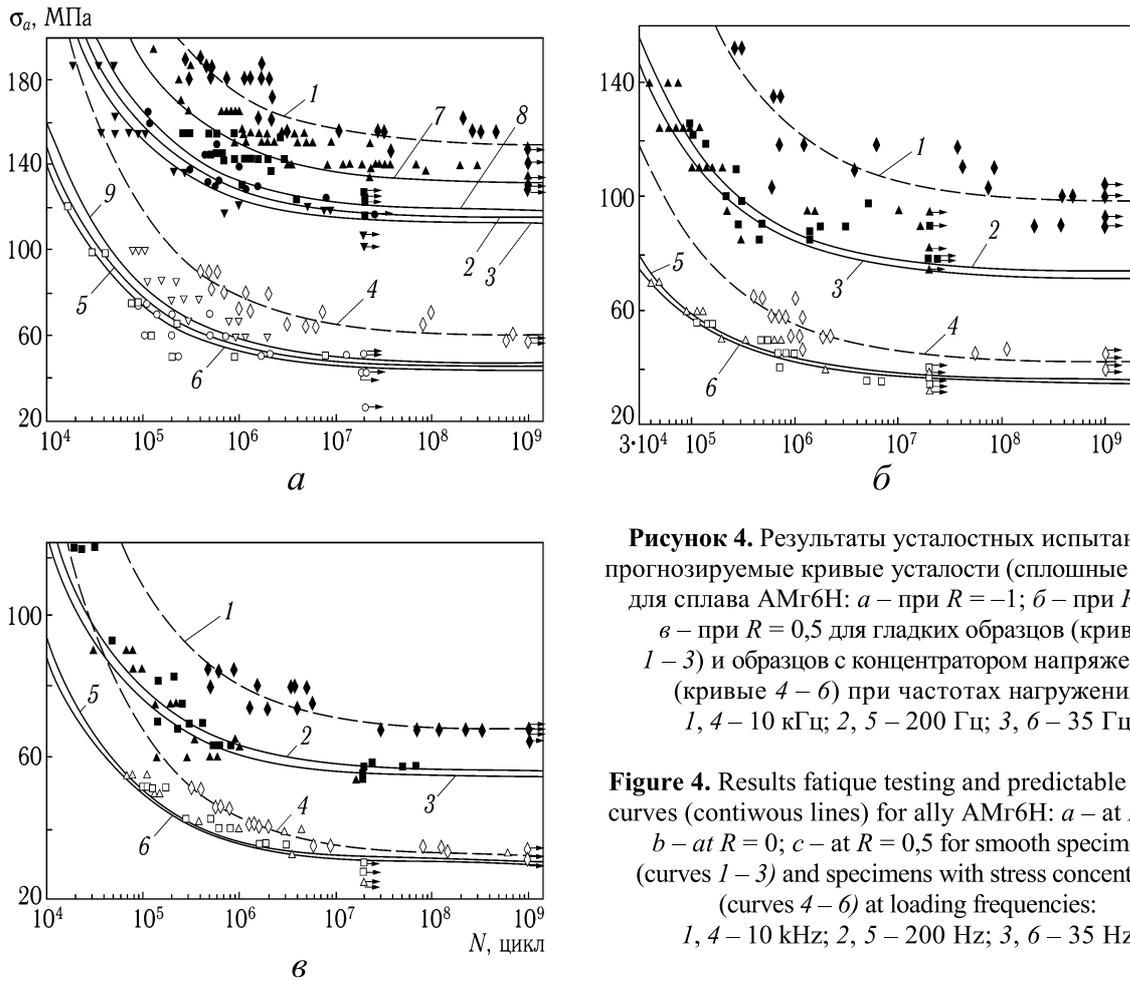
Выражение (8) представляет собой уравнение кривой усталости с двумя коэффициентами для заданных условий «мягкого» нагружения. Возможность применения данного уравнения для аппроксимации экспериментально полученных результатов усталостных испытаний проверена практически на всех классах металлических материалов при различных частотах нагружения, температурах, коэффициентах асимметрии циклов, а также на сварных соединениях. Способы нагружения: осевое растяжение-сжатие; изгиб плоских образцов; изгиб с вращением. Проверка показала его хорошее соответствие результатам усталостных испытаний [11]: коэффициент корреляции находился, как правило, в пределах от 0,85 до 0,98. Это означает, что математическая форма уравнений (7) и (8) отражает реальную функциональную зависимость между напряжениями и числом циклов до разрушения для металлических материалов в разных структурных состояниях и в различных по напряженному состоянию и характеристикам окружающей среды условиях испытаний.

