

**В. Е. Волкова**, доктор технических наук, доцент, доцент  
Днепропетровского национального  
университета железнодорожного транспорта  
им. академика В. Лазаряна

## **ПРИМЕНЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЙ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ ВИБРОУДАРНОГО ДЕМПФЕРА**

*У статті запропоновано метод побудови математичної моделі віброударного демпфера за експериментальними записами. Автор статті застосував відображення фазових траєкторій у площині “прискорення – переміщення” для визначення динамічних характеристик віброударного демпфера.*

*В статье предложен метод построения математической модели виброударного демпфера по экспериментальным записам. Автор статьи применил отображения фазовых траекторий в плоскости “ускорение – перемещение” для определения динамических характеристик виброударного демпфера.*

*The method of mathematical on experimental records is suggested at the paper. The author of the article applied phase trajectories mappings in plane a “acceleration – displacement” for estimation of vibroshock damper dynamic characteristic.*

**Ключевые слова.** Виброударный демпфер, отображения фазовых траекторий, фазовая плоскость “ускорение – перемещение”, динамические характеристики.

**Введение.** Одной из важных систем в конструкции рельсовых экипажей, обеспечивающих необходимые динамические характеристики, являются системы демпфирования и гашения колебаний. Разнообразие технических решений устройств и систем гашения колебаний связано, в первую очередь, с различными направлениями их применения и типом рельсового экипажа. В процессе создания новых конструкций демпферов, на этапе предпроектных исследований и при анализе испытаний опытных образцов используются математические модели. Существуют два основных подхода в построении математических моделей натуральных систем механики: расчетно-теоретический и теоретико-экспериментальный.

© **В. Е. Волкова, 2010**

Первый подход реализуется на этапе проектирования гибких элементов конструкций путем теоретического составления математических моделей, основанного на использовании фундаментальных законов механики дискретных и континуальных систем, выражаемых аналитическими соотношениями. Для реализации этого подхода имеются эффективные приемы расчета, основанные на математических методах аналитической механики и теории машин и механизмов, строительной механики и гидроаэроупругости. В таких случаях предполагается наличие полных данных о физико-механических свойствах конструкционных материалов [1, 2].

Второй подход состоит в использовании соотношений известной математической структуры, но с неизвестными параметрами и характеристиками. Эти неизвестные определяются обработкой по специальным алгоритмам результатов динамических испытаний самих конструкций или их физических моделей, изготовленных с соблюдением принципов теории подобия и размерности в механике. Этот подход и получил название идентификации натуральных объектов [3, 4].

Построенные каким-либо из способов математические модели элементов конструкций должны удовлетворять главным требованиям – относительной простоты и возможности решения последующих задач. Принимая во внимание эти требования, можно сделать вывод о том, что второй подход более эффективен по сравнению с первым.

**Постановка задачи.** Целью данного исследования является разработка метода качественной идентификации динамических моделей механических конструкций по экспериментальным записям перемещений и ускорений.

### **Результаты исследования.**

**1. Методы идентификации механических систем.** Последние два десятилетия проблемы построения математических моделей и прогнозирования динамического поведения механических систем по экспериментальным данным вызывают повышенный интерес. В 80-х гг. XX ст. коллектив Института технической механики НАН Украины совместно с отраслевой научно-исследовательской лабораторией динамики подвижного состава Днепропетровского института инженеров транспорта (в настоящее время Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта) выполнил ряд работ по разработке алгоритмов идентификации механических систем. Решен ряд задач по декомпозиции и построению модальных моделей механических систем и установлена исключительная роль ускорений в идентификации модальных параметров.

Идентификация нелинейных динамических систем представляет собой скорее субъективные навыки, чем прямое применение некоторого частного метода теории систем. Несмотря на то, что существует множество аналитических методов, единый подход к выявлению, классификации или моделированию соотношений между внешним возмущением и откликом системы отсутствует.

Область применения большинства классических методов идентификации ограничена одночастотными динамическими процессами. Данные методы идентификации основаны на использовании внешнего возмущения особой формы – прямоугольного импульсного или ступенчатого знакопеременного [5]. Подобные виды внешнего возмущения весьма сложны в реализации. Поскольку вместо внешнего возмущения, соответствующего нормальному режиму эксплуатации, для реализации данных методов требуется возмущение особого типа, то становится очевидным, что эти методы предполагают идентификацию модели механической системы вне условий нормальной эксплуатации. Таким образом, данные методы применимы только к линейным стационарным системам, в которых соотношение между внешним возмущением и откликом системы сохраняется для всех других типов возмущения.

