

Прочность горных пород – теория и эксперимент

На основе анализа существующих критериев разрушения сформулированы требования к новой теории прочности. Впервые предложено учитывать жидкостное трение на сдвиговых площадках. Обоснованы новые дифференциальные уравнения аналитической теории прочности. Даны экспериментальные подходы для определения показателей новой теории – коэффициента хрупкости, когезии разрыва и сдвига. Показано, как можно учесть поврежденность породных массивов.

Ключевые слова: теория прочности, разрушение, критерии разрушения, трение, хрупкость, трещины, неоднородность, зернистость, масштабный эффект.

Контактная информация: ligag@ya.ru

Проблема адекватного описания прочностных свойств материалов естественных (горных пород, биоматериалов, древесины) и искусственных (каменных, металлических, полимерных и др.) – одна из важнейших в инженерных науках и связана со всеми технологическими направлениями промышленного производства. Однако до настоящего времени эта проблема не решена.

Цель науки о прочности – определение уровня предельных напряжений, который может выдержать материал без разрушения при произвольном способе его нагружения. Эту задачу пытались решать с помощью классических многочисленных теорий прочности [1] и новых направлений в механике деформируемого твердого тела (механика разрушения, кинетические теории прочности и др.) [2]. Однако традиционные подходы, как правило, оперируют алгебраическими представлениями и нередко без рассмотрения физических процессов зарождения и развития микродефектов, т. е. без привлечения положений реономной микромеханики разрушения [3]. Поэтому до сих пор не получено удовлетворительное решение проблемы прочности. В частности, из экспериментов следует, что паспорта прочности реальных материалов существенно нелинейны, однако теоретически это не объяснено.

Предлагаемая новая теория прочности базируется на том, что макромеханические свойства материалов – следствие развития процессов разрушения и деформации на микродефектах типа сдвига или разрыва, причем разрушение сдвигом сопровождается не только сухим, но и жидкостным трением. Это позволяет впервые обосновать не алгебраическую, а дифференциальную (аналитическую) запись критерия разрушения материалов с учетом их структурного строения, что открывает широкие возможности описания условий разрушения горных пород и материалов.

Существующие критерии прочности. Сущность известной теории прочности Кулона–Мора [1] – в распространении зако-



Г. Г. ЛИТВИНСКИЙ,
доктор техн. наук
(Донбасский ГТУ)

на сухого трения Кулона на критерий разрушения твердых тел. Согласно этой теории разрушение сдвигом на площадке с нормалью n происходит, если касательное напряжение τ_{nt} будет равно сопротивлению сдвига:

$$\tau_{nt} = [\tau] = f\sigma_n,$$

где σ_n – нормальное напряжение;

f – коэффициент сухого трения,
 $f = \operatorname{tg}\varphi$;

φ – угол трения на площадке сдвига.

В материале со сцеплением на поверхности сдвига к нормальным напряжениям σ_n следует добавить когезию разрыва σ_0 , что позволяет получить уравнение паспорта прочности (рис. 1) идеально связного материала (теория прочности Кулона–Мора):

$$\tau_{nt} = f(\sigma_n + \sigma_0) = f\sigma_n + \tau_0, \quad (1)$$

где $\tau_0 = \sigma_0 f$ – когезия сдвига, Па.

При $\tau_0 = 0$ получаем сыпучую породу, а при $f = 0$ – пластичную. Несмотря на простоту этого уравнения, его практически нельзя применять для горных пород, у которых паспорт прочности криволинеен. Поэтому О. Мор предложил искать эмпирические зависимости в виде нелинейной