Отметим, что параметры, входящие в выражения для коэффициентов основного уравнения (7), описывают физико-кристаллографические особенности процессов деформации, которые реализуются в области ЛПД и зависят от принципиальных факторов нагружения. Следовательно, коэффициенты уравнения (7) можно рассматривать как постоянные материала в определенных границах условий испытаний: температурный интервал; диапазон частот нагружения; уровень внешней нагрузки; характер окружающей среды. Конкретные характеристики диапазона и условий испытаний, в которых указанные коэффициенты принимаются постоянными, зависят от класса материала и допустимой погрешности в задаваемых переменных и определяемых по ним величинах.

Проверка справедливости уравнений кривых усталости была проведена для технически чистого титана, для которого с определенной долей допущения были установлены параметры, входящие в уравнение (7). Показано, что расчет не противоречит эксперименту. Это свидетельствует о достаточно хорошем согласовании модели с экспериментом и о связи параметров локальной пластической деформации с макрохарактеристиками прочности в условиях периодического нагружения [12].

**Прогнозирование кривых усталости на низких частотах нагружения по результатам высокочастотных испытаний.** В настоящее время известно достаточно много соотношений, описывающих экспериментальную кривую усталости, в некоторых из них учитывается частота нагружения. Отличительной особенностью уравнения (7) является то, что частота играет роль не эмпирического параметра, а математически учтенного фактора, влияющего на релаксационные свойства материала, которые проявляются в условиях периодического нагружения. Поэтому данное уравнение можно рассматривать в качестве математической основы прогнозирования характеристик сопротивления усталости материала при различных частотах по результатам высокочастотных испытаний.

Если определить постоянные в уравнении (7), то получим уравнение кривой усталости, содержащее частоту нагружения  $f$  в явном виде. Это дает возможность, задавая значение частоты, построить кривую усталости на нужной частоте. Значения постоянных можно определить, не прибегая к усталостным испытаниям, с помощью физических методов исследований. Однако такая задача является очень сложной, особенно для легированных сплавов. Поэтому значительно проще определить величины коэффициентов по результатам высокочастотных испытаний на базах нагружения от  $10^5$  до  $10^9 \dots 10^{11}$  цикл. При этом можно выяснить, не изменяется ли механизм усталостного разрушения материала в гигацикловой области и можно ли аппроксимировать экспериментальные результаты единой кривой. В случае, если кривая усталости имеет разрыв, то ее следует разбить на участки.



**Рисунок 4.** Результаты усталостных испытаний и прогнозируемые кривые усталости (сплошные линии) для сплава АМг6Н: а – при  $R = -1$ ; б – при  $R = 0$ ; в – при  $R = 0,5$  для гладких образцов (кривые 1 – 3) и образцов с концентратором напряжений (кривые 4 – 6) при частотах нагружения: 1, 4 – 10 кГц; 2, 5 – 200 Гц; 3, 6 – 35 Гц

**Figure 4.** Results fatigue testing and predictable fatigue curves (continuous lines) for ally АМг6Н: а – at  $R = -1$ ; б – at  $R = 0$ ; в – at  $R = 0,5$  for smooth specimens (curves 1 – 3) and specimens with stress concentrator (curves 4 – 6) at loading frequencies: 1, 4 – 10 kHz; 2, 5 – 200 Hz; 3, 6 – 35 Hz

При сохранении основных принципов эволюции структуры материала в рассматриваемом диапазоне частот нагружения методика прогнозирования заключается в следующем.

