

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТРАКТУРИ ПРОКСИМАЛЬНОГО МІЖФАЛАНГОВОГО СУГЛОБА ПАЛЬЦЯ КИСТІ

Л. Ю. Науменко<sup>1</sup>, К. Ю. Костриця<sup>1</sup>, А. О. Маметьєв<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра медико-соціальної експертизи і реабілітації ФПО,  
ДЗ «Дніпропетровська медична академія МОЗ України», м. Дніпро

<sup>2</sup> ДУ «Український державний НДІ медико-соціальних проблем інвалідності МОЗ  
України», м. Дніпро

15–16 червня в м. Краків відбулася 8-а Міжнародна науково-практична конференція, де були розглянуті актуальні питання сучасної ортопедії та травматології за такими напрямками: реконструктивна хірургія верхньої кінцівки, ендопротезування колінного та кульшового суглобів та питання дитячої ортопедії.

**Введення.** Для вивчення патологічного процесу нами створена математична та біомеханічна моделі різних видів контрактур проксимального міжфалангового суглоба пальця кисті для визначення біомеханічних характеристик та дослідження процесів при тугорухомості суглоба й обґрунтування різних методів лікування. Експериментально в дослідженні визначили показники сил, що діють на сухожилки згиначів і розгиначів пальця кисті при різних кутах згинання і при різних показниках опору шляхом моделювання різних видів контрактур.

Складність анатомічної будови, частота травматизації, високий відсоток незадовільних результатів лікування травм проксимальних міжфалангових суглобів кисті мотивувала нас для проведення аналізу біомеханічних характеристик суглобів та пошкоджень анатомічних структур, що впливають на його функцію.

### Актуальність

- Відомо декілька моделей для вивчення роботи п'ястково-фалангових та міжфалангових суглобів [John Z Wu et al., (2006); Anton Dogadov et al., (2017); B. I. Binder-Markey, W. M. Murray (2017); J. L. Sancho-Brua, A. Plerez-Gonzlaleza, (2001); Ashish D. Deshpande et al., (2012); J. L. Sancho-Brua et al., (2001); M. C. Кубланов, (2015); А. В. Зарецков, М. А. Щербаков, Г. А. Адамович, (2015)].
- Однак проблема механічних характеристик суглоба пальця внаслідок розвитку тугорухомості залишається нерозв'язаною в частині розуміння біомеханічних процесів функціонування кисті в умовах обмежень згинально-розгинальної функції пальців кисті в залежності від характеру уражень елементів.

**Мета роботи** – на фізичній моделі пальця кисті визначити зусилля, необхідні для подолання опору в шарнірі в умовах різних видів тугорухомості при різних кутах згинання, побудувати математичну модель роботи ПМФ суглоба, що основана на законі збереження енергії, для визначення зовнішньої роботи, необхідної для подолання опору в суглобі при різних видах контрактур.

Побудувати математичну модель роботи ПФМС, що основана на законі збереження енергії для визначення зовнішньої роботи, необхідної для подолання опору в суглобі при різних видах обмеження рухомості.

### Матеріали та методи

Дослідження проводились на фізичній моделі пальця кисті. Закручуванням гвинта з різним зусиллям та збільшенням кількості еластичних елементів на шарнірі обмежувалась його рухомість. За допомогою MS Office Excel 2010 створена таблиця експериментальних даних і побудовані графіки залежності. Також у даному програмному продукті реалізована математична модель. Користувач вводить вихідні дані, які можна отримати за допомогою гоніометра і динамометра, а програма автоматично вираховує результат. Адекватність побудованої моделі була перевірена шляхом порівняння результатів фізичного експерименту з результатами розрахунку математичної моделі. Порівнюючи графіки фізичного експерименту та математичної моделі, відзначили достатню схожість результатів.

В механічному експерименті створені моделі двох типів:

– артрогенної контрактури на фізичній моделі трифалангового пальця кисті (рис.1) – створювалася шляхом дозованого затягування гвинта на шарнірі, що імітує ПМФ-суглоб.

