

Є. О. Шквар, кандидат технічних наук, доцент
кафедри вищої та обчислювальної математики
Національного авіаційного університету

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТУРБУЛЕНТНИХ ПРИМЕЖОВИХ ШАРІВ, МОДИФІКОВАНИХ ПРИСТРОЯМИ РУЙНУВАННЯ ВЕЛИКИХ ВИХОРИВ

Запропоновано математичну модель і метод розрахунку турбулентного примежового шару зі встановленими поблизу обтічної поверхні пристроями руйнування великих вихорів. Продемонстровано спроможність розрахунковим чином на основі розробленого підходу відтворити характерні особливості деформації розподілів ряду локальних характеристик течії.

Предложены математическая модель и метод расчета турбулентного пограничного слоя с установленными вблизи обтекаемой поверхности устройствами разрушения крупных вихрей. Продемонстрирована способность расчетным способом на основе разработанного подхода восстановить характерные особенности деформации распределения ряда локальных характеристик течения.

The mathematical model and calculation method of turbulent boundary layer with installed in the neighborhood of streamlined surface Large Eddies Breakup devices is proposed. The ability of local flow characteristics deformation is demonstrated.

Ключові слова. Управління, турбулентність, примежовий шар, руйнівники великих вихорів.

Вступ. Ресурсозбереження й екологічна безпека – одні з найактуальніших вимог сьогодення, для всіх без винятку промислових галузей, але особливо гострі ці проблеми для транспорту. Невпинне збільшення обсягів і швидкостей перевезень, а також постійне зростання конкуренції серед розробників та виробників транспортних засобів – це фактори, які обумовлюють необхідність пошуку та впровадження нових заходів, спрямованих на підвищення економічної та екологічної ефективності сучасної транспортної техніки. Одним з ефективних шляхів зниження собівартості перевезень є застосування методів і технологій зменшення опору аерогідродинамічного тертя транспортних засобів, який залежно від їх швидкості і призначення становить від 30 до 90 % лобового опору. Так, згідно з даними, узагальненими Шміттом [1], Траонгом [2] та Корніловим [3], опір тертя сучасних транспортних літаків від лобового опору дорівнює 40–80 %, для підводного човна – 70, для надводних суден – 30–90, для трубопровідного транспорту – 90 %. Упровадження методів зменшення тертя, окрім зменшення витрат пального, має також і інші, не менш важливі позитивні ефекти, які полягають у зменшенні забруднень навколишнього простору та збільшенні резерву подальшого зростання швидкості руху, отже, є одними з найсуттєвіших ознак конкурентоспроможності транспортної техніки. Сучасні зразки авіаційного, водного та трубопровідного транспорту при типових для них розмірах і швидкостях обтікаються на переважній частині їх поверхні турбулентним потоком. Турбулентне обтікання характеризується вкрай складним механізмом і суттєво більшим порівняно з ламінарною течією опором тертя, що, у свою чергу, обумовлює першочерговий інтерес до розробки методів впливу саме на турбулентний рух з метою зменшення турбулентного тертя і формування умов, що сприяють безвідривному обтіканню. Дослідження в цьому напрямку потребують проведення поглиблених експериментів для з'ясування складної структури формування течій у безпосередній близькості від обтічної поверхні й процесів взаємодії на окремі компоненти цієї структури, особливо при турбулентному режимі обтікання, а також узагальнення отриманої інформації у формі математичних моделей.

© Є. О. Шквар, 2009

Накопичені до цього часу результати свідчать про те, що існує ряд працездатних методів впливу на турбулентну течію з метою впорядкування її структури таким чином, що опір тертя зменшується, але загальним недоліком усіх відомих підходів є досить вузький діапазон режимних параметрів, за яких вони забезпечують позитивний ефект. Саме це суттєво гальмує їх практичне використання та унеможливає безпосереднє перенесення здобутих експериментально результатів на натурні об'єкти. З іншого боку, цей фактор обумовлює актуальність розробки математичних моделей пристінних турбулентних зсувних течій з наявними засобами управління, які дозволять оптимізувати геометричні й режимні параметри останніх безпосередньо для очікуваних умов їх експлуатації.