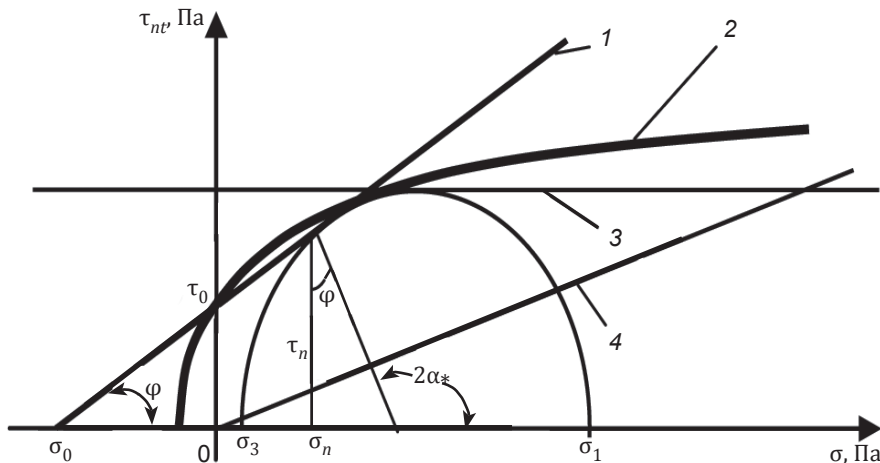


Рис. 1. Паспорта прочности породы на диаграмме О. Мора: 1, 3 и 4 – порода связная, пластическая и сыпучая; 2 – реальный паспорт.

функции $\tau_{nt} = F(\sigma_n)$, однако теоретически ее вид остался неизвестен. Многие авторы разрабатывали другие эмпирические критерии разрушения в виде разных алгебраических зависимостей. К ним следует отнести широко известную эмпирическую формулу 3. Бенявского [4]

$$\sigma_1 = A\sigma_c^{0,25} \sigma_3^{0,75} + \sigma_c, \quad (2)$$

где A – эмпирическая константа;

σ_1 и σ_3 – наибольшее и наименьшее нормальные напряжения в породе;

σ_c – прочность породы на одноосное сжатие, Па.

Самый удобный и распространенный в настоящее время эмпирический критерий прочности предложен Хоеком и Брауном [5] в виде

$$\sigma_1 = \sigma_3 + (m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2)^{1/2}, \quad (3)$$

где m и s – константы материала.

Однако эмпирические критерии прочности ограничены по области применения, дают ряд неверных результатов, не способны объяснить физику процесса разрушения и его основные закономерности. Остается открытым главный вопрос – почему паспорт прочности криволинеен.

Требования к теориям прочности. Сформулируем основные требования к критериям прочности как своего рода тесты по пригодности различных подходов к ее описанию. Критерий прочности должен:

- объяснять феномен криволинейности паспорта прочности;

- использовать модель разрушения, обоснованную теоретически и опирающуюся на современные представления физики и механики разрушения;

- учитывать структурное состояние материала, связанное с его предысторией нагружения и возникшими структурными повреждениями (трещинами, ослаблениями);

- однозначно определять разрушение при любом напряженном состоянии;

- использовать минимальное количество показателей явно выраженным физическим

смыслом и просто определяемыми из экспериментов;

- как частные случаи включать в себя известные теоретические идеализации прочностных свойств материала (идеальная пластичность, идеально сыпучее тело, идеально связное тело);

- учитывать особенности прочности пород: различие пределов прочности на растяжение и сжатие, наличие структурных неоднородностей и включений;

- быть теоретически «открытым», т. е. не быть «тупиковой» разработкой в виде жестко определенных эмпирических или полуэмпирических уравнений.

Отметим, что пока ни одна из теорий прочности в полной мере не отвечает всему набору сформулированных требований.

Сущность аналитической теории прочности. Рассмотрим теоретические предпосылки феномена разрушения. Будем исходить из того, что разрушение сдвигом происходит путем образования многочисленных сдвиговых микродефектов в сочетании с сопровождающими их разрывами. В совокупности сдвиги и разрывы, возникающие в теле, образуют многочисленные рассеянные по всему объему материала Z-дефекты [6]. Рассмотрим, что происходит на площадках сдвига.

Угол внутреннего трения φ для твердого материала исторически был введен по аналогии с углом трения идеально сыпучего материала (песка). В отличие от представлений о сухом трении Кулона, положенных в основу

теории прочности О. Мора, можем утверждать: на площадке сдвига существует два вида трения – сухое и жидкостное, что подтверждается экспериментальными данными физики деформирования и разрушения материалов.

Так, в последних исследованиях* было обнаружено интересное явление на границах берегов трещины: между ними возникает сеть из водородных связей, которые занимают особое место среди всех типов химических связей и обеспечиваются атомом водорода, расположенным между двумя электроотрицательными ионами (например, атомами кислорода), оттягивающими на себя электронное облако, и атом водорода остается без электрона. Потеря одного электрона в любом другом атоме изменяет его размер несущественно. Но в данном случае потеря атомом водорода электрона имеет катастрофические последствия: вместо атома остается один лишь протон – частица размером в одну сотысячную размера атома. Атом водорода почти исчезает и потому два электроотрицательных атома могут сильно приблизиться друг к другу. Это делает водородные связи, с одной стороны, довольно крепкими, а с другой – подвижными и «маневренными»: они легко образуются, легко видоизменяются и восстанавливаются. Эти данные подтверждают возможность возникновения на участке сдвига почти жидкостного трения в твердом теле.

