УДК 629.735.015.017.2

С. В. Клименко, старший викладач кафедри
радіоелектронної автоматики фізико-технічного факультету
Дніпропетровського національного
університету ім. Олеся Гончара
В. П. Дюбко, кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри інформаційних систем
та технологій Академії митної служби України
Я. І. Чепіль, магістрант кафедри інформаційних систем та технологій
Академії митної служби України

МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ПСИХОМЕТРИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Запропоновано математичний метод обробки результатів комп'ютерного психометричного тесту й алгоритм, за яким визначається вид закону розподілу ймовірності випадкових величин за часом і швидкістю прийняття рішень у процесі тестування.

Предложен математический метод обработки результатов компьютерного психометрического теста и алгоритм, по которому определяется вид закона распределения вероятности случайных величин по времени и скорости принятия решений в процессе тестирования.

The mathematical method of processing of results of the computer psychometric test and algorithm on which the kind of the law of distribution of probability of random variables on time and speed of decision-making in the course of testing is defined is offered.

Ключові слова. Тестування, гістограма, закон розподілу ймовірності.

Вступ. Оцінка психометричних показників людини-оператора на етапі профдобору, після тривалих перерв у роботі (відпустка, хвороба), а також періодична перевірка цих показників – умова високоефективної роботи операторів автоматизованих систем управління (АСУ). Для такого оцінювання існують різні методи психометричного дослідження особистості. Найпоширеніші методи на основі бланкових тестів [1]. Однак ці тести мають ряд недоліків: складність і великі часові затрати на обробку результатів, відсутність можливості збереження результатів у єдиній базі даних, неможливість масового отримання психометричних даних тощо. Комп'ютерна методика тестування [2, 3] реалізує процес тестування, що дозволяє на сучасному рівні використовувати мережні інформаційні технології для проведення тестування великої кількості людей в автоматизованому режимі, коли виконується автоматичне пред'явлення особі тестових завдань, запис та первинна обробка результатів тестування, однак питання їх вторинної обробки залишається відкритим.

Постановка завдання. У цій статті розглянуто питання вторинної обробки результатів тестування, що зберігаються в загальній базі даних для додаткового визначення кількості правильних відповідей при тестуванні; середнього часу прийняття рішення і його розсіювання, залежностей між типом темпераменту, ступенем його визначеності й видом, а також характеристиками законів розподілу ймовірності часу та швидкості прийняття рішень; оцінювання ставлення того, хто тестується, до процесу тестування; визначення темпераменту особи відповідно до класичного, модифікованого та ймовірнісного методів; отримання діагностичних та порівняльних результатів щодо попередніх тестів.

Результати дослідження

Загальна частина. Математичною моделлю вхідних даних у тесті на визначення темпераменту за методикою Айзенка виступає вибірка послідовності стимулів $S(k)$, де k – номер питання, k змінюється від 1 до 57. $\Phi(k)$ – функція-ключ, яка використовується для обробки результатів тестування бланковим методом [2]. $E(k)$ – функція екстраверсії-інтроверсії, яка визначає ступінь відкритості людини. $N(k)$ – функція нейротизму, яка визначає ступінь стійкос-
ті нервової системи того, хто проходить тест. $L(k)$ – функція "нещирості", яка визначає досто-
вірність і правдивість відповідей того, хто тестується, його ставлення до тестування.

Математичні моделі вихідних даних – вибірка відповідей особи, що пройшла тест $R(k)$, і вибірка часу прийняття рішення, тобто часу від появи запитання на екрані монітора до натиснення клавіші відповіді, – $T(k)$.

Розроблене програмне забезпечення опрацьовує вибірки $R(k)$ і $T(k)$ і видає результат – чотири числа, які характеризують особу, що пройшла тест. Відповідно до цих чисел поділяємо всіх, хто тестується, на чотири групи: особи з переважанням у характері рис холериків, сангвініків, флегматиків і меланхоліків. Оскільки не існує чистих типів темпераменту, ці чотири чис-
ла відповідають процентному вмісту кожного з чотирьох типів темпераменту в даній особі.

