УДК 631.312:514.18

В.М. Булгаков,
член-кореспондент УААН
Українська академія аграрних наук
С.Ф. Пилипака,
доктор технічних наук
Національний університет біоресурсів і природокористування України

ТЕОРІЯ РУХУ ЧАСТИНКИ ДОБРИВА У ВІДЦЕНТРОВОМУ РОЗСІЮВАЛЬНОМУ АПАРАТІ

Розглянуто відносний рух частинки по лопатці циліндричної форми, прикріпленої до диска розсіювального апарату в радіальному напрямі. Складено систему диференціальних рівнянь руху частинки із застосуванням супровідного тригранника переносної траєкторії, якою є коло, та формул Френе. Здійснено чисельне інтегрування отриманої системи диференціальних рівнянь, що дало можливість побудувати графіки руху частинки за різних умов.

Для внесення мінеральних добрив широко використовують відцентрові апарати із лопатками різних конструкцій. Лопатка кріпиться до горизонтального диска, що обертається навколо вертикальної осі. Закономірності руху суцільного потоку мінеральних добрив з достатньою для практики точністю можна аналітично описати, розглядаючи рух лише окремих їх частинок. При цьому, як показали результати попередніх досліджень, рух цих частинок можна описувати без урахування їх розмірів і форми. Матеріальна частинка під дією відцентрової сили рухається по поверхні лопатки і одночасно обертається разом з нею навколо вертикальної осі, тобто перебуває у складному русі. Якщо кінематика частинки у відцентрових апаратах з прямолінійними лопатками досить добре вивчена, то для апаратів з криволінійними лопатками у вигляді частини циліндричного жолоба вона потребує окремих аналітичних досліджень.

Аналіз останніх публікацій. Вивченню теоретичних основ складного руху матеріальної частинки по поверхні шорсткого диска, що обертається навколо вертикальної осі, присвячені фундаментальні праці, в яких розглянуто рух частинки за наявності і відсутності лопаток [4, 8]. Розглянуто випадок, коли частинка після сходу з диска потрапляє на прямолінійну лопатку з Г-подібним поперечним перерізом, установлену під певним кутом до горизонтальної площини [2]. Частинка під дією відцентрової сили рухається по лопатці вверх від осі обертання і в момент сходу з лопатки має такий самий кут, що забезпечує більшу дальність її польоту порівняно з горизонтальними лопатками. Розглянуто рух частинки по криволінійній лопатці, коли в момент вступу частинки на неї кут нахилу дорівнює нулю і в процесі руху зростає, набуваючи на сході з лопатки заданої величини [6]. Досліджено відносну і абсолютну траєкторії частинки при нахилі диска з прямолінійними лопатками під певним кутом до горизонту, що забезпечує політ частинки в момент сходу з диска вверх за умови, що вона попадає в розрахунковий сектор диска [3].

Окремі роботи присвячено вивченню руху частинки по шорсткій площині, яка здійснює коливальний рух або рух по поверхні обертання під дією відцентрової сили [7]. Серед праць, в яких йдеться про переміщення частинки по поверхні, більш відомі класичні приклади з підручників на прикладі конуса або сфери з вертикальною віссю обертання і гладенькою поверхнею [5, 10].

У деяких розсіювальних апаратах застосовуються горизонтально встановлені циліндричні лопатки у вигляді жолоба, які закріплені нерухомо до горизонтального диска, що обертається навколо вертикальної осі. Для складання диференціальних рівнянь руху частинки по такій лопатці запропоновано застосовувати відомі формули Френе, які відіграють важливу роль не тільки у диференціальній геометрії поверхонь, а й кінематиці точки [9].

