УДК 330.4:338.24:519.86

В. М. Кузніченко, В. І. Лапшин

МОДЕЛЬ ФІНАНСОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ ПІДПРИЄМСТВ У РЕГІОНАХ

Розглянуто ймовірнісний підхід до моделі розподілу фінансових ресурсів між підприємствами у закритій системі на основі ланцюгів Маркова. В цьому процесі враховано вплив місцевої адміністрації. Стохастична матриця ланцюгів Маркова надає можливість вивчити кожний крок процесу, який досліджується. Використання методу z – перетворень дозволяє обійти труднощі, які виникають внаслідок кратності власних значень стохастичних матриць, і дає можливість отримати аналітичну форму обігу фінансових ресурсів у період, який розглядається. Отриманий вираз спрощує аналіз і розрахунки станів системи у порівнянні з іншими моделями. Визначені умови взаємодії підприємств зі зовнішніми системами.

Ключові слова: *матриця, вектор, ланцюги Маркова, стохастична матриця, z – перетворення, аналітична форма.*

Постановка проблеми. З часу прийняття Бюджетного кодексу України [1] в Україні проводиться реформа міжбюджетних взаємовідносин, в основу якої покладено принципово нову систему взаємовідносин між державою та регіонами, що має на меті створення сприятливих умов для ефективного розподілу бюджетних ресурсів у країні.

Основним напрямом проведення реформи в Україні має стати перерозподіл фінансових ресурсів між бюджетом держави та відповідного регіону, врегулювання передачі бюджетних повноважень місцевим органам влади. У сучасних умовах держава повинна забезпечувати ефективний перерозподіл фінансових ресурсів між різними рівнями бюджетної системи, стабілізацію економічних та соціальних процесів у суспільстві тощо.

Постановою Кабінету міністрів України від 21.07.2006 № 1001 [2] була затверджена «Державна стратегія регіонального розвитку на період до 2015 року», у якій підкреслені необхідність оптимізації нормативно-правової бази, що визначає систему стратегічних планових та прогнозних документів, процедури їх розроблення та реалізації на всіх рівнях територіальної організації влади та передача органам місцевого самоврядування повноважень і покладення відповідальності за надання послуг населенню.

Програма економічних реформ на 2010-2014 роки «Заможне суспільство, конкурентоспроможна економіка, ефективна держава» [3] планує перерозподіл доходів між державним і місцевими бюджетами.

Таким чином, моделювання товарно-грошової взаємодії між структурними одиницями регіонів в умовах адміністративно-територіальної реформи являється актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Грошові потоки між структурними одиницями вивчалися багатьма науковцями, серед яких Бланк О. І. [4], Білик М. Д. [5], Бочаров В. О. [6], Грушківський В. Г. [7], Кокин О. С. [8], Поддєрьогін А. М. [9], Покровський Н. Ю. [8], Тимофеєва Т. В. [10]. В їх дослідженнях розглянуто теоретичні аспекти управління грошовими потоками на підприємстві, методи оптимізації грошових потоків організацій у процесі розробки бюджетів за рахунок прискорення залучення грошових ресурсів, стримання виплат грошових ресурсів, тобто впровадження дій на збільшення терміну повернення коштів, тощо. В роботі [11] обговорювався метод зменшення ризику дефіциту грошових ресурсів організацій при використанні самострахування. Математичні методи і моделі, які застосовуються у дослідженнях грошових потоків підприємствах та між ними, висвітлені у роботах [12-14].

Невирішені частини проблеми. В роботі [14] науковці на основі ймовірнісного підходу використання теорії ланцюгів Маркова узагальнили дослідження по управлінню грошовими потоками між організаціями (регіональними структурами) за рахунок введення додаткового сталого вектора, який описує дію влади для корегування цього процесу. По-перше, запропонована ними модель виявляється замкнутою, тобто сума грошей залишається сталою в системі, а дія влади тільки на кожному кроці процесу частково перерозподіляє кошти. По-друге, формула, яка описує стан системи на кожному кроці, має складний вигляд і використовує сталий вектор корегування фінансових ресурсів структурних одиниць.

Метою дослідження є спрощення (при використанні методу z – перетворення) аналітичного вигляду моделі з управлінням грошово-товарних потоків між структурними одиницями обраної системи, яка дозволяє вирівнювати фінансові ресурси одиниць на будь-якому кроці за рахунок можливості визначення вектора управління, а також виявлення умов для відкритості системи та поточних величин грошових потоків між обраною та іншими зовнішніми системами.