– десмогенної контрактури - створювали шляхом фіксації еластичних елементів з відомою пружністю, які імітували зміни тканин, що оточують суглоб.

Тугорухомість шарніра оцінювалася як крутний момент, що чинить опір переміщенню дистальної фаланги. За допомогою MSOffice Excel 2010 створена база експериментальних даних, отриманих на фізичній моделі пальця кисті, і побудовані графіки залежності  $F_{\alpha}$  (зусилля м'язів) від крутного моменту, що моделює контрактуру, при різних кутах згинання.

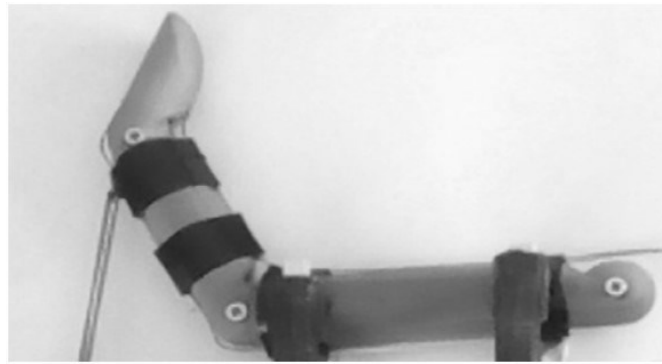


Рис. 1. Біомеханічна модель трифалангового пальця кисті

Під час згинання та розгинання пальця переміщення дистальної та проксимальної фаланг відбувається в одній площині. Тому з точки зору механіки палець може бути представлений як плоска шарнірно-важільна система (рис. 2,3), яка складається з чотирьох важелів та трьох шарнірів. До неї може бути застосований закон збереження енергії.

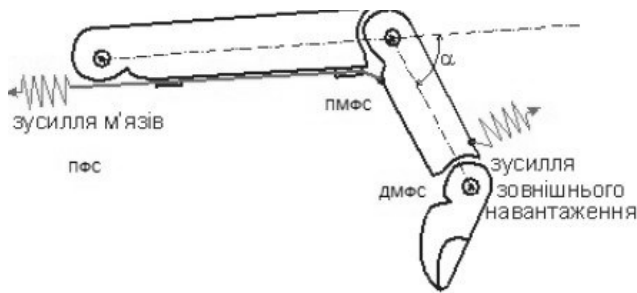


Рис. 2. Схема дослідження залежності внутрішнього зусилля від зовнішнього навантаження

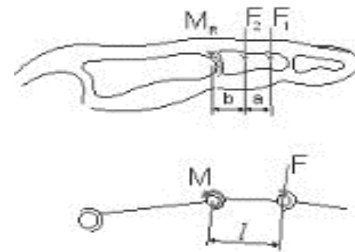


Рис. 3. Розрахункова схема роботи проксимального міжфалангового суглоба

**Математична модель роботи проксимального суглоба пальця кисті**

Кут  $\alpha_0$  – кут спокою проксимального суглоба пальця. Для зміни кута спокою на величину  $\Delta\alpha$  необхідна витрата енергії  $E_A$ , що дорівнює внутрішній роботі м'язів, які, скорочуючись, приводять у крутний рух дистальну фалангу пальця через сухожилки, створюючи крутний момент  $M_a$ . Така робота є активною. У випадку приведення фаланг пальців у рух зовнішнім механічним пристроєм активну роботу будуть виконувати зовнішні сили. При цьому механічним приладом буде виконана зовнішня робота  $A_{зовн.}$ . Тоді енергія активних сил  $E_A = M_a \Delta\alpha / 2 + A_{зовн.}$ . Згідно з принципом збереження енергії  $E_A$  трансформується в енергію пасивних сил  $E_P$ , тобто  $E_A = E_P$ .