Методика досліджень. Зазвичай при розв'язуванні задач руху матеріальної частинки по рухомій поверхні складається система дифе-

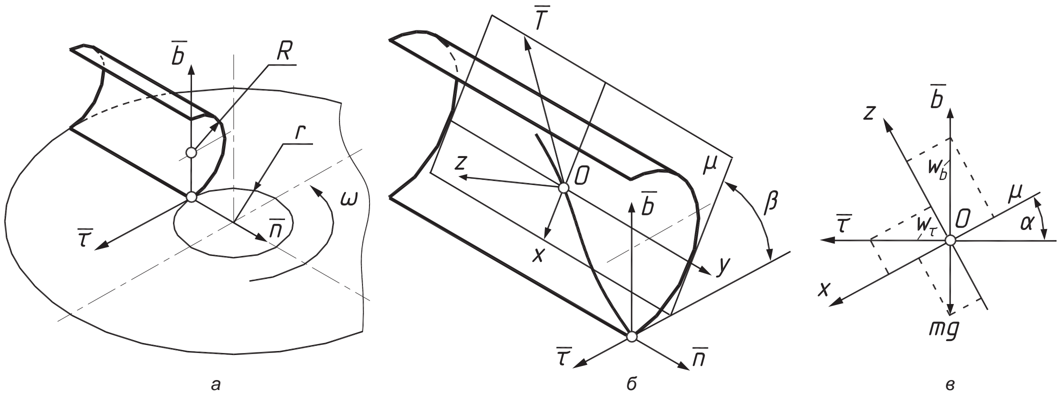

Рис. 1. Еквівалентна схема розсіювального відцентрового апарату: а — горизонтальний диск із циліндричним жолобом; б — циліндричний жолоб та проведена до нього в точці знаходження частинки дотична площина μ; в — взаємне положення двох систем: тригранника Френе і системи координат Oxyz з дотичною площиною μ

ренціальних рівнянь у проекціях на осі прямокутних координат. Оскільки абсолютний рух частинки складається із суми двох рухів (переносного руху елемента поверхні і відносного руху частинки по поверхні), то кожен з них розглядається у своїй системі координат. Сумування цих рухів здійснюється за умови відомого взаємного розміщення рухомої системи координат, в якій відбувається переміщення частинки відносно нерухомої системи координат, причому спільним параметром, який узгоджує ці дві системи, є час переміщення частинки.

Характерною особливістю такого підходу є те, що за рухому систему координат запропоновано взяти супровідний тригранник переносної траєкторії. Тоді орієнтація його відносно нерухомої системи координат залежить від його положення на переносній траєкторії, тобто від дугової координати s — довжини дуги переносної траєкторії. Ця дугова координата є незалежною змінною величиною при складанні диференціальних рівнянь руху на відміну від традиційних підходів, в яких незалежною змінною приймається час руху t. Саме прийняття за незалежну змінну руху частинки дугової координати s дає можливість застосувати широко відомі в диференціальній геометрії формули Серре-Френе для знаходження вектора абсолютного прискорення в проекціях на орти тригранника Френе. При цьому слід відзначити надзвичайну простоту його знаходження через кривину переносної траєкторії, яка для переносного обертального руху є постійною. У зв’язку з цим і система диференціальних рівнянь складається в проекціях на орти рухомої системи супровідного тригранника Френе.

Мета досліджень — скласти замкнуту систему диференціальних рівнянь руху матеріальної частинки добрив усередині лопатки циліндричної форми, розв’язання якої дасть можливість визначити її кінематичні параметри, застосування яких покращить якість розсіювання мінеральних добрив відцентровим розсіювальним апаратом.

Основний зміст дослідження. Складання математичної моделі руху матеріальної частинки усередині лопатки циліндричної форми відцентрового розсіювального апарату почнемо з побудови еквівалентної схеми процесу. Закріпимо циліндричний жолоб на горизонтальному диску (рис. 1, *а*). При обертанні диска у напрямі, показаному стрілкою, кінці нижньої прямолінійної твірної жолоба описуватимуть кола, з яких більшим є розташоване на периферії диска, а менше матиме кривину k=1/r, де r — його радіус. У точці на меншому колі розташуємо супровідний тригранник Френе (рис. 1, а). Супровідний тригранник і жолоб прикріплені до диска жорстко, отже жолоб відносно тригранника буде нерухомим, а сам тригранник при обертанні диска з кутовою швидкістю ω буде супровідним для кола k=1/r. Рівняння циліндричного жолоба на орти тригранника запишемо так:

$$\rho_t = -R\sin\alpha; \quad \rho_n = -u; \quad \rho_b = R\cos\alpha + R, \qquad (1)$$

де R — радіус кола — основи циліндричного жолоба; α і u — змінні параметри поверхні, причому α — кут повороту точки навколо осі циліндра, u — довжина прямолінійної твірної циліндра.