Основні результати дослідження. Розглянемо регіональну систему, яка складається з n структурних одиниць, між якими проходять фінансові операції (грошово-товарні потоки).

Нехай вектор $\overline{m} = (X_1, X_2, ..., X_n) = \overline{p}(0)$ – початковий розподіл фінансових ресурсів між структурними одиницями, компоненти якого визначаються державними та регіональними нормативними документами. Загальний процес грошово-товарного обміну між одиницями через певний проміжок часу (крок) може бути представлений наступним модельним рекурентним рівнянням з матрицею L перехідних ймовірностей для ергодичних ланцюгів Маркова:

$$\overline{p}(k+1) = \overline{p}(k)L + \overline{f}, \qquad (1)$$

де $\overline{p}(k)$ – вектор розподілу фінансових ресурсів між одиницями після k -того кроку, $\overline{f} = (f_1, f_2, ..., f_n)$ – вектор владного перерозподілу (вирівнювання) їх ресурсів.

Матриця L, яка визначається запланованими фінансовими діями структурних одиниць має вигляд:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{x_{11}}{X_1} & \frac{x_{21}}{X_1} & \frac{x_{31}}{X_1} & \cdots & \cdots & \frac{x_{n1}}{X_1} \\ \frac{x_{12}}{X_2} & \frac{x_{22}}{X_2} & \frac{x_{32}}{X_2} & \cdots & \cdots & \frac{x_{n2}}{X_2} \\ \frac{x_{13}}{X_3} & \frac{x_{23}}{X_3} & \frac{x_{33}}{X_3} & \cdots & \cdots & \frac{x_{n3}}{X_3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{x_{1n}}{X_n} & \frac{x_{2n}}{X_n} & \frac{x_{3n}}{X_n} & \cdots & \cdots & \frac{x_{nn}}{X_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

де x_{ij} – величина фінансових ресурсів, які i-та структурна одиниця передає j – тій структурній одиниці регіону, а a_{ij} – умовна ймовірність переходу системи з стану i у стан j.

Зауважимо, що модель (1) може бути застосована для державного регулювання фінансових ресурсів регіонів.

Для аналітичного вивчення поведінки ланцюгів Маркова до переходу у стаціонарний стан застосовуємо метод z – перетворень до рівняння (1), при якому $\overline{p}(n)$ переходить до $P(z)$ $(\overline{p}(n) \leftrightarrow P(z))$ [15]:

$$\frac{P(z) - P(0)}{z} = P(z)L + \frac{\overline{f}}{(1-z)} \qquad (3)$$

Після очевидних перетворень рівняння (3) приймає вигляд:

$$P(z) = [P(0) + \frac{z\overline{f}}{(1-z)}](I - zL)^{-1} \qquad (4)$$

де I – одинична матриця розміру nxn, а $(I - zL)^{-1}$ – обернена матриця до матриці $(I - zL)$.

Позначимо через $H(n)$ обернене перетворення матриці $(I - zL)^{-1}$ ($(I - zL)^{-1} \leftrightarrow H(n)$) та представимо цю матрицю у вигляді суми доданків:

$$H(n) = S + T(n), \tag{5}$$

де S – стохастична матриця, яка відповідає члену матриці $(I - zL)^{-1}$з множником $\frac{1}{(1-z)}$.

Ствердження про стохастичність еквівалентно тому, що визначник матриці $(I - zL)$ дорівнює нулю при $z = 1$. Стохастична матриця S завжди має хоча б одне власне значення, яке дорівнює одиниці. Більш того, рядки матриці S будуть дорівнювати один одному та складати компоненти вектора граничних (стаціонарних) ймовірностей стану системи при $\overline{f} = \overline{0}$. Матрицю S називають стаціонарною матрицею.

Складові матриці $H(n)$, які залишилися і позначені через $T(n)$, визначають перехідну її складову, тому що описують поведінку ланцюга Маркова у перехідний період із стану до стану.

Матриці у $T(n)$ цікаві тим, що сума елементів у кожному рядку дорівнює нулю. Такі матриці отримали назву диференціальних матриць.