Выразим долю сухого трения на сдвиговых площадках параметром α – коэффициентом хрупкости ($0 \leq \alpha \leq 1$). Если $\alpha = 0$, то сухое трение отсутствует и материал идеально пластичен, если $\alpha = 1$, то трение полностью сухое и материал представляет собой идеально связное (хрупкое) тело.

В классической теории прочности О. Мора (см. рис. 1) при наличии когезии разрыва σ_0 коэффициент $f = \operatorname{tg} \varphi$ угла φ внутреннего трения постоянен:

$$f = \operatorname{tg} \varphi = d\tau_{nt} / d\sigma_n = \tau_{nt} / (\sigma_n + \sigma_0) = \operatorname{const}. \quad (4)$$

Новое уравнение прочности запишем в дифференциальном виде и введем в него новый показатель – коэффициент хрупкости α (сравнить с формулой (4)):

$$f = \operatorname{tg} \varphi = d\tau_{nt} / d\sigma_n = \alpha \tau_{nt} / (\sigma_n + \sigma_0) = \operatorname{var}. \quad (5)$$

* <http://elementy.ru/trefil/57>

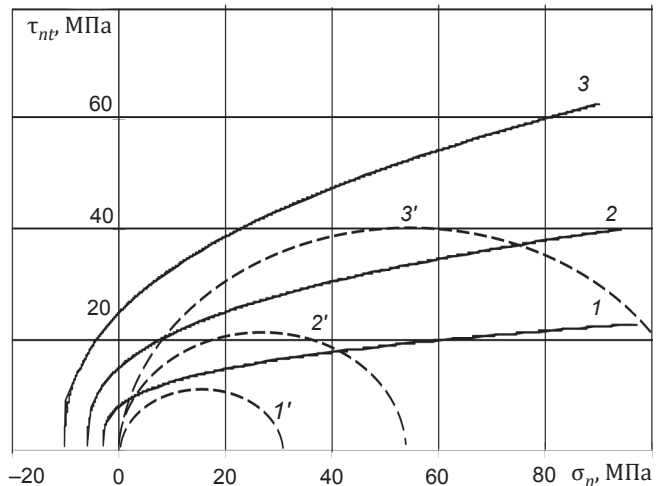


Рис. 2. Общий вид паспортов прочности типичных пород Донбасса: 1 – аргиллит; 2 – алевролит; 3 – песчаник. Полуокружности, обозначенные штрихами, указывают прочность пород на одноосное сжатие.

Решая дифференциальное уравнение (5) и определяя постоянную интегрирования из естественного условия $\tau_{nt} = \tau_0$ при $\sigma_n = 0$, получим

$$\tau_{nt} = \tau_0 [(\sigma_n / \sigma_0) + 1]^\alpha, \quad (6)$$

где τ_0 – когезия сдвига, численно равная на диаграмме О. Мора отрезку на оси τ , отсекаемому паспортом прочности при $\sigma_n = 0$ (см. рис. 1).

Уравнение (6) – базовый критерий прочности однородного материала (горной породы). Обобщенные огибающие на диаграмме О. Мора представлены на рис. 2.

Расчеты показывают, что задания трех параметров σ_0, τ_0, α вполне достаточно для описания любого типа паспорта прочности. При $\alpha = 0$ получим паспорт прочности идеально пластической породы с прямолинейной огибающей, параллельной оси σ . Если $\alpha = 1$, паспорт прочности вырождается в прямолинейную огибающую для идеально связного (хрупкого) материала с постоянным углом внутреннего трения, равным $\varphi_0 = \operatorname{arctg}(\tau_0 / \sigma_0)$.

Большинство горных пород обладает показателем хрупкости $\alpha < 0,5$, тогда огибающая паспорта прочности пересекает ось σ под прямым углом, а когезия σ_0 и предел прочности на одноосное растяжение σ_p совпадают: $\sigma_p = \sigma_0$, что существенно упрощает вычисление параметров паспорта по экспериментальным данным.