Усталостные испытания образцов проводят на частоте нагружения, соответствующей верхней границей диапазона, в условиях, идентичных тем, при которых будет осуществляться прогнозирование на низкие частоты. В частности, это размеры и форма образцов, наличие или отсутствие концентратора напряжений, температура испытаний, окружающая среда, значения коэффициента асимметрии циклов. База испытаний должна быть не меньше той, на которую осуществляется прогноз. Чтобы получить коэффициенты уравнения (7), определим с помощью любой математической программы, которая позволяет для заданного вида функциональной зависимости по табличным значениям аргумента и функции, т.е. экспериментальным точкам, построить график этой функции, а именно: с использованием экспериментальных данных и вида функции получаем и решаем систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными. Точность полученных значений слагаемого  $\sigma_e$ , коэффициентов  $a_\sigma$ ,  $b_\sigma$ ,  $c_\sigma$  и, следовательно, прогноза зависит от уровня рассеяния результатов эксперимента. Особенно это относится к величине  $\sigma_e$  (циклический предел упругости при  $f \rightarrow 0$ ). Подставим в уравнение (7) полученные величины  $\sigma_e$ ,  $a_\sigma$ ,  $b_\sigma$ ,  $c_\sigma$  и значение частоты, для которой осуществляем прогнозирование, и приведем его к (8), т.е. рассчитаем значения  $\sigma_{ue}$  и  $C_f$ . Для двух произвольных значений долговечности и известных значений коэффициентов  $\sigma_{ue}$  и  $C_f$  определяем  $\sigma_a$ . Таким образом получаем две точки:  $\sigma_{a1}(N_{Fr1})$  и  $\sigma_{a2}(N_{Fr2})$ , которые задают форму и положение прогнозируемой кривой усталости. Задавая две пары значений  $N_{Fr1} - \sigma_{a1}$  и  $N_{Fr2} - \sigma_{a2}$  в уравнении (8) и

используя ту же программу, что и для расчета коэффициентов, получаем прогнозируемую кривую усталости.

Применимость указанного метода проверяли путем сопоставления результатов расчета с экспериментальными данными усталостных испытаний на различных частотах нагружения металлических материалов разных классов: углеродистые стали S10C и S20C [13 – 15], алюминиевые сплавы АМг6 [16], 01570 [17], L70 и DTD687 [18], легированная сталь ВНС-25, сплав на никелевой основе ЭП202 [19], титановые сплавы ПТ7М [20], ВТ1-0, ВТ18У, ВТ20У, ВТ22, ВТ3-1 [4] и др. Сопоставление пределов выносливости, определенных экспериментально и на основании прогнозируемых кривых усталости, проводили на базе  $2 \cdot 10^7$  цикл, которая была достигнута для всех частот нагружения. Установлено, что максимальное расхождение между данными не превышает 10%, что вполне приемлемо для усталостных испытаний, учитывая естественный разброс экспериментальных точек. В качестве примера на рис. 4 приведены экспериментальные данные усталостных испытаний сплавов АМг6Н и прогнозирования кривых усталости исходя из результатов испытаний с частотой 10 кГц. Видно, что между расчетом экспериментом имеется хорошее соответствие.

**Выводы.** Характеристики циклов нагружения и исходная структура материала оказывают значительное влияние на конкретный вид дефектов, возникающих в данном материале, их плотность, особенности взаимодействия. Однако независимо от частоты нагружения сохраняются стадийность и локальный характер эволюции дислокационной структуры в микрообластях на фоне практически неповрежденного материала, увеличение размеров микрообластей максимальных структурных изменений по мере возрастания количества циклов нагрузки, наличие «замороженных» в структурном отношении микрообластей.