При обертанні диска частинка, яка попадає на циліндричний жолоб, починає по ньому рухатися під дією відцентрової сили по певній траєкторії. Для отримання рівняння траєкторії необхідно дві незалежні змінні α і u зв’язати між собою певною залежністю. У нашому випадку доцільно зробити їх функціями довжини дуги s напрямного кола k=1/r (це дає змогу використати формули Френе). Отже, α= α(s) і u=u(s) — невідомі функції, які потрібно знайти, щоб побудувати траєкторію руху частинки по жолобу і визначити інші кінематичні характеристики.

Диференціальне рівняння руху частинки у векторному зображенні має вигляд $m\bar{a} = \bar{F}$, де m — маса частинки; $\bar{a}$ — вектор абсолютного прискорення; $\bar{F}$ — вектор прикладених до частинки сил. Векторне рівняння $m\bar{a} = \bar{F}$ потрібно розписати в проекціях на осі певної системи координат (нерухомої або рухомої). Рух частинки в певній точці циліндра можна розглядати як рух у дотичній площині. Тому нам доцільно провести дотичну площину μ до поверхні циліндра в точці О знаходження частинки (рис. 1, *б*) і скласти рівняння руху частинки в цій площині (при цьому кут між дотичною і горизонтальною площинами $\beta=\beta(s)$ є змінним). Можна показати, що кут β дорівнює кутові $\alpha=\alpha(s)$. Осі прямокутної системи Oxyz розташовуємо так, щоб вісь Oy була спрямована вздовж твірної циліндра, вісь Ox розташовуємо перпендикулярно до осі Oy в дотичній площині, тоді вісь Oz буде спрямована перпендикулярно до дотичної площини, тобто по нормалі до поверхні циліндра.

Вектор абсолютного прискорення визначається в проекціях на орти супровідного тригранника за методикою, викладеною в праці [9]. Лімітований обсяг статті не дозволяє зробити детальні викладки для отримання математичної моделі, тому ми обмежуємося порядком їх проведення. Маючи вектор абсолютного прискорення, проекціюємо його складові з ортів тригранника на осі системи Oxyz (рис. 1, *в*).

Силами, прикладеними до частинки, є її вага mg, де g=9,81 м/с^2, яка в проекціях на осі системи Oxyz запишеться складовими (рис. 1, *в*) {mgsin α; 0; –mgcos α} та сила тертя, спрямована в протилежний бік від напряму відносного руху частинки по поверхні циліндричного жолоба.

Розпишемо векторне рівняння $m\bar{a} = \bar{F}$ у проекціях на орти тригранника Френе, підставивши в нього знайдені вирази складових абсолютного прискорення та прикладених до частинки сил. Отримаємо систему двох диференціальних рівнянь, в яких через f позначено коефіцієнт тертя (наводимо готовий результат):

$$\alpha'' = k^2 \sin\alpha\cos\alpha - 2\frac{k}{R}u'\cos\alpha - \frac{gk^2}{R\omega^2}\sin\alpha - \frac{fgk^2\alpha'\cos\alpha}{\omega^2\sqrt{R^2\alpha'^2 + u'^2}} - \frac{f\alpha'}{\sqrt{R^2\alpha'^2 + u'^2}}(R\alpha'^2 + Rk^2\sin^2\alpha - 2ku'\sin\alpha);$$

$$u'' = k^2u - k + 2Rk\alpha'\cos\alpha - \frac{fgk^2u'\cos\alpha}{\omega^2\sqrt{R^2\alpha'^2 + u'^2}} - \frac{fu'}{\sqrt{R^2\alpha'^2 + u'^2}}(R\alpha'^2 + Rk^2\sin^2\alpha - 2ku'\sin\alpha)\,. \quad (2)$$