Одним із добре відомих, але досі непоширеним засобом гальмування пристінної турбулентності є тонкі пластини, що встановлюються на деякій відстані від поверхні обтікання, але в межах примежового шару з метою розрізання притаманних турбулентному руху великомасштабних вихрових утворень. Згідно з англійською назвою цих пристроїв – Large Eddy BreakUp devices, вони отримали загальноприйнятю зараз

аббревіатуру – LEBU. Пристрої LEBU пройшли значний обсяг експериментальних досліджень як у різних лабораторіях світу [1–3], так і в льотних випробуваннях на літаку B-737, який у науково-дослідному центрі NASA ім. Ленглі було переобладнано в льотну лабораторію, та в льотному експерименті, проведеному у Швеції [4]. У

[1] зазначається, що “стосовно важкого транспортного літака за $Re \approx 3 \cdot 5 \cdot 10^8$ завдяки пристроям LEBU повний опір зменшився на 2–4 %”. Ретельний аналіз існуючих результатів та широке коло власних параметричних експериментальних досліджень, виконаних В. Г. Горшковим і В. І. Корніловим [5], дозволили їм зазначити більш широкі діапазони ефективності LEBU: до 7–8 % щодо зменшення повного опору і до 10–30 % – для зменшення опору тертя. Крім того, в [5] також підсумовано основну складність практичного застосування цього методу управління, яка полягає в необхідності створення мініатюрних пристроїв руйнування великомасштабних вихорів турбулентного руху. Враховуючи, що лінійні масштаби цих вихорів мусять відповідати довжині пластин LEBU при вкрай малій товщині останніх, суттєвим фактором стає забезпечення їх необхідної міцності. Саме тому, мабуть, отримали поширення схеми “хонейкомбі”, що містять не одну, а кілька тонких пластин, розташованих одна над іншою з деяким зсувом по довжині. Такі системи більш ефективні щодо руйнування стійких великомасштабних вихорів і міцніші конструктивно, але, враховуючи зростання додаткового опору, обумовленого обтіканням самих пластин LEBU, нарощування кількості цих пластин зводить нанівель позитивний ефект модифікації турбулентності. Тому найбільше поширення отримала компромісна схема з двох пластин – “тандем”. Іншим ефективним способом підвищення міцності пристроїв LEBU є їх використання на тілах обертання, завдяки чому вони набирають форму кільця. Отже, аналізуючи наведену інформацію, слід зазначити, що: 1) заперукою ефективності пристроїв LEBU є обґрунтована оптимізація їх геометричних параметрів, а також розташування відносно обтічної поверхні для очікуваних умов експлуатації транспортного засобу; 2) експериментальні дослідження важливі для накопичення й систематизації інформації про властивості даних течій, але неефективні для розв’язання задачі використання LEBU в конкретних умовах, враховуючи вузькість діапазону, в якому досягається позитивний ефект зменшення тертя, чим і гальмується практичне використання цих пристроїв; 3) побудова математичної моделі, яка відтворюватиме найсуттєвіші модифікації турбулентної пристінної течії в результаті наявності LEBU, актуальна, оскільки забезпечить можливість визначення характеристик обтікання досліджуваного об’єкта в реальних умовах з урахуванням ефекту управління і дасть змогу знайти найкращі геометричні характеристики й місця розташування цих пристроїв.

Постановка завдання. Мета статті – висвітлення результатів, отриманих автором на шляху побудови математичної моделі турбулентних стаціонарних плоских примежових шарів, що формуються за пристроями LEBU.

Методика дослідження ґрунтується на використанні методології напівемпіричного моделювання, що розвивається автором з метою комбінованого врахування ряду факторів управління характеристиками примежових шарів.

Результати дослідження. Математична модель та вихідні рівняння. Наявність LEBU в примежовому шарі передбачає локальну різку втрату монотонності розподілу швидкості в поперечному перерізі до основного напрямку розвитку течії. Вузький слід за LEBU обумовлює різкі деформації профілів інших характеристик руху, таких як кінетична енергія турбулентності, швидкість її дисипації та напруження тертя. Цей фактор суттєво обмежує можливості застосування алгебраїчних моделей турбулентності, примушуючи віддати перевагу диференціальним моделям опису динаміки турбулентного руху, які більш істотно й адекватно описують реакцію потоку на локальні збурення. В основу математичної моделі покладено систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\bar{u}}{u_H} \frac{du_H}{dx} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\bar{u}}{u_H} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\bar{v}}{v_H} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{u}^2 \frac{1}{u_H} \frac{\partial u_H}{\partial x} = -\frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y}; \quad (2)$$