Предложена модель накопления усталостных повреждений в материале, которая области локализации пластической деформации рассматривает как микрообъемы с иными свойствами по сравнению с окружающим материалом, обладающие граничной поверхностью и внутренней энергией, которая отличается от остального материала. Дано математическое описание модели, представляющее собой уравнение состояния материала для момента, непосредственно предшествующего старту усталостной трещины, которое учитывает частоту циклического нагружения как фактор, непосредственно влияющий на скорость накопления повреждений, и коэффициент асимметрии цикла. Экспериментальная проверка полученных уравнений показала, что различие расчетных и экспериментальных данных по сопротивлению усталости находится, как правило, в области разброса экспериментальных данных и подтверждает обоснованность модели.

Полученное уравнение является основой для прогнозирования характеристик сопротивления усталости, в том числе на больших базах нагружения, при различных, включая низкие, частотах по результатам высокочастотных испытаний. Проведенная проверка предложенного способа прогнозирования на большом объеме экспериментального материала авторов и литературных данных показала его практическую применимость.

**Conclusions.** Characteristics of load cycles and original structure of the material sufficiently affect the definite type of damages, caused in the material, their density and the characteristics of interaction. But despite of the load frequency step-by-step local character of the dislocation structure evolution in the micro-regions within almost non-fractured material, increase of the micro-region sizes of the structural changes as the number of load cycles increases, availability of “frozen” micro-regions as to their structure, are preserved.

The model of the fatigue accumulation in the material, which treats the plastic deformation localization regions as the micro-volumes with different properties as compared with the environment material, which possess limited surface and internal energy, which is different from that of the rest material, has been proposed.

Mathematic description of the model, which is the equation of the material state for the moment preceding the fatigue crack development, which takes into account the cyclic load

frequency as the factor, which affects the fracture accumulation rate and the cycle asymmetry factor in particular, has been presented.

The equation is the basis for the prediction of the fatigue resistance characteristics, large loading bases in particular, at different frequencies, including the low ones, from high-frequency test data. Experimental verification is in good agreement with the calculation results.