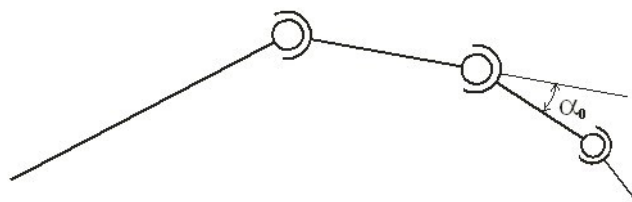


Рис. 4. Шарнірна схема пальця

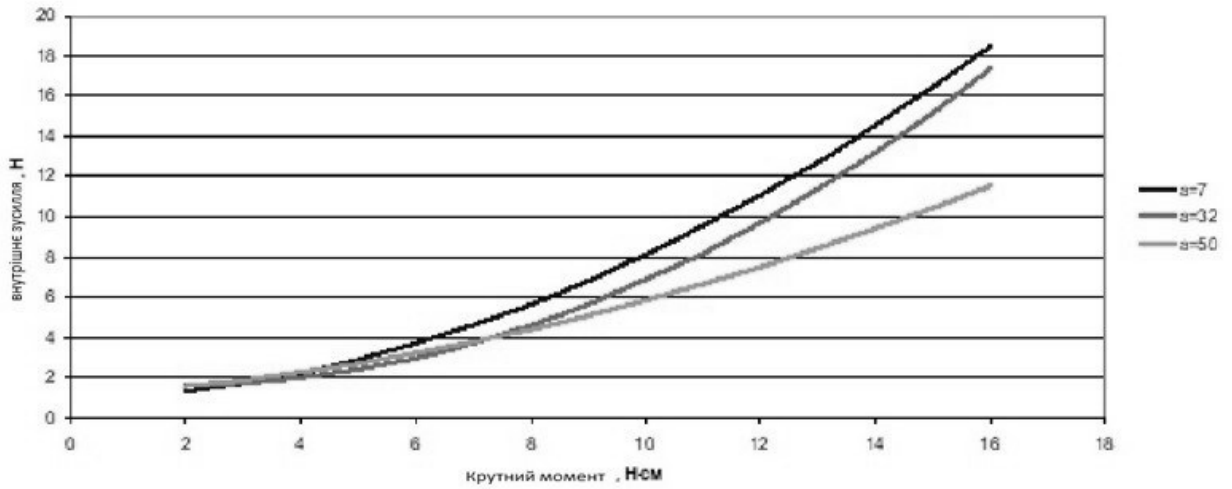
Робота пасивних сил  $E_P$  складається з роботи сил опору кутовим переміщенням у суглобі  $E_c$ , роботи сил тертя сухожилків у каналах  $E_{тж}$ , роботи деформації м'яких тканин  $E_t$ , роботи деформації сухожилків  $E_{дж}$  і фізичної роботи  $E_f$ , що виконується пальцем:

$$E_P = E_c + E_{тж} + E_t + E_{дж} + E_f$$

Розглянувши складники окремо шляхом аналітичних розрахунків виведені коефіцієнти  $\mu$ ,  $k_T$ , та  $m_c$ , зміною яких моделюються різні види обмеження рухомості в шарнірі, що імітує міжфаланговий суглоб. Дана математична модель реалізована в програмному продукті MS Excel 2010. Користувач вводить вихідні дані,

які можна легко отримати за допомогою гоніометра і динамометра, а програма автоматично вираховує результат.

**Залежність внутрішнього зусилля від крутного моменту, що моделює артрогенну контрактуру, при різних кутах згинання  $\alpha$**



Під час експерименту з моделювання *артрогенної* контрактури були отримані дискретні значення внутрішніх зусиль при певних значеннях крутного моменту та кута згинання  $\alpha$ . Отримані дані були розділені на три групи, для кожної групи побудовані графіки. Результати, що на них представлені, апроксимовані квадратною параболою.