Таким чином, для опрацювання надходить інформація, що описує одну особу, яка пройшла тестування:

1) вибірка наперед відомих стимулів $S(k)$ (рис. 1);
2) вибірка випадкових величин – часу на підготовку відповіді на кожне питання тесту – $T(k)$ (рис. 2, 3);

Рис. 1. Вибірка стимульної функції тесту Айзенка

Рис. 2. Вибірка часу прийняття рішень у тесті Айзенка

3) гіпотетичний тип темпераменту, визначений за допомогою ймовірнісного методу з використанням вибірок вхідних даних і даних, отриманих при тестуванні;

4) у процесі обробки формується вибірка швидкості прийняття рішення $v(k)$:

$$v(k)=\frac{S(k)}{T(k)}.$$

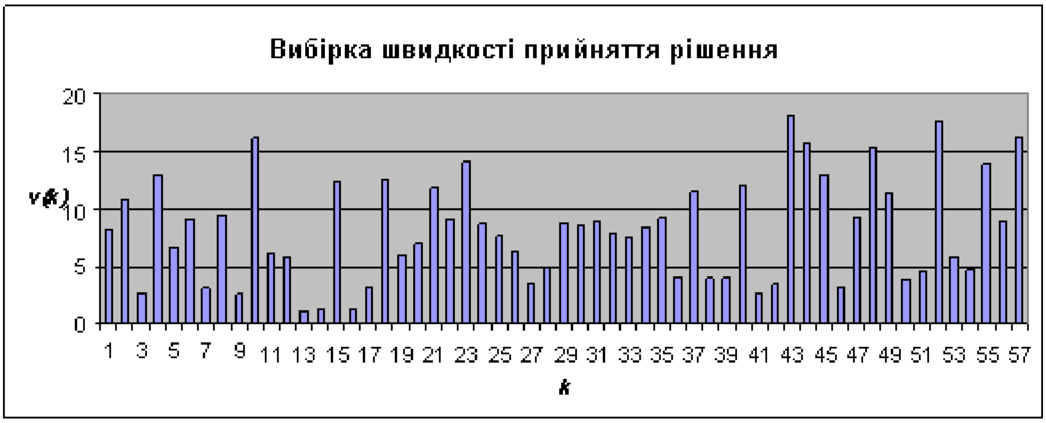

Рис. 3. Вибірка швидкості прийняття рішень у тесті Айзенка

Для складання статистики за кожним типом темпераменту тест пройшли M людей, які були розділені на чотири групи, що відповідають кожному типу темпераменту.

Алгоритм розв'язання задачі. Методика обробки отриманих даних така:

1. Знаходження вибіркового середнього і середньоквадратичного відхилення за кожною вибіркою залежно від часу та швидкості прийняття рішень.

Вибірковим середнім $\bar{x}$ називається середнє арифметичне значення ознаки вибіркової сукупності. Якщо всі значення $x(1), x(2), \ldots, x(n)$ ознаки вибірки обсягу n різні, то

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x(k).$$

Для того щоб охарактеризувати розсіювання спостережуваних значень кількісної ознаки вибірки навколо середнього значення $\bar{x}$, вводиться вибіркова дисперсія D_x – середнє арифметичне квадратів відхилення спостережуваних значень ознаки від їх середнього значення $\bar{x}$, коренем з якого і є середньоквадратичне відхилення. Якщо всі значення $x(1), x(2), \ldots, x(n)$ ознаки вибірки обсягу *n* різні, то

$$D_x = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x(k) - \bar{x})^2.$$

Відповідно середньоквадратичне відхилення обчислюється за формулою:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}.$$

Таким чином, після даної операції отримуємо *m* значень $\bar{x}_m$ і $\sigma_{x,m}$.

2. Перевірка вибірок часу та швидкості прийняття рішень на наявність викидів (значень, які різко відрізняються внаслідок випадкового натиснення на клавішу відповіді, відвернення уваги сторонніми речами і т. д.).

Перевірка проводиться згідно з алгоритмом Томпсона, тобто формується перевірна вибірка $t_1, t_2, \ldots, t_k$:

$$t_k = \frac{x(k) - \bar{x}}{\sigma_x}$$

і кожне значення порівнюється з порогом t_0. Викидами вважаються ті значення $x(k)$, для яких виконується нерівність $|t_k| > t_0$. Ці значення виключаються з розгляду. Величина порога t_0 залежить від допустимої ймовірності пропуску викидів P_n. Порогові значення під час використання алгоритму Томпсона [5] наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Величина порога t_0

P_n \ n	10	15	20	25	30	35	50
0,05	1,910	1,930	1,937	1,942	1,945	1,947	1,950
0,01	2,348	2,422	2,460	2,483	2,498	2,509	2,529

Для перевірки на наявність викидів у вибірках даних, отриманих за допомогою психометричного тестування, поріг брався рівним t_0 = 1,95, тому що кількість елементів вибірки дорівнює *n* = 57, а ймовірність пропуску вважалась P_n = 0,05.