### **Список использованной литературы**

1. Kanazawa, K. Fatigue fracture of low alloy steel at ultra-high cycle regime under elevated temperature conditions / K. Kanazawa, S. Nishijima // J. Soc.Mater. Sci. – 1997. – Vol. 46, No 12. – P. 1396 – 1400.
2. Gigacycle fatigue behavior of a high chromium alloyed cold work tool steel / C.R. Sohar [et al.] // Int. J. of Fatigue. – 2008. – Vol. 30, No 7. – P. 1137 – 1149.
3. Very high cycle fatigue properties of bainitic high carbon-chromium steel / H. Mayer [et al.] // Int. J. of Fatigue. – 2009. – Vol. 31, No 2. – P. 242 – 249.
4. Матохнюк, Л.Е. Ускоренные усталостные испытания высокочастотным нагружением: монография [Текст] / Л.Е. Матохнюк. – Киев: Наук. думка, 1988. – 200 с.
5. Матохнюк, Л.Е. Прогнозирование характеристик сопротивления усталости металлов в гигацикловой области по результатам высокочастотных испытаний. Сообщ. 1 [Текст] / Л.Е. Матохнюк, Т.Ю. Яковлева, А.В. Бялонович // Пробл. прочности. – 2012. – №4. – С. 67 – 78.
6. Кофто, Д.Г. Прогнозирование характеристик сопротивления усталости сплава ЭП202 при асимметричном циклическом нагружении по результатам высокочастотных испытаний [Текст] / Д.Г. Кофто, А.В. Войналович, Л.Е. Матохнюк // Усталость и термоусталость материалов и элементов конструкций: тез. докл. Междунар. науч.-технич. конф. (Киев, 28 – 31 мая 2013). – К.: Изд-во Института проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, 2013. – С. 150 – 152.
7. Яковлева, Т.Ю. Оценка деградации структуры металлических материалов методом Фурье-анализа [Текст] / Т.Ю. Яковлева, Л.Е. Матохнюк // Оценка и обоснование продления ресурса элементов конструкций. – Киев: Ин-т. пробл. прочности НАН Украины. – 2000. – Т. 1 – С. 193 – 197.
8. Бялонович, А.В. Количественный анализ изображения структуры материалов при воздействии циклических нагрузок [Текст] / А.В. Бялонович // Надежность и долговечность машин и сооружений. – 2010. – № 33. – С. 239 – 247.
9. Кульбашный, П.Ф. Характеристики выносливости листового сплава АМг6БМ с концентрацией напряжений в диапазоне частот 600 – 7500 Гц [Текст] / П.Ф. Кульбашный, Г.Г. Писаренко // Пробл. прочности. – 1974. – № 11. – С. 42 – 44.
10. Кофто, Д.Г. Влияние частоты и асимметрии циклического нагружения на сопротивление усталости сплава АМг6Н [Текст] / Д.Г. Кофто // Пробл. прочности. – 1990. – № 2. – С. 101 – 106.
11. Яковлева, Т.Ю. Локальная пластическая деформация и усталость металлов: монография [Текст] / Т.Ю. Яковлева. – Киев: Наук. думка, 2003. – 236 с.
12. Матохнюк, Л.Е. Прогнозирование характеристик сопротивления усталости металлов в гигацикловой области по результатам высокочастотных испытаний. Сообщ. 2 [Текст] / Л.Е. Матохнюк, Т.Ю. Яковлева, А.В. Бялонович // Пробл. прочности. – 2012. – №6. – С. 67 – 80.
13. Kikukawa, M. On the high-frequency push-pull fatigue strength of 0,2 percent carbon steel / M. Kikukawa, K. Ohji, and E.Ogura // Proc. 6-th Jap.Congr. – Test Mater.: Kyoto, 1963. – P. 4 – 9.
14. Kikukawa, M. High-frequency push-pull fatigue strength of metals up to 49,7 kcs / M. Kikukawa, K. Ohji, and E. Ogura // Proc. 7-th Jap.Congr. – Test Mater.: Kyoto, 1964. – P. 7 – 9.
15. Kikukawa, M. Push-pull fatigue strength of mild steel at very high frequencies of stress up to 100 kcs / M. Kikukawa, K. Ohji, and E.Ogura // Trans. ASME, D. – 1965. – 87, No 4. – P. 857 – 864.
16. Сопротивление усталости алюминиевого и магниевых сплавов при высоких частотах нагружения [Текст] / Л.Е. Матохнюк [и др.] // Пробл. прочности. – 1988. – № 7. – С. 23 – 28.
17. Яковлева, Т.Ю. Прогнозирование характеристик сопротивления усталости металлов при различных частотах нагружения [Текст] / Т.Ю. Яковлева, Л.Е. Матохнюк // Пробл. прочности. – 2004. – № 4. – С. 145 – 155.
18. Гаррис, У. Дж. Влияние частоты циклов нагружения на прочность металлов [Текст] / У.Дж. Гаррис // Усталость и выносливость металлов: Сб. статей под ред. Г.В. Ужика. – М.: Иностранная литература, 1963. – С. 294 – 324.
19. Влияние асимметрии цикла нагружения на сопротивление усталости сплавов ЭП202 и ВНС-25 при различных частотах нагружения [Текст] / А.В. Войналович, Д.Г. Кофто, Л.Е. Матохнюк, А.А. Хляпов // Пробл. прочности. – 1990. – № 8. – С. 84 – 89.
20. Матохнюк, Л.Е. Сопротивление усталости материалов на больших базах нагружения [Текст] / Л.Е. Матохнюк, А.В. Войналович, Т.Ю. Яковлева // Завод. лаб. – 2004. – 70, № 4. – С. 52 – 56.

*Получено 14.08.2013*