**Залежність внутрішнього зусилля і крутного моменту від кута згинання  $\alpha$  під час моделювання десмогенної контрактури**

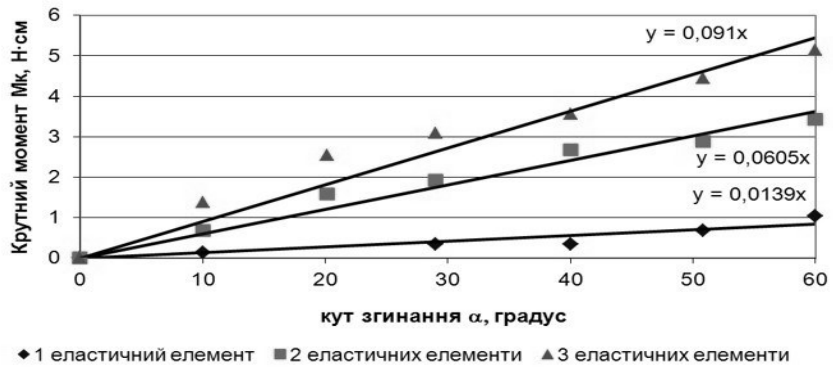


Рис. 5. Значення крутного моменту  $M_k$  при різних кутах згинання  $\alpha$  та різній кількості еластичних елементів

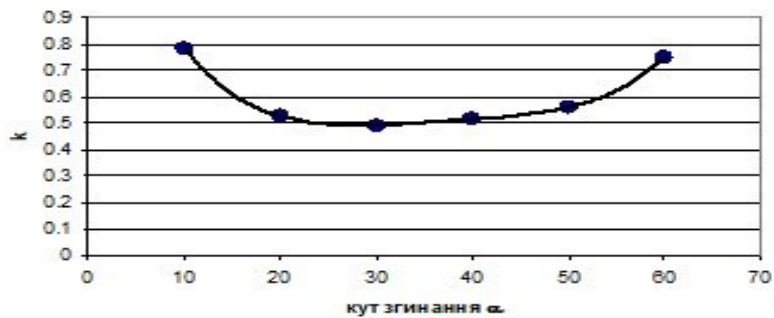


Рис. 6. Залежність параметру  $k$  (відношення внутрішнього зусилля до крутного моменту) від кута згинання  $\alpha$

З рисунків видно, що дані величини пов'язані між собою в обернено пропорційній залежності і спостерігається нелінійність. На фізичній моделі визначено експериментально, що при кутах згинання від 30 до 110, для подолання тугорухомості шарніра необхідно докласти внутрішнє зусилля меншої величини (менше в 2 рази), ніж при кутах до 30.

**Вихідні параметри для Математичної моделі роботи проксимального МФ суглоба пальця кисті**

Параметр	Числове значення	Одиниця вимірювання
$A_{зовн}$	0	Дж
$\alpha_n$	0	градус
$\Delta\alpha$	50	градус
$\alpha$	50	градус
$\delta_\alpha$	25	градус
$\sin \delta_\alpha$	0,422618	
$\cos \delta_\alpha$	0,906308	
$F_\alpha$	10,4	Н
$a_v$	0,004	м
$a_x$	0,006	м
$M_\alpha$	0,064074	Н·м
$E_A$	1,601845	Дж
$E_{II}$	1,601845	Дж
$E_{дж}$	2,9E-07	Дж
$k$	5,8	Н/м
$E_{тж}$	0	Дж
$E_c$	0,875	Дж
$m_c$	0,0007	Нм/градус
$E_t$	0,5	Дж
$k_T$	0,0004	Нм/градус
$E_\phi$	0,226844	Дж
$F_\phi$	11,30193	Н
$S_c$	0,020071	м

Параметри розподіляються за своїм значенням на постійні величини та змінні.

Змінною величиною є кут згинання  $\alpha$ , та низка параметрів, які від нього залежать.

Постійними величинами є коефіцієнти тертя, жорсткості, коефіцієнти пропорційності.

На основі механічної моделі створена математична модель, до якої входять 23 математичні та функціональні параметри.

**Приклад результату роботи математичної моделі – прийняття рішення щодо вибору методу і способу лікування**

Практичне використання моделі дає змогу проводити розрахунки зовнішніх зусиль при відновленні рухливості в суглобі за допомогою зовнішніх пристроїв.