Большинство современных методов качественной идентификации работают во временной области. Так, объектом их исследования являются временные процессы, а именно записи изменения перемещений точек исследуемых систем во времени. Данные методы ориентированы на применение вейвлет-преобразования, рядов Винера и Гаммерштейна. Данные подходы громоздки в реализации и предполагают применение вычислительной техники [5], а также необходимость хранения значительного объема исходной информации. Базисные функции, лежащие в основе этих методов, оперируют производными высших порядков (четвертого, пятого и шестого). Необходимость многократно численно дифференцировать исходный сигнал, содержащий шум, необратимо приводит к увеличению ошибок накопления и усечения, что оказывает существенное влияние на точность построения модели.

**2. Отображения фазовых траекторий на плоскость “ускорение – перемещение”.** Отметим, что фазовое пространство динамических систем многомерно. Возможен и иной выбор параметров фазовых плоскостей. Впервые попытка применить фазовые траектории на плоскостях  $(\ddot{y}, \dot{y})$  и  $(\dot{y}, y)$  к исследованию динамических систем была сделана в монографии [3]. Как следует из полученных результатов, фазовые траектории на плоскости  $(\ddot{y}, \dot{y})$  могут быть весьма эффективно использованы для идентификации динамических систем. В монографии [3] представлены результаты качественного исследования колебаний консервативных систем, имеющих нелинейные диссипативные и упругие характеристики различных видов.

Впервые отображения фазовых траекторий на плоскости  $(\ddot{y}, \dot{y})$  были применены для процедуры идентификации неизвестных упругих и диссипативных характеристик в работе [6].

В дискретные моменты времени  $t_k$  ( $k = 1, \dots, n$ ), удовлетворяющие условию  $c = P(t_0) = P(t_k)$ , измерим значения ускорений, скоростей и перемещений точек исследуемой системы. Обозначим данное множество точек  $\{P_k\} = \{\ddot{y}_k, \dot{y}_k, y_k\}$ . Таким образом, получим набор точек, параметрически связанных по времени  $t_k$ . Данные точки в расширенном фазовом пространстве  $(\ddot{y}, \dot{y}, y)$  образуют поверхность, которая может быть описана уравнением

$$m\ddot{y}_k + h(\dot{y}_k, \dot{y}_k) + r(y_k) = P(\ddot{y}_k). \quad (1)$$

Предварительно пренебрегая влиянием диссипации, можно предполагать, что характеристика упругой силы может быть определена из соотношения

$$r(y_k) = c - m\ddot{y}_k. \quad (2)$$

Построение отображений фазовых траекторий на плоскости  $(\dot{y}, y)$  близко к методу обработки временных процессов по пикам. Оценка значений ускорений и перемещений выполнялась в дискретные моменты времени, удовлетворяющие условию  $c = P(\ddot{y}_0) = P(\ddot{y}_k)$ .

**Анализ результатов испытаний виброударного демпфера.** Для сопоставления результатов теоретического исследования и натурального эксперимента воспользуемся экспериментальными данными, полученными отраслевой лабораторией динамики подвижного состава Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта им. академика В. Лазаряна под руководством профессора Е. П. Блохина. В отчете были представлены результаты натуральных динамических испытаний виброударного демпфера.

В процессе испытаний сигналы датчиков записывались при помощи аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) в компьютер. Запись сопровождалась звуковым сигналом и отметкой в журнале о номере опыта, пикетаже и плане участка. Преобразование непрерывного сигнала  $y_i(t)$  регистрируемого  $i$ -м датчиком в дискретную форму  $y_i(i\Delta t)$ , проводилось с частотой квантования  $f_{\text{eq}} = (10 \dots 20)f_{\text{max}}$ . Максимальная частота, присутствующая в сигнале  $f_{\text{max}}$ , определялась либо фильтрацией высоких частот в цепи “датчик – АЦП”, либо частотной характеристикой датчика. В каждом из этих случаев выполнялось условие

$$A(f_{\text{max}}) < 0,05 \max(A(f)), f > 0, \quad (3)$$

где  $A(f)$  – модуль дискретного преобразования Фурье преобразования процесса  $y_r(i\Delta t)$ . При обработке результатов испытаний, проводимых с целью идентификации, достаточной оказалась частота 200 Гц. (В соответствии с международными стандартами [7] и постановлением Кабинета Министров Украины).

Реализации  $y_r(i\Delta t)$ , введенные на различных прямых участках пути, центрировались на свое математическое ожидание. А реализации, введенные на кривых участках пути, центрировались на математическое ожидание реализаций, полученных на ближайших к данной кривой прямых участках. Необходимость постоянной корректировки нулевых уровней датчиков вызвана возможным уходом от нуля усилителей в цепи “датчик – компьютер” или состоянием односторонней перегрузки аппаратуры.