$$\frac{\bar{u}}{u_H} \frac{\partial \bar{k}}{\partial x} + \frac{\bar{v}}{v_H} \frac{\partial \bar{k}}{\partial y} + 2\bar{u}\bar{k} \frac{1}{u_H} \frac{\partial u_H}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{D_k^*} \frac{\partial \bar{k}}{\partial y} \right) + P - \bar{\epsilon}; \quad (3)$$

$$\frac{\bar{u}}{u_H} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} + \frac{\bar{v}}{v_H} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y} + 3\bar{u}\bar{\epsilon} \frac{1}{u_H} \frac{\partial u_H}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{D_\epsilon^*} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial y} \right) + (C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} f_\epsilon \bar{\epsilon}) \frac{\bar{\epsilon}}{k}; \quad (4)$$

де (1) – рівняння нерозривності, (2–4) – рівняння перенесення поздовжньої складової швидкості u , кінетичної енергії турбулентності k та швидкості її дисипації ϵ , $C_{\epsilon 1} = 1,44$, $C_{\epsilon 2} = 1,92$ – модельні коефіцієнти, f_ϵ – демпфуюча функція [7, 42]. Рівняння (1–4) подано у знерозміреному вигляді. Знерозмірювання поздовжньої та нормальної координат x та y виконується за характерним розміром розрахункової області L , тобто $\bar{x} = x/L$, $\bar{y} = y/L$. Швидкість зовнішньої течії u_H вважається відомою функцією поздовжньої координати \bar{x} ; градієнт знерозміреного тиску $\bar{p} = p/(\rho u_H^2)$ визначається розподілом зовнішньої швидкості u , відповідно до

рівняння Бернуллі, ρ – густина, v – нормальна складова швидкості, $\bar{u} = u/u_3$, $\bar{v} = v/u_3$. Безрозмірне напруження тертя $\bar{\tau} = \tau/(\rho u_3^2)$ відповідно до припущення ньютонівської рідини моделюється формулою

$$\bar{\tau} = \bar{\nu}_{eff} \frac{d\bar{u}}{d\bar{y}}, \quad \bar{\nu}_{eff} = \frac{(\nu + \nu_t)}{u_3 L}$$

Буссінеска де $\bar{\nu}_{eff}$ – знерозмірений кінематичний коефіцієнт ефективної в'язкості, ν , ν_t – кінематичні коефіцієнти молекулярної та турбулентної в'язкості відповідно. Кінетична енергія турбулентності k та швидкість її дисипації ε знерозмірюються таким чином $\bar{k} = k/(\rho u_3^3)$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/(\rho u_3^3)$.

$$\bar{D}_{k,eff} = \frac{(\nu + \nu_t/\sigma_k)}{u_3 L}, \quad \bar{D}_{\varepsilon,eff} = \frac{(\nu + \nu_t/\sigma_\varepsilon)}{u_3 L}, \quad \sigma_k = 1,0, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3,$$

Коефіцієнти дифузії для k і ε визначаються так:

$$P = \bar{\nu}_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2$$

– член породження k . Система (1–4) розв'язується за таких граничних умов.

На обтічній поверхні ($\bar{y} = 0$): $\bar{u} = 0$, $\bar{v} = 0$, а для рівнянь (3–4) – в її околі:

$$\left(\bar{y}_+ = 50 \frac{\nu}{u_3 L} \right); \quad \bar{k} = \frac{u_3^2}{u_3^2 \sqrt{C_\mu}}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{u_3^2}{u_3^2 \bar{y}_+^2}, \quad C_\mu = 0,09. \quad (5)$$

На зовнішній межі ($\bar{y} \rightarrow \infty$): $\bar{u} \rightarrow u_3(\bar{x})$, $\frac{\partial \bar{k}}{\partial \bar{y}} \rightarrow 0$, $\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \bar{y}} \rightarrow 0$. (6)

У початковому розрахунковому перерізі

$$(\bar{x} = \bar{x}_0): \quad \bar{u} = f(\bar{y}), \quad \bar{k} = \phi(\bar{y}), \quad \bar{\varepsilon} = \psi(\bar{y}). \quad (7)$$

Функції (7) задають початкові профілі розрахункових характеристик, джерелом яких у даному дослідженні виступали інтерполяційні залежності наявних експериментальних даних для $\bar{u}(\bar{y})$, $\bar{k}(\bar{y})$ та їх перерахунки для $\bar{\varepsilon}(\bar{y})$.