$F_a$	$\alpha=5^\circ$	$\alpha=30^\circ$	$\alpha=60^\circ$
2	3.753603	4.409082	4.917691
4	7.259094	8.536664	9.529746
6	10.5163	12.38117	13.82764
8	13.52503	15.94089	17.80255
10	16.28508	19.21391	21.44544
12	18.79621	22.19817	24.74705
14	21.05814	24.89136	27.69801
16	23.07059	27.29097	30.28892
18	24.83321	29.3942	32.51043
20	26.36294	31.31439	34.70256

Математична модель вказує на зусилля  $\Delta F$ , яке повинно бути розвинуте пристроями зовнішньої фіксації під час лікування контрактури ПМФС і дає змогу проводити його розрахунки при відновленні рухомості в суглобі.

#### Результати й обговорення

- Встановлено, що кут згинання фаланги впливає на співвідношення сили внутрішнього зусилля і зовнішнього навантаження. За результатами багатоваріантних розрахунків, що виконані по розробленій математичній моделі, отримано сукупність значень зовнішньої сили  $F_{\phi}$  у залежності від варіації значень внутрішнього зусилля  $F_{\alpha}$  та кута згинання  $\alpha$ . Алгоритм розрахунку налаштований таким чином, що визначає зовнішню силу  $F_{\phi}$  у залежності від значення  $F_{\alpha}$  (зусилля м'язів) та кута згинання фаланги  $\alpha$ .
- При моделюванні артрогенної контрактури ПМФ суглоба на фізичній моделі в експерименті при кутах згинання від  $30^{\circ}$  до  $110^{\circ}$  для подолання тугорухомості шарніра необхідно докласти внутрішнє зусилля меншої величини (менше в 2 рази), ніж при кутах до  $30^{\circ}$ ; при моделюванні десмогенної контрактури при кутах згинання від  $20^{\circ}$  до  $50^{\circ}$  для подолання тугорухомості необхідно докласти внутрішнє зусилля меншої величини (менше в 1,5 рази), ніж при кутах від  $0^{\circ}$  до  $20^{\circ}$  та від  $50^{\circ}$  до  $90^{\circ}$ .
- Встановлено, що, вимірявши величину сили  $F_{\alpha}$  (зусилля м'язів), можна обчислити відповідну зовнішню силу  $F_{\phi}$ , яка повинна надаватися зовнішнім механічним пристроєм для приведення в рух фаланги пальця при різних видах тугорухомості при будь-якому куті згинання фаланги в ПМФ суглобі. Математична модель дає змогу обчислити зусилля  $\Delta F$ , яке повинно бути розвинуте пристроєм зовнішньої фіксації для лікування контрактури в суглобі.

#### Висновки

1. Побудована математична модель роботи ПМФС при різних видах обмеження рухомості.
2. Побудована фізична модель роботи ПМФС пальців кисті, на якій експериментально підтверджена адекватність пропонованої математичної моделі.
3. За допомогою математичної моделі можна вирішувати прикладні завдання з визначення необхідної жорсткості пристроїв зовнішньої фіксації індивідуально для кожного пацієнта, попередньо вимірявши його біометрію та визначивши ступінь тугорухомості.

При моделюванні артрогенної контрактури на фізичній моделі при кутах згинання від  $30^{\circ}$  до  $110^{\circ}$  для подолання тугорухомості шарніра необхідно докласти внутрішнє зусилля меншої величини (менше в 2 рази), ніж при кутах до  $30^{\circ}$ ; при моделюванні десмогенної контрактури при кутах згинання від  $20^{\circ}$  до  $50^{\circ}$  для подолання тугорухомості необхідно докласти внутрішнє зусилля меншої величини (менше в 1,5 рази), ніж при кутах від  $0^{\circ}$  до  $20^{\circ}$  та від  $50^{\circ}$  до  $90^{\circ}$ . За допомогою математичної моделі роботи ПМФ суглоба, що ґрунтується на законі збереження енергії, можна визначити необхідне зусилля для подолання того чи іншого ступеня тугорухомості. Вимірявши величину сили  $F_{\alpha}$  (внутрішнього зусилля), можна обчислити відповідну зовнішню силу  $F_{\phi}$ , яка повинна надаватися зовнішнім механічним пристроєм для приведення в рух фаланги пальця при різних видах тугорухомості за будь-якого кута згинання фаланги в ПМФ-суглобі.