3. Формування нових вибірок випадкових величин без викидів.

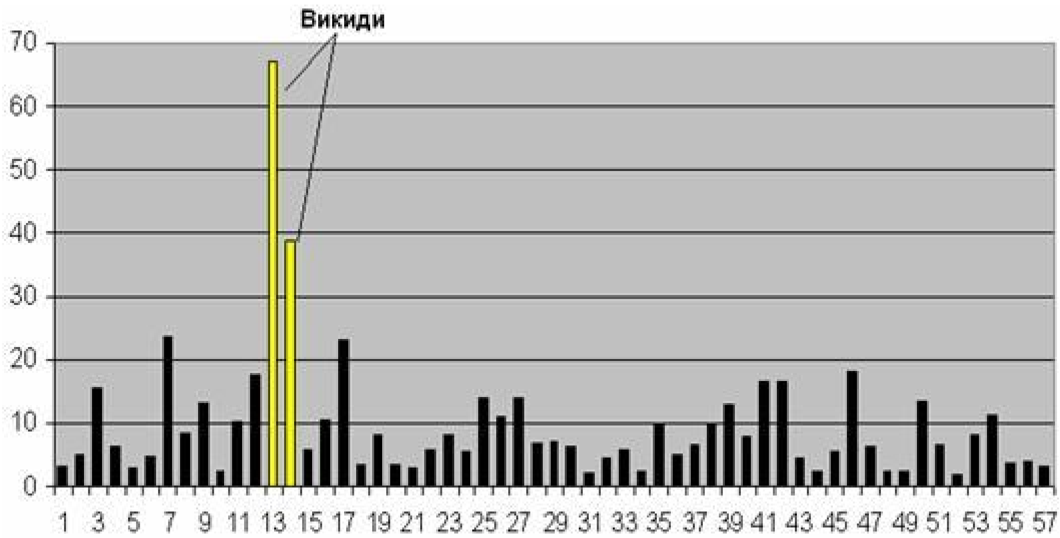

Рис. 4. Перевірка вибірки часу на наявність викидів у тесті Айзенка

4. Знаходження математичного сподівання, дисперсії та середньоквадратичного відхилення за новими вибірками без викидів:

$$\overline{x'} = \frac{1}{n^1}\sum_{k=1}^{n^1} x(k), \quad D'_x = \frac{1}{n^1}\sum_{k=1}^{n^1}\left(x(k) - \overline{x'}\right)^2 \quad \text{і} \quad \sigma'_x = \sqrt{D'_x},$$

де n^1 – кількість значень у вибірці без урахування викидів.

5. Побудова гістограми за кожною новою вибіркою часу та швидкістю прийняття рішень.

Для побудови гістограми спочатку знаходять максимальне (x_{max}) і мінімальне (x_{min}) значення вибірки, далі визначають кількість часткових інтервалів та довжину цих інтервалів. З одного боку, кількість таких інтервалів мусить бути якомога більшою, а з іншого – в кожен з них має потрапляти якомога більше значень *x(k)*. Компроміс між цими вимогами призводить до того, що зазвичай вибирають кількість часткових інтервалів *m* для побудови гістограми як найближче ціле до квадратного кореня з *n*: а довжина часткових інтервалів визначається за формулою:

$$\Delta x = \frac{(x_{max} - x_{min})}{m}. \tag{1}$$

6. Перевірка гіпотези про закон розподілу ймовірності випадкових величин залежно від часу та швидкості прийняття рішень за критерієм χ-квадрат Пірсона.

Закон розподілу ймовірностей отримується з аналізу гістограми. За виглядом гістограми висувається гіпотеза про закон розподілу. Далі потрібно або підтвердити цю гіпотезу, або відхилити її, згідно з критерієм згоди. У даному випадку за критерій згоди обрано критерій χ-квадрат Пірсона.