Обернене перетворення у рівнянні (4) визначить вираз для вектора $\overline{p}(n)$ стану системи після n кроків, який включає через складові, пропорційні $\overline{f} = (f_1, f_2, ..., f_n)$, дію владних структур по перерозподілу фінансових ресурсів між одиницями та в якому добуток $\overline{p}(0)S$ визначає вектор стаціонарного стану системи при $\overline{f} = \overline{0}$. При запланованому стану системи (вектор $\overline{g} = (g_1, g_2, ..., g_n)$), на який треба вийти через n кроків, рівняння $\overline{p}(n) = \overline{g}$ визначить вектор перерозподілу $\overline{f}$.

Отримання виразу $\overline{p}(n)$ при використанні z – перетворення дозволяє аналітично аналізувати та розраховувати стан системи на кожному кроці на відміну від виразу, наведеному у роботі [14] через добуток матриць $L(L^n)$.

Рівняння (1) описує замкнуту систему взаємовідносин, тому що при $\sum_{i=1}^{n} f_i = 0$ грошово-товарний перерозподіл між одиницями проходить у межах системи. Умова $\sum_{i=1}^{n} f_i = 0$ необхідна для того, щоб процес перерозподілу був збіжним.

Проведений аналіз запропонованої моделі дозволяє стверджувати, що вона не виключає взаємодії структурних одиниць за межами замкнутої системи (визначених матриці L та вектора $\overline{f}$).

Діагональні елементи матриці L пропорційні часткам фінансових ресурсів, які структурні одиниці залишають у себе при переході з одного стану до іншого. Абсолютну величину цих ресурсів, яку можна планувати *i*-одиниці для взаємодії з зовнішніми структурами,можна визначити за формулою:

$$v_i = \begin{cases} p_i(0)s_{ii}, & f_i \geq 0 \\ p_i(0)s_{ii} + f_i, & f_i \leq 0 \end{cases} \tag{6}$$

де $p_i(0)$ – і-компонента вектора $\overline{p}(0)$, s_{ii} – діагональні елементи стаціонарної матриці S, f_i – *i*-компонента вектора перерозподілу. Якщо v_i<0, то *i*-одиниця взаємодіє тільки у замкнутій системі, а розрахунки з партнерами проводить після поступу до неї фінансових ресурсів з інших одиниць.

Розглянемо на конкретному прикладі, як при допомозі z – перетворення отримати аналітичний вигляд розв'язку задачі управління фінансовими потоками між регіональними структурними одиницями.

Нехай стохастична матриця L, структура якої визначається запланованими бюджетами, описує взаємодію (потоки фінансових ресурсів) між структурними одиницями регіону та має вигляд:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Побудуємо матрицю $(I - zL)$:

$$(I - zL) = \begin{pmatrix} 1-\frac{z}{2}; & \frac{-z}{4}; & \frac{-z}{4} \\ \frac{-z}{8}; & 1-\frac{3z}{4}; & \frac{-z}{8} \\ \frac{-z}{4}; & \frac{-z}{4}; & 1-\frac{z}{2} \end{pmatrix}.$$

Знайдемо обернену матрицю до матриці $(I - zL)$:

$$(I - zL)^{-1} = \frac{1}{(1-z)}\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{z}{2})}\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{z}{4})}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Отриманий вираз підставимо у рівняння (4):

$$P(z) = \frac{\overline{p}(0)}{(1-z)}\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \frac{\overline{p}(0)}{(1-\frac{z}{2})}\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \frac{\overline{p}(0)}{(1-\frac{z}{4})}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{\overline{f}z}{(1-z)}[\frac{1}{(1-z)}\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{z}{2})}\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \frac{1}{(1-\frac{z}{4})}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}]. \tag{9}$$

Приводимо всі складові виразу (9) до вигляду, у якому вони мають множниками прості дробі відносно $(I - \alpha z)$, де $|\alpha| < 1$ – стала величина:

$$P(z)=\frac{\overline{p}(0)}{(1-z)}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{\overline{p}(0)}{(1-\frac{z}{2})}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{\overline{p}(0)}{(1-\frac{z}{4})}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}+$$

$$+\overline{f}[\frac{z}{(1-z)^2}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{z}{(1-\frac{z}{2})(1-z)}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{z}{(1-\frac{z}{4})(1-z)}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}]=$$

$$=\frac{\overline{p}(0)}{(1-z)}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{\overline{p}(0)}{(1-\frac{z}{2})}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{\overline{p}(0)}{(1-\frac{z}{4})}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}+ \qquad (10)$$

$$+\overline{f}[\frac{z}{(1-z)^2}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{1}{(1-z)}\begin{pmatrix}\frac{5}{2} & -1 & \frac{-3}{2}\\ \frac{-1}{2} & 1 & \frac{-1}{2}\\ \frac{-3}{2} & -1 & \frac{5}{2}\end{pmatrix}+\frac{1}{(1-\frac{z}{2})}\begin{pmatrix}\frac{-1}{2} & 1 & \frac{-1}{2}\\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2}\\ \frac{-1}{2} & 1 & \frac{-1}{2}\end{pmatrix}+\frac{1}{(1-\frac{z}{4})}\begin{pmatrix}-2 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0\\ 2 & 0 & -2\end{pmatrix}].$$