Модель турбулентності. З метою визначення дифузійних коефіцієнтів у даному методі використано комбіновану алгебраїчно-диференціальну модель турбулентності, побудовану автором на базі алгебраїчної моделі В. Т. Мовчана [6] і диференціальної двопараметричної моделі Джонса–Лаундера [7, 36–44]. З першої з цих моделей використано загальний принцип об'єднання залежностей для внутрішньої та зовнішньої

областей пристінної течії $\nu_t = \nu_{max} \tanh \frac{\nu_{max}}{\nu_{max}}$ та добре адаптовану до опису турбулентної в'язкості ν_t у внутрішній області формулу

$$\nu_{max} = k y^+ \sqrt{\bar{\varepsilon}} D_w$$

$$D_w = \tanh \frac{\sinh^3[\chi_1 y^+ \sqrt{\bar{\varepsilon}}] \tanh[\sinh^3(\chi_2 y^+ \sqrt{\bar{\varepsilon}})]}{k y^+ \sqrt{\bar{\varepsilon}}}; \quad \bar{\varepsilon} = \begin{cases} 1 + \frac{d\bar{p}}{dx} y^+ & \text{при } \frac{d\bar{p}}{dx} \geq 0; \\ 1 / \left(1 - \frac{d\bar{p}}{dx} y^+ \right) & \text{при } \frac{d\bar{p}}{dx} < 0; \end{cases} \quad (8)$$

де $\nu_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ – динамічна швидкість; $k = 0,37 - 0,45$, $\chi_1 = 0,068 - 0,072$, $\chi_2 = 0,223$ – модельні коефіцієнти.

Друга ж, диференціальна $k - \varepsilon$ модель застосована також локально, але в зовнішній області, тобто там, де вона найбільшою мірою адаптована до характеристик турбулентної течії, а саме:

$$\bar{\nu}_{max} = C_\mu \bar{k}^2 / \bar{\varepsilon}. \quad (9)$$

Клас диференціальних моделей у порівнянні з алгебраїчними є більш обґрунтованим щодо опису інерційних властивостей великомасштабної турбулентності зовнішньої області та її реакції на керуючі фактори, спрямовані саме на великі вихори завдяки моделюванню процесів енергетичного балансу на рівні диференціальних рівнянь переносу (3, 4), що саме й дозволило врахувати наявність та ефект дії LEBU. Водночас слід зауважити, що $k - \epsilon$ модель побудовано на принципі локальної рівноваги турбулентності, який втрачає правдивість у міру наближення до обтічної поверхні. Тому, відповідно, модель також має низький рівень обґрунтованості в околі поверхні обтікання, що й стало причиною введення демпфуючих функцій f_μ та f_ϵ , а також додавання в праві частини рівнянь (3, 4) додаткових джерельних членів, суттєвих саме поблизу поверхні обтікання. Через відсутність фізичного підґрунтя даного демпфування цей підхід має декілька різних варіацій при побудові низькорейнольдсових версій $k - \epsilon$ моделі, які ставлять за мету, перш за все, досягнення потрібної математичної асимптотики характеристик, що моделюються, поблизу обтічної поверхні.

У рамках запропонованого в даному дослідженні підходу алгебраїчну модель (8) у внутрішній області можна також розглядати як демпфер $k - \epsilon$ моделі (аналог традиційно вживаної функції f_μ [7, 40, 42]), але цей демпфер наділений значно інтелектуальнішими властивостями, що дозволяють відтворювати на його основі ряд ефектів пристінного управління. Сама ж модель [6], як один з найрозвиненіших представників класу алгебраїчних моделей, є, на відміну від диференціальних моделей, добре адаптованою до течії поблизу поверхонь обтікання. Отже, запропонована комбінація двох різних підходів до моделювання забезпечує згідно з її структурою кожній з використаних моделей лише той локальний діапазон їх використання, де вони найбільш обґрунтовані та застосовні.