У критерії згоди Пірсона порівнюються теоретичні та емпіричні числа, що потрапляють в інтервали (1). Емпіричні числа потрапляння в інтервали n_j порівнюємо з теоретичними числами потраплянь np_j, де p_j – ймовірність потраплянь обраного числа в *j*-й інтервал. Теоретичний розподіл можна вважати підібраним правильно з імовірністю *p,* якщо сумарна квадратична відносна різниця між теоретичною і практичною кількістю потраплянь у кожен інтервал буде не дуже великою – повинна виконуватися така умова:

$$\sum_{j=1}^{m}\frac{(n_j - np_j)^2}{np_j} \le \chi^2_{кр}(f), \tag{2}$$

де n – обсяг вибірки; k – кількість інтервалів; $f = m - l - 1$, де l – кількість параметрів гіпотетичного розподілу (для нормального і рівномірного законів $l = 2$, а для експоненціаль-

ного і релєєвського $l = 1$). Причому потрібно, щоб усі $np_j \ge 5$. Таким чином, отримуємо таблицю значень, де p_j – ймовірності потрапляння в інтервал, np_j – теоретична кількість потраплянь, n_j – практична кількість потраплянь.

Теоретична ймовірність потраплянь обраного числа в *j*-й інтервал обраховується за формулою

$$p_j = F_x(b_j) - F_x(a_j),$$

де $F_x(x)$ – підібрана теоретична функція розподілу. Далі перевіряємо виконання умови: всі $np_j \ge 5$ – і об'єднаємо ті інтервали, в яких $np_j < 5$. Обчислені дані p_j, np_j та n_j за інтервалами подано в табл. 2.

Таблиця 2

Значення p_j, np_j та n_j за інтервалами

№ інтервалу	Ліва границя	Права границя	$p_j = F_x(b_j) - F_x(a_j)$	np_j	n_j
1	0	4,94	0,26	14,12	19
2	4,94	8,07	0,28	15,92	15
3	8,07	11,19	0,24	12,93	8
4	11,19	14,31	0,14	7,46	6
5	14,31	17,43	0,05	3,20	3
6	17,43	20,56	0,02	1,05	2
7	20,56	120	0,01	0,32	2
Загальні значення			1	55	55

Далі підраховуємо суму елементів останнього стовпця, тобто ліву частину формули (2), порівнюємо її з квантилем χ^2-розподілу Пірсона із заданою вірогідністю $p = 0{,}95$. Таким чином, отримаємо:

$$\sum_{1}^{4}\frac{(n_j - np_j)^2}{np_j} = 3{,}703; \quad \chi^2(0{,}05,\ 2) = 5{,}991.$$

Оскільки 3,703 < 5,991, то гіпотеза про теоретичний закон розподілу часу прийняття рішення (відповіді на запитання) не відхиляється.

7. Перевірка щирості випробуваного до процесу тестування.

Якщо припущення про те, що особа, яка пройшла тест, випадковим чином натискала на клавіші відповідей, правильне, то статистичний зв’язок між значеннями стимульної функції *S(k)* і часом відповіді *T(k)* буде малим. Це означає, що r^* – вибірковий коефіцієнт кореляції між функціями *S(k)* і *T(k)* – близький до нуля

$$r^* = \frac{\sum_{k=1}^{n}(S(k)-\bar{S})\cdot(T(k)-\bar{T})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}(S(k)-\bar{S})^2\cdot\sum_{k=1}^{n}(T(k)-\bar{T})^2}}, \qquad (3)$$

де *S(k)* – довжина *k*-го стимулу (питання);

$\bar{S}$ – середня довжина стимулів;

T(k) – час відповіді на *k*-те питання;

$\bar{T}$ – середній час відповідей на питання;

n – кількість стимулів.

Рівність нулю коефіцієнта кореляції можна перевірити, використовуючи перетворення Фішера. Обчислимо значення для *u:*

$$u = \frac{1}{2}\cdot\ln\left(\frac{1+r^*}{1-r^*}\right). \qquad (4)$$

Випадкова величина *u* має нормальний розподіл з нульовим середнім значенням і деякою дисперсією. Якщо вибірковий коефіцієнт кореляції між функціями *S(k)* і *T(k)* близький до нуля, тоді з імовірністю 0,95 повинна виконуватися нерівність:

$$-\frac{2}{\sqrt{n-3}} \le r^* \le \frac{2}{\sqrt{n-3}}, \qquad (5)$$

тобто функції *S(k)* і *T(k)* некорельовані, в іншому випадку результати тестування визнаються недійсними.