Зробимо обернене перетворення у виразі (10):

$$\overline{p}(n)=\overline{p}(0)\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{\overline{p}(0)}{(2)^n}\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\frac{\overline{p}(0)}{(4)^n}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 0 & \frac{-1}{2}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}+$$

$$+\overline{f}[n\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{5}{2} & -1 & \frac{-3}{2}\\ \frac{-1}{2} & 1 & \frac{-1}{2}\\ \frac{-3}{2} & -1 & \frac{5}{2}\end{pmatrix}+\frac{1}{(2)^n}\begin{pmatrix}\frac{-1}{2} & 1 & \frac{-1}{2}\\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2}\\ \frac{-1}{2} & 1 & \frac{-1}{2}\end{pmatrix}+\frac{1}{(4)^n}\begin{pmatrix}-2 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0\\ 2 & 0 & -2\end{pmatrix}]. \qquad (11)$$

Нагадаємо, що для того, щоб процес розподілу фінансових ресурсів між структурними одиницями був збіжним, необхідно і достатньо, щоб сума компонент вектора управління дорівнювала нулю:

$$f_1+f_2+f_3=0 \qquad (12)$$

При заданому векторі $\overline{f}$ формула (11) визначає вектор стану системи після n кроків. При плануванні граничного стану системи у вигляді вектора $\overline{g}=(40,40,40)$ та заданого вектора початкового розподілу $\overline{p}(0) = (20,40,60)$ треба дорівняти його до вектора $\overline{p}(n)$ при $n \to \infty$:

$$(20,40,60)\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} + (f_1, f_2, f_3)\begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -1 & \frac{-3}{2} \\ \frac{-1}{2} & 1 & \frac{-1}{2} \\ \frac{-3}{2} & -1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} = (40,40,40). \tag{13}$$

З матричного рівняння (13), яке переходить у систему лінійних рівнянь, та умови збіжності процесу (12), знаходимо необхідне для цього значення вектора управління $\overline{f}$:

$$\begin{cases} f_1 + f_2 + f_3 = 0 \\ \frac{5}{2}f_1 - \frac{1}{2}f_2 - \frac{3}{2}f_3 = 10 \\ -f_1 + f_2 - f_3 = -20 \\ -\frac{3}{2}f_1 - \frac{1}{2}f_2 + \frac{5}{2}f_3 = 10 \end{cases} \tag{14}$$

Розв'язок системи (14) має вигляд $\overline{f} = (5,-10,5)$.

Матеріальні ресурси, які можуть використовувати структурні одиниці для взаємодії з зовнішніми системами, дорівнюють: $v_1 = 5, v_2 = 20 - 10 = 10, v_3 = 15$.

Значення v_1 та v_3 при плануванні можна було б збільшувати за рахунок f_1 та f_3, якщо б перерозподіл проходив у фіксований час переходу системи із стану в стан.

Висновки. Аналізуючи вище викладене можна зробити такі висновки:

Вдосконалена модель потоків матеріальних ресурсів у системі структурних одиниць замкнутого простору (регіон, район, тощо) завдяки використанню методу z – перетворень, який дозволив спростити вигляд моделі для проведення аналітичного аналізу та розрахунків з більшою точністю.

Проведені дослідження привели до визначення шляхів взаємодії структурних одиниць з зовнішніми системами та величин фінансових ресурсів, які можна планувати для обміну на кожному кроці процесу.

Література:

1. Бюджетний кодекс України: Закон України від 08.07.2010 № 2456-VI; редакція від 07.11.2012 [Електронний ресурс] // База даних «Законодавство України». – Режим доступу : http://zakon1.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi? ?user=index.