Розрахунковий метод. Для розв'язування рівнянь (1–4) при заданих граничних умовах (5–7) використано неявний двокроковий безітераційний маршовий метод другого порядку точності за обома координатами. Рівняння розв'язуються на нерівномірній в обох напрямках прямокутній сітці. Як правило, кількість вузлів у напрямку розвитку течії дорівнювала $i_{max} = 40-70$, а вздовж нормалі $-j_{max} = 70-140$.

Результати досліджень. Рис. 1 ілюструє результати відтворення розрахунковим шляхом (лінії) розподілів швидкості $u(y)$ та кінетичної енергії турбулентності $k(y)$ в примежовому шарі за LEBU на циліндричному тілі обертання діаметром 100 мм, який був досліджений експериментально в [5] (кола). Наведені профілі у напрямку розвитку течії, тобто зліва направо, відповідають таким відстаням від задньої крайки LEBU вздовж поздовжньої координати x : $\Delta x = 0,00229; 0,0453; 0,0953; 0,1453; 0,1953; 0,3953; 0,7953; 1,1953$ м.

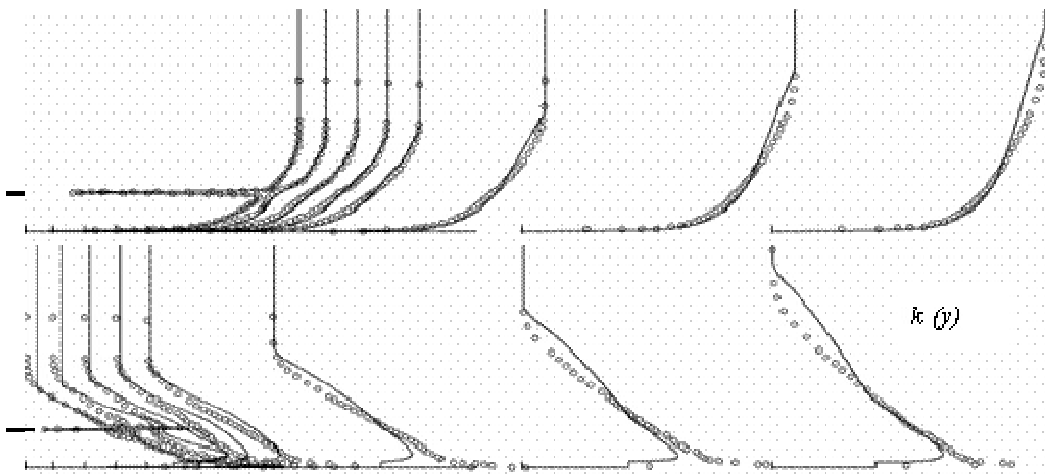


Рис. 1. Формування примежового шару за LEBU ([5]: повітря, $u_s = 25$ m/s, $h/\delta_g = 0,46$, $L = 1,2$ m)

Рис. 2 демонструє зіставлення розрахунків (лінія) з даними [5] (точки) за локальним коефіцієнтом

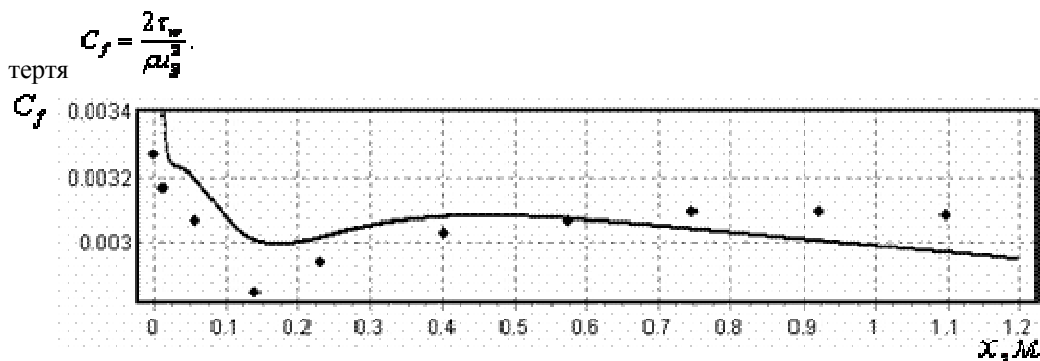


Рис. 2. Розподіл локального коефіцієнта тертя в примежовому шарі за LEBU [5]