При ходовых испытаниях железнодорожного экипажа на тележках У32 с пневмоподвеской по ощущениям испытателей имели место “удары” в кузов экипажа. Эти удары сопровождалось кратковременным влиянием кузова экипажа в колее или кузова относительно тележки. При камеральной обработке результатов испытаний возник вопрос о возможных причинах возникновения ударов. Были рассмотрены два предположения: удары являются следствием неисправности конструкции или удары присущи конструкции экипажа и не могут считаться браковочными признаками.

Для ответа на вопрос о том, какое из двух предположений является верным, было решено из генеральной совокупности осциллограмм [8] выделить ансамбль реализаций, в которых подобные “удары” должны были иметь место. С этой целью необходимо было выделить гипотезу [4], которой должны отвечать все эти реализации. В качестве рабочей гипотезы для формирования ансамбля реализаций была принята гипотеза, описанная в [1], что колебания достигают предельных значений.

Подобная нелинейная система является упрощенной и может быть описана уравнением вида:

$$m\ddot{y} + H(\dot{y}) + R(y) = P(t) \quad (4)$$

где  $m$  – приведенная масса полувагона;

$\epsilon$  – коэффициент вязкого трения, который может быть принят в соответствии с рекомендациями [2];

$R(y)$  – характеристика упругой силы;

$P(t)$  – внешнее возмущение.

Ключевыми эффектами [4] для формирования ансамбля, согласно решениям уравнения (4), будут:

$$f : \left\{ |F[y(t)]| = \max \wedge \exists |y(t)| \approx y_{\max} \right\} \\ y(t) \approx y_{\max}; \quad > f : \left\{ |F[y(t)]| = \max \wedge |y(t)| \ll y_{\max} \right\} \quad (5)$$

Процесс работы виброударного демпфера можно разделить на несколько этапов. В начале движения, до тех пор, пока зазор не выбран, колебания происходят в системе с линейными характеристиками. При дальнейшем увеличении амплитуды колебаний, как только амплитуда превысит величину зазора, в работу вступают упругие ограничители хода. Если нарастание частоты внешнего возмущения происходит быстро, то не исключена возможность, что максимальная амплитуда колебаний не превысит резонансного стационарного значения.

Результаты динамических испытаний показали, что фактические значения собственных частот колебаний виброударного демпфера значительно превышают паспортные значения. Принимая во внимание сложность исследуемой механической системы и невозможность построения точной математической модели, имеется необходимость выполнения процедуры идентификации.

Стабильность работы исследуемой системы может быть обеспечена правильным выбором типа упругой характеристики виброударного демпфера. Основным условием оптимального выбора параметров виброударного демпфера является требование близости рабочей частоты к эффективной частоте свободных колебаний.

Первый этап идентификации состоит в выявлении типа математической модели. Предположим, что динамическое поведение виброударного демпфера описывается уравнением вида:

$$m\ddot{y} + H(\dot{y}) + R(y) = F(t) \quad (6)$$

Здесь уравнение (6) в каждый момент времени связывает величины  $y(t)$ ,  $\dot{y}(t)$  и  $\ddot{y}(t)$  с внешним возмущением  $F(t)$  (рис. 1). Необходимо по заданным значениям  $y(t)$  и  $\ddot{y}(t)$  установить тип упругой характеристики в предположении наличия вязкого трения в исследуемой системе.

С этой целью по записям стохастических процессов были построены отображения фазовых траекторий на плоскость  $(y, \ddot{y})$ , здесь каждой точке фазовой плоскости соответствует значение горизонтальных ускорений и перемещений для пиковых значений внешнего стохастического возмущения (рис. 1).

До начала обработки измерений выполнялась их разметка, прежде всего выделялись и нумеровались рабочие циклы, а затем – соответствующие пики внешнего возмущения. Выбирали 7–9 наиболее значимых пиков, исходя из их количества.

Следующей стадией обработки являлось измерение значений амплитуд горизонтальных перемещений и ускорений, соответствующих пикам внешнего возмущения. Как правило, определялись значения амплитуд, соответствующих пикам внешнего возмущения, превышающих некоторую величину.

На рис. 1 представлены отображения фазовых траекторий на плоскость “ускорение – перемещение”. Анализируя данные, можно предположить, что исследуемая механическая система имеет ломаную характеристику упругой силы, то есть на отдельных участках она сохраняет линейность, но имеет разные коэффициенты жесткости, изменяющиеся скачкообразно в точках переключения.

Анализ полученных отображений и их сопоставление с эталонными отображениями позволил сделать заключение о виде упругой характеристики и предложить расчетную схему. Установлено, что исследуемая модель принадлежит к классу систем с кусочно-линейной упругой характеристикой, а именно к трехзвенным системам с жесткими ограничителями.