8. Формування усередненої вибірки.

Усереднена вибірка складатиметься з *n* елементів, кожен з яких знаходиться за формулою:

$$\bar{x}(k) = \frac{1}{m_1}\sum_{i=1}^{m_1} x_i(k),$$

де m_1 – кількість вибірок для однієї особи, що пройшла тестування.

За формулами математичної статистики [4] знайдемо середньоквадратичне відхилення для нової вибірки:

де $D(k) = \frac{1}{m_1}\sum_{i=1}^{m_1}(x_i(k)-\bar{x}(k))^2, \quad \left(k=\overline{1,57}\right).$

9. Перевірка гіпотези про закон розподілу ймовірностей для усередненої вибірки часу прийняття рішення здійснюється за методикою [6].

Побудова гістограми та перевірка гіпотези про закон розподілу для усередненої вибірки виконується аналогічно до побудови гіпотези і перевірки гіпотези для кожної вибірки окремо (пп. 5 і 6).

Методика обробки вибірок швидкості прийняття рішення аналогічна методиці обробки вибірок часу прийняття рішення з однією лише відмінністю в тому, що вхідні дані в цьому випадку – не вибірки часу, що безпосередньо отримані після проходження особою тесту, а вибірки швидкості, які формуються шляхом ділення функції стимулів *S(k)* на функцію часу прийняття рішення *T(k)*. Подальша обробка виконується за тим самим алгоритмом (пп. 1–9).

Висновки

1. Проведено вторинну обробку результатів комп’ютерного психометричного тестування студентів вищих навчальних закладів та отримано кількісні результати випробуваних – показники стимульної функції, функції часу та швидкості прийняття рішень.

2. Побудовано гістограми вибірок випадкових величин залежно від часу та швидкості прийняття рішень за результатами комп’ютерного психометричного тесту Айзенка та за формою гістограми, що дозволило сформувати припущення щодо вигляду закону розподілу ймовірності прийняття правильних рішень.

3. Проведено перевірку щирості випробуваного до процесу комп’ютерного психометричного тестування шляхом виявлення кореляційного зв’язку між параметрами стимульної функції та функції часу прийняття рішень з подальшим порівнянням отриманого коефіцієнта за перетворенням Фішера.

4. За допомогою критерію χ-квадрат Пірсона підтверджено припущення щодо гістограмного вигляду закону розподілу прийняття рішень за часом та швидкістю. Перевірка гіпотез про усереднені закони розподілу показала, що сангвініки, флегматики і холерики мають релеєвський закон розподілу, а меланхоліки – релеєвський та показниковий закони.

5. Вторинна обробка результатів психометричних досліджень комп’ютерного тестування надає ширші можливості психологам для прийняття остаточних рішень щодо відповідності конкретного оператора автоматизованої системи управління. У подальших розробках вторинних алгоритмів обробки результатів тестування доцільно ввести модуль, що дозволив би робити психологічні прогнози.

Література

1. Основы профессионального психофизиологического отбора [Текст] / Н. В. Макаренко, Б. А. Пухов, Н. В. Кольченко и др. – К. : Наук. думка, 1987. – 244 с.

2. Комп'ютерне моделювання цифрових тестів для профвідбору і контролю операторів автоматизованих систем [Текст] / С. Клименко, Д. Авсєєнко, В. Дюбко, В. Поліщук // Вісник Академії митної служби України. – 2006. – № 1. − С. 71–77.

3. Клименко С. В. Інформаційні технології індивідуального комп'ютерного психометричного тестування. Системні технології 6 (53) [Текст] / С. В. Клименко, В. В. Огоренко. – Дніпропетровськ, 2007. – С. 116–124.

4. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. – М., 1973. – 832 с.

5. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников [Текст] / А. И. Кобзарь. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

6. Малайчук В. П. Математическая дефектоскопия [Текст] : монография / В. П. Малайчук, А. В. Мозговой. – Днепропетровск : Системные технологии, 2005. – 180 с.