З наведених зіставлень випливає, що процес виродження обумовлених наявністю LEBU локальних дефекту профілю швидкості $u(y)$ та характерного збурення профілю кінетичної енергії турбулентності $k(y)$, тобто процес формування сліду за пристроєм LEBU, відтворюється точно відповідно до експерименту (рис. 1). Характерна немонотонність розподілу C_f також відтворюється розрахунком, хоч і має не такі різкі тенденції зміни, як в експерименті. Тут варто зауважити, що точність визначення експериментальних значень C_f як правило, невисока, оскільки є результатом не прямих вимірювань, а застосування штучних методів чи перерахунків. Автори використаних для порівнянь експериментальних даних зазначають, що застосовували кілька методів для оцінки поверхневого тертя, за яким визначався C_f , а саме трубку Престона і метод Клаузера [5, 8]. Для цих методів випадкова похибка по відношенню до максимальних значень вимірюваної в конкретному експерименті величини оцінена авторами експерименту в 3–7 % [5, 9]. Відхилення розрахункових залежностей $u(y)$ та $k(y)$ від експериментальних даних поблизу зовнішньої межі для кількох останніх перерізів примежового шару є досить типовим недоліком, притаманним $k - \varepsilon$ моделі. Схожу тенденцію можна спостерігати, наприклад, у розрахунках Ф. Ментера, що відтворюють на основі модифікованої ним $k - \varepsilon$ моделі експериментальні дані Самуеля–Джуберта [8, 12]. Наведені коментарі дозволяють зробити остаточний висновок про те, що отримана збіжність розрахунку і відповідних експериментальних даних у цілому задовільна.

Висновки і перспективи

1. Запропоновано модифікацію моделі турбулентності, яка ефективно поєднує алгебраїчний і диференціальний підходи до опису турбулентної в'язкості і дає змогу відтворювати основні фізичні особливості формування турбулентних примежових шарів за наявності маніпуляторів великомасштабною турбулентністю (LEBU).

2. Структура побудованих моделей дозволила ефективно використовувати переваги і мінімізувати вплив слабких сторін кожної з її складових завдяки їх використанню локально у відповідних областях зсувної течії.

3. Розроблений комбінований підхід до моделювання турбулентної в'язкості передбачається вдосконалювати у подальшому з метою побудови розрахункового методу, який дасть можливість комбінувати моделювання одночасної дії кількох керуючих впливів.

Література

1. Shmitt V. Réduction de la traînée de l'avion de transport subsonique. Tendances et perspectives actuelles [Text] / V. Shmitt // L'Aéronautique et l'Astronautique. – 1988. – II. – № 129. – P. 4–18.
2. Truong V. T. Drag Reduction Technologies // DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory 506 Lorimer St Fishermans Bend Vic 3207 Australia AR-011-925 June 2001, 121 p.
3. Корнилов В. И. Проблемы снижения турбулентного трения активными и пассивными методами (обзор) [Текст] / В. И. Корнилов // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – № 2. – С. 183–208.
4. Хефнер Дж. Н. Проблема снижения сопротивления. Борьба за снижение стоимости горючего [Текст] / Дж. Н. Хефнер // Аэрокосмическая техника. – 1988. – № 7. – С. 143–146.
5. Горшков В. Г. Влияние устройств разрушения крупных вихрей на характеристики турбулентного пограничного слоя на теле вращения [Текст] / В. Г. Горшков, В. И. Корнилов. – Новосибирск : ИТПМ, 2003. – 42 с. – Препринт № 4-2003.
6. Мовчан В. Т. Математические модели турбулентной вязкости в расчетах пристенных течений [Текст] / В. Т. Мовчан // Сб. науч. трудов “Аэрогидродинамика: проблемы и перспективы”, Национальный аэрокосмический университет “ХАИ”, 2006. – С. 272–286.
7. Белов И. А. Моделирование гидромеханических процессов в технологии изготовления полупроводниковых приборов и микросхем [Текст] / И. А. Белов, В. А. Шеленшкевич, Л. И. Шуб. – Ленинград : Политехника, 1991. – 287 с.
8. Menter F. R. Eddy Viscosity Transport Equations and their Relation to the k- ε Model [Text] / F. R. Menter // NASA Technical Memorandum 108854. – November, 1994. – 19 p.