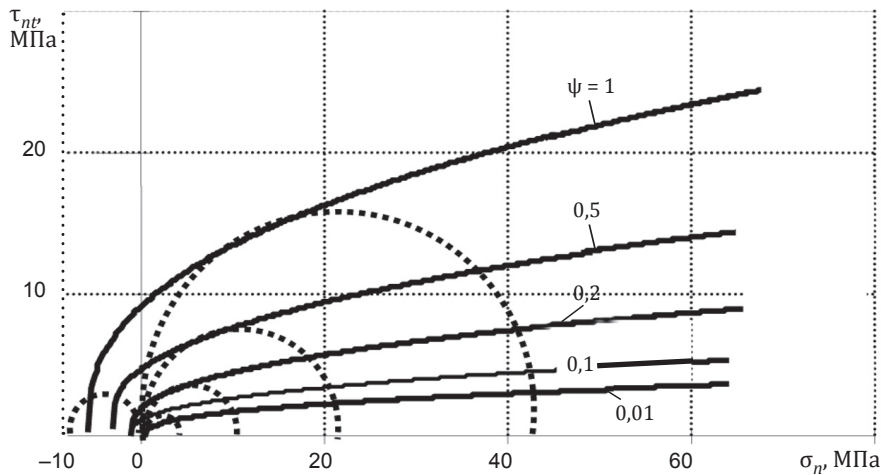


Рис. 3. Паспорта прочности алевролита с разной степенью сплошности, $0 \leq \psi \leq 1$.

Если $\alpha > 0,5$, то этот угол меньше прямого, что у горных пород встречается реже.

Определение параметров нового паспорта прочности. Экспериментально параметры обобщенной огибающей (паспорта прочности) можно определить, испытав в лаборатории образцы горной породы на одноосные растяжение σ_p и сжатие σ_c , а также используя тот факт, что угол внутреннего трения при одноосном сжатии пород φ_c достаточно хорошо экспериментально известен. Так, для разных пород он изменяется в довольно узких пределах (таблица).

Формулы для определения параметров обобщенного паспорта прочности горной породы имеют вид

$$\sigma_p = \sigma_0; \sigma_0 = \sigma_p; \alpha = \operatorname{tg} \varphi_c (\sigma_0 + \sigma_n^*) / \tau_{nt}^*; \tau_0 = \tau_{nt}^* / [(\sigma_n^* / \sigma_0) + 1]^\alpha, \quad (7)$$

где $\sigma_n^* = \sigma_0(1 - \sin \varphi_c) / 2$ и $\tau_{nt}^* = (\sigma_c \cos \varphi_c) / 2$ – напряжения на площадке сдвига при одноосном сжатии.

В общем случае достаточно использовать три произвольных прочностных показателя породы (материала), определенных экспери-

Тип породы	Показатели прочности			Параметры огибающей		
	φ_c, \dots°	σ_p , МПа	σ_c , МПа	α	σ_0 , МПа	τ_0 , МПа
Аргиллиты	18–22	1–4	30–40	0,2–0,3	1–4	5–10
Алевролиты	23–27	3–8	30–80	0,3–0,4	3–8	7–20
Песчаники	28–32	5–12	50–150	0,4–0,45	5–12	10–40

ментально, чтобы путем решения системы трех трансцендентных уравнений (7) вычислить искомые параметры обобщенного паспорта прочности на компьютере.

Пределы численных значений параметров обобщенной огибающей для разных типов пород Донбасса в зонах средней степени метаморфизма представлены в таблице.

С увеличением хрупкости горных пород параметр α возрастает, однако для большинства он меньше 0,5. В то же время соотношение между когезиями раз-

рыва и сдвига может меняться в достаточно широких пределах, но, как правило, для нетрещиноватых пород $\tau_0 \leq \sigma_0$.

Прочность трещиноватых массивов. Известно, что прочность массива горных пород намного меньше, чем прочность слагающих его пород. Это обусловлено главным образом наличием трещин, что создает масштабный эффект. Если с помощью геофизических исследований и геологических изысканий удалось установить степень трещиноватости, то можно рассчитать прочность массива по сравнению с прочностью пород в образце.