Система диференціальних рівнянь (2) була розв'язана чисельними методами за допомогою пакета Simulink системи MatLab. Було з'ясовано деякі закономірності кінематичних параметрів частинки залежно від радіуса R циліндричної лопатки та кутової швидкості ω обертання диска. Підставивши залежності $\alpha=\alpha(s)$ і u=u(s), одержані в результаті чисельного інтегрування системи (2), у вирази (1), отримаємо відносну траєкторію частинки по поверхні циліндричного жолоба.

Було з'ясовано, що при збільшенні кутової швидкості частинка все вище піднімається по циліндру, хоча сходить з нього приблизно на однаковій висоті, дещо нижче твірної, що відповідає кутові повороту $\alpha=90^\circ$. Дослідження показали, що висота підйому частинки по циліндру обмежена. При збільшенні кутової швидкості максимальна висота підйому частинки росте повільно до певної межі, не доходячи до верхньої твірної.

Знайдемо вплив на форму траєкторії частинки величини радіуса R поперечного перерізу циліндричної лопатки. На рис. 2 представлено траєкторії руху частинки по циліндричній лопатці з радіусом поперечного перерізу R=0,15 м. У цьому випадку можлива цілком несподівана поведінка частинки при її русі по поверхні циліндра. На рис. 2, *а* показано зміну траєкторії частинки при збільшенні кутової швидкості за рівних інших умов. Якщо при ω=10 рад/с траєкторія є очікуваною, то при ω=15 рад/с і тим більше при ω=25 рад/с частинка на перший погляд починає рухатися до центру диска і цьому є пояснення.

При досить великих значеннях радіуса R відсік циліндра біля нижньої твірної, куди попадає частинка, з певним допущенням можна вважати близьким до відсіку площини. Отже, поведінка частинки буде подібною до випадку, коли вона попадає на горизонтальний диск, що обертається навколо вертикальної осі.

Показано, що в такому випадку траєкторією частинки у відносному русі є спіраль [4]. Це ж відбувається на поверхні циліндричної лопатки при досягненні критичного значення кутової швидкості. Частинка по спіралі розвертається у протилежний бік і рухається в напрямі центру диска (але повз нього, оскільки вона піднялася з нижньої твірної вверх) і проминувши його, рухалася б далі, якби жолоб продовжувався. Дослідження показали, що ще один розворот і наступні вона може зробити при досить великому радіусі R, коли відсік циліндра близький до площини. Для перевірки цього припущення подамо частинку не на нижню твірну, а на середню (при $\alpha_0=90^\circ$). Частинка в цьому випадку рухається від центру, трохи опустившись униз, чого й слід було очікувати.

На рис. 2, *б* зображено відсік циліндричної лопатки, продовжений на 0,1 м в протилежний бік. Це дає можливість спостерігати траєкторії руху частинки при різних точках її подачі на

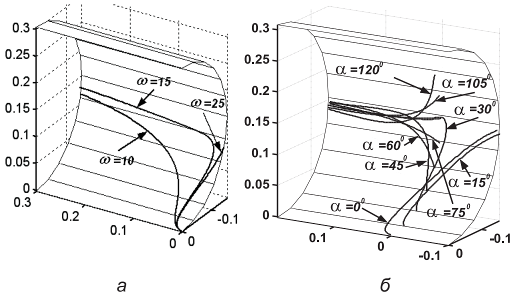

Рис. 2. Відносні траєкторії руху частинки по поверхні циліндричної лопатки з радіусом поперечного перерізу R = 0,15 м (f = 0,3): а — форма траєкторії залежно від величини кутової швидкості щ; б — форма траєкторії залежно від точки вступу частинки на поверхню лопатки (ω = 25 рад/с)

лопатку по висоті. Кутова швидкість ω=25 рад/с; f=0,3; висота змінюється через кожні 15° повороту точки навколо осі циліндра. Як видно з рис. 2, б, при α_0=0° і α_0=15° частинка розвертається і рухається у протилежний бік, а при збільшенні висоти подачі цього не відбувається.