2. Постанова кабінету міністрів україни від 21.07.2006 № 1001 [Електронний ресурс] // «Державна стратегія регіонального розвитку на період до 2015 року». – Режим доступу : http://www.minfin.gov.ua/control/uk/publish/printable_article?art_id=85902.

3. Програма економічних реформ на 2010-2014 роки [Електронний ресурс] // «Заможне суспільство, конкурентоспроможна економіка, ефективна держава». – Режим доступу : president.gov.ua/docs/programa_reform_final_1.pdf.

4. Бланк И. А. Финансовый менеджмент : учебник / И. А. Бланк. – К. : Ника-центр, Эльга, 2002. – 512 с.

5. Білик М. Д. Грошові потоки підприємств у мікро – та макроекономічному аспекті / М. Д. Білик, С. І. Надточій // Фінанси України. – 2007. – № 6. – С. 133-147.

6. Бочаров в. В. Управление денежным оборотом предприятий и корпорацій / в. В. Бочаров. – м. : финансы и статистика, 2002. – 144 с.

7. Грушківський В. Г. Теоретичні і практичні аспекти управління грошовими потоками на підприємстві / В. Г. Грушківський, Т. М. Тіховська // Формування ринкових відносин в Україні. – 2007. – № 3. – С. 36-40.

8. Покровський Ю. Н. Методика анализа чистого денежного потока в условиях дефицита денежных средств / А. С. Кокин, Н. Ю. Покровский // Аудит и финансовый анализ. – 2010. – № 3. – С. 144-148.

9. Поддєрьогін А. М. Ефективність управління грошовими потоками підприємства / А. М. Поддєрьогін, Я. І. Невмержицький // Фінанси України. – 2007. – № 11. – С. 119-127.

10. Тимофеева Т. В. Анализ денежных потоков предприятия / Т. В. Тимофеева. – М. : Финансы и Статистика; Инфра-М, 2010. – 368 с.

11. Диденко Ю. Ю. Значение эффективного управления денежными потоками в деятельности предприятия в рыночных условиях хозяйсвования / Ю. Ю. Диденко, А. Л. Драговоз // Бизнес Информ. № 1. – 2010. – С. 96-98.

12. Вітлинський В. В. Ризик у менеджменті / В. В. Вітлинський, С. І. Наконечний. – К. : Борисфен, 1996. – 330 с.

13. Корнійчук М. Т. Ризик і надійність. Економіко-стохастичні методи й алгоритми побудови та оптимізації систем : монографія / М. Т. Корнійчук, І. К. Совтус. – К. : КНЕУ, 2000. – 212 с.

14. Жлуктенко В. І. Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології : навч. посібник / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна – К. : КНЕУ, 2002. – 226 с.

15. Ховард Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. А. Ховард. – М. : Советское радио, 1964. – 195 с.

В. М. Кузниченко, В. И. Лапшин

МОДЕЛЬ ФИНАНСОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ В РЕГИОНАХ

Рассмотрен вероятностный подход к модели распределения финансовых ресурсов между предприятиями в закрытой системе на базе цепей Маркова. В этом процессе учтено влияние местной администрации. Стохастическая матрица цепей Маркова представляет возможность изучить каждый шаг исследуемого процесса. Использование метода z – преобразования позволяет обойти трудности, которые возникают вследствие кратности собственных значений стохастических матриц, и дает возможность получить аналитическую форму оборота финансовых ресурсов в рассматриваемый период. Полученное выражение упрощает анализ и расчет состояний системы по сравнению с другими моделями. Определены условия взаимодействия предприятий с внешними системами.

Ключевые слова: матрица, вектор, цепи Маркова, стохастическая матрица, z – преобразование, аналитическая форма.

V. Kuznichenko, V. Lapshyn

MODEL OF THE FINANCIAL INTERACTION OF ENTREPRISES IN LOKAL DISTRICT

The probabilistic approach in the model of the financial recources allocation between enterprises in close system on the bases of the Markov's chains was considered. The action of municipal administration in this process was taken into account. The stochastic matrix of the Markov's allows you to examine every step of the investigated process. Using the method of z – transforms can circumvent the difficulties, arising from multiplicity of eigenvalues of stochastic matrix and gives a possibility to get the analytical form of financial resources circulation during considered period. This form simplifies analysis and calculation of the system states as compared with the other models. The conditions of the enterprise interaction with external system were obtained.

Keywords: matrix, vector, Markov's chains, stochastic matrix, z – transform, analytical form.

Надійшла до редакції 25.02.2013 р.