Введем новый параметр ψ для характеристики сплошности массива. С физической точки зрения он представляет собой часть ненарушенной трещинами площади, оставшейся на некоторой произвольной плоскости в массиве ($0 \leq \psi \leq 1$). Если массив разбит хаотическими трещинами, причем они открытые (с несомкнутыми берегами), то обобщенное дифференциальное уравнение прочности массива имеет вид

$$d\tau_{nt}/d\sigma_n = \alpha \psi \tau_{nt} / (\sigma_n + \sigma_0 \psi),$$

решение которого, с учетом очевидного граничного условия $\tau_{nt} = \psi \tau_0$ при $\sigma_n = 0$, будет

$$\tau_{nt} = \tau_0 \psi [(\sigma_n / \psi \sigma_0) + 1]^{\alpha \psi}.$$

Аналогично для массива с закрытыми сдвиговыми трещинами обобщенное уравнение прочности

$$\tau_{nt} = \tau_0 \psi [(\sigma_n / \sigma_0) + 1]^{\alpha \psi} [(\sigma_n / \psi \sigma_0) + 1]^{\alpha_c(1-\psi)}. \quad (8)$$

Таким образом, с помощью обобщенного паспорта прочности трещиноватого массива можно найти прочность массива, нарушенного трещинами. Аналогично решаются и более сложные задачи расчета прочности свойств массива с самыми разнообразными трещинами и условиями изменения сплошности ψ .

На рис. 3 можно проследить, как изменяется паспорт прочности алевролита, если в нем растет количество открытых трещин, что вызывает уменьшение сплошности ψ породы. Пунктирными полукругностями показаны изменения прочности алевролита на одноосное сжатие.

Несмотря на сложный вид полученного уравнения прочности (8), его использование не представляет труда и находится в компетенции горного инженера. При $\psi = 1$, т. е. трещиноватости нет, уравнение (8) переходит в исходный критерий прочности (6).

Выводы. Аналитическая теория прочности на основе нового феномена о наличии жидкостного трения на площадках сдвигов позволила впервые получить дифференциальные уравнения разрушения и предсказать правильные паспорта прочности горных пород.

Полученные уравнения прочности для большого разнообразия пород со структурными ослаблениями позволяют оценивать поведение

трещиноватых массивов при ведении горных работ.

Основные положения аналитической теории прочности меняют методику определения механических свойств горных пород и массивов, учитывают их реальное поведение в окрестности горных выработок и требуют изменения нормативных материалов по прогнозу горного давления и управлению состоянием массива.

ЛИТЕРАТУРА

1. Писаренко Г. С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г. С. Писаренко, А. А. Лебедев. – К.: Наук. думка, 1976. – 515 с.
2. Карзов Г. П. Физико-механическое моделирование процессов разрушения / Г. П. Карзов, Б. З. Марголин, В. А. Швецова. – СПб.: Политехника, 1993. – 391 с.
3. Литвинский Г. Г. Обобщенный паспорт прочности горных пород / Г. Г. Литвинский // Наук. вісник НГА України. – Дніпропетровськ: НГА України, 1995. – С. 85–89.
4. Bieniawski Z. T. Estimating the Strength of Rock Materials / Z. T. Bieniawski // J. S. Afr. Min. Metall. – Vol. 74. – 1974. – P. 312–320.
5. Hoek E. A Modified Hoek-Brown Criterion for Jointed Rock Masses / E. Hoek, D. Wood, S. Shah // Eurock'92 Rock Characterization: Proceeding ISRM Symposium. – London: British Geotechnical Society, 1992. – P. 209–214.
6. Литвинский Г. Г. Структура и напряженное состояние микродефектного материала (горной породы) / Г. Г. Литвинский // Ground Control in Mining. – Донецк: ДонГТУ, 2000. – С. 28–48.

ПО МАТЕРИАЛАМ ЖУРНАЛА «УГОЛЬ УКРАИНЫ» ПРОШЛЫХ ЛЕТ

В журнале № 7 в статье В. И. Завертнева «Пути повышения производительности очистных машин для крутых пластов» описано, что Донгипроуглемашем в 1961–1973 гг. проведены исследования фактических режимов работы комбайнов УКР, «Темп», «Комсомолец», А-70 (с электрическим и пневматическим приводами), а также нагрузок конвейеростругов при их работе с щитовыми агрегатами КСЩ, АЩ, 1АЩ, АДК.

Результаты экспериментов и расчетов показывают, что технически возможная производительность конвейеростругов для агрегатов 1АЩ, АНЩ и АДК может быть повышена за счет: уменьшения потерь давления воздуха в питающем воздухопроводе; уменьшения потерь мощности на трение в исполнительном органе конвейероструга; совершенствования режимов работы конвейероструга; совершенствования и внедрения на серийных агрегатах 1АЩ системы автоматического регулирования нагрузки привода и дистанционного управления перемещения конвейероструга; увеличения мощности пневмопривода; увеличения длительной мощности электропривода.