Проведені дослідження показали, що при подачі частинки на самий низ лопатки за певних умов можливий її розворот і рух у протилежний бік. Це залежить від граничної величини радіуса R поперечного перерізу лопатки. Наприклад, для f=0,3 і R<0,1 м розворот частинки неможливий при будь-яких кутових швидкостях обертання диска. Гарантовано запобігти розвороту також можна шляхом подачі частинки на середню твірну циліндра по висоті (при α_0=90°). На практиці це означає, що жолоб потрібно робити не з половини циліндричної поверхні, а четвертини, використовуючи верхню частину циліндра.

Висновки

Рух матеріальної частинки по циліндричній лопатці відцентрового розсіювального апарата спочатку має коливальний характер як по відносній траєкторії, так і величині відносної швидкості. З часом відбувається стабілізація руху: частинка рухається біля середньої прямолінійної твірної лопатки з відносною швидкістю, що зростає по закону, близькому до лінійного. Збільшення кутової швидкості обертання диска з лопаткою призводить до зростання відносної швидкості. При різних точках подачі частинки вздовж осі лопатки відносна швидкість відрізняється неістотно. При збільшенні радіуса поперечного перерізу лопатки і при подачі частинки на нижню твірну можливий розворот частинки в жолобі по спіралеподібній кривій. За будь-яких режимів роботи і конструктивних розмірів лопатки частинка при русі по її поверхні не піднімається до верхнього краю лопатки.

Бібліографія

1. *Авдеев Н.Е.* Центробежные сепараторы для зерна/Н.Е. Авдеев. — М.: Колос, 1975. — 152 с.

2. *Адамчук В.В.* Дослідження загального випадку розгону мінеральних добрив відцентровим розсіювальним органом/В.В. Адамчук//Вісн. аграр. науки. — 2003. — № 12. — С. 51—57.

3. *Адамчук В.В.* Дослідження руху частинки по плоскому диску, який обертається навколо перпендикулярної осі, нахиленої до горизонту/В.В. Адамчук, В.М. Булгаков, Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака//Вісн. Львів. НАУ: агроінженерні дослідження. — Львів: ЛНАУ, 2008. — № 12 (2). — С. 189—197.

4. *Василенко П.М.* Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин/П.М. Василенко. — К.: УАСХН, 1960. — 283 с.

5. *Бухгольц Н.Н.* Основной курс теоретической механики. Ч. I. Кинематика, статика, динамика материальной точки/Н.Н. Бухгольц. — М.: Наука, 1967. — 468 с.

6. *Войтюк Д.Г.* Теоретичне дослідження руху матеріальних частинок у відцентрових аппаратах із криволінійними лопатками і змінним кутом їх підйому/В.В. Войтюк, С.Ф. Пилипака//Праці Таврійської держ. агротехнічн. акад. — Мелітополь: ТДАТА, 2006. — Вип. 39. — С. 11—20.

7. *Войтюк Д.Г.* Дослідження руху матеріальної частинки по шорсткій площині, яка здійснює горизонтальні криволінійні поступальні коливання/Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака//Техніка АПК. — 2004. — № 10—11. — С. 26—28.

8. *Заика П.М.* Избранные задачи земледельческой механики/П.М. Заика. — К.: Изд-во УСХА, 1992. — 507 с.

9. *Лінник М.К.* Тригранник і формули Френе в задачах кінематики і динаміки матеріальної частинки у складному русі/М.К. Лінник, Д.Г. Войтюк, С.Ф. Пилипака//Наук. вісн. НАУ. — К.: НАУ, 2005. — Вип. 80. — С. 271—287.

10. *Лойцянский Л.Г., Лурье А.И.* Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика/Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. — М.: ГИТТЛ, 1954. — 595 с.