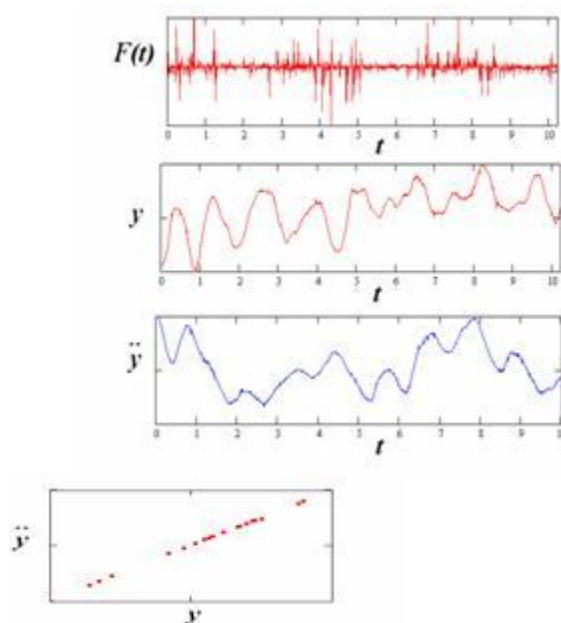


Рис. 1. Временные процессы и отображения на фазовую плоскость  $(y, \ddot{y})$

На динамическое поведение исследуемого класса механических систем существенное влияние оказывают величины зазоров, которые в значительной степени определяют соотношения между значениями амплитуд первой гармоники и третьей субгармоники.

Как показывают исследования, наиболее оптимальным является выбор величины зазора, равной половине амплитуды резонансных колебаний на первой гармонике. Такое решение приводит к оптимальной конструкции упругих связей, обеспечивая минимальную жесткость упругих ограничителей хода.

**Выводы.** Идентификация нелинейных динамических систем представляет собой скорее субъективные навыки, чем прямое применение некоторого частного метода теории систем. Несмотря на то, что существует множество аналитических методов, единый подход к выявлению, классификации или моделированию соотношений между внешним возмущением и откликом системы находится в стадии формирования.

Математические модели механических систем должны описывать геометрическую конфигурацию всех типов колебаний, которые возможны в механической системе, адекватно отражать нелинейность характеристик реальной конструкции и позволять относительно легко выполнять корректировку в случае изменения начальных параметров системы.

Учитывая, что отображения на плоскости “ускорение – перемещение”  $(y, \ddot{y})$  обратны симметричны графику изменения упругой силы  $F(y)$ , параметры жесткости  $k_1$  и  $k_2$  и величины зазоров  $a$  и  $b$  были определены графически из анализа фазовых отображений на плоскости  $(y, \ddot{y})$ .

Проведенное сравнение экспериментальных и теоретических значений максимальной и минимальной частот свободных колебаний виброударного демпфера подтвердило соответствие предложенной математической модели физическому аналогу.

#### Литература

1. Коловский М. З. Нелинейная теория виброзащитных систем [Текст] / М. З. Коловский. – М. : Наука, 1966. – 320 с.
2. Конструирование и расчет вагонов [Текст] / под ред. В. В. Лукина. – М. : Транспорт, 2000. – 728 с.
3. Волкова В. Е. Фазовые траектории нелинейных динамических систем. Атлас [Текст] / В. Е. Волкова, М. И. Казакевич. – Днепропетровск : Наука и образование, 2002. – 94 с.
4. Гаркави Н. Я. Идентификация тенденций динамических процессов методом сортировок и визуализации экспериментальных данных [Текст] / Н. Я. Гаркави, О. Н. Литвиненко, Н. Г. Нарис и др. // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Вып. 1(42). – Днепропетровск, 2006. – С. 131–140.
5. Плахтиенко Н. П. Методы идентификации нелинейных механических колебательных систем [Текст] / Н. П. Плахтиенко // Прикладная механика. – 2000. – Т. 36. – Вып. 12. – С. 38–68.
6. Volkova V. E. Qualitative theory and identification of dynamic system with one degree of freedom [Текст] / V. E. Volkova, K. Schneider // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41. – № 6. – С. 134–139.
7. UIC Code 513R. Guidelines for evaluating passenger comfort in relation to vibration in railway vehicles. International Unions Railways. 1995.
8. Блохин Е. П. Статистическая обработка результатов ходовых испытаний рельсового транспорта [Текст] / Е. П. Блохин, Р. Б. Грановский, С. В. Мямлин и др. // Сборник научных трудов Национального горного университета. – 2002. – № 15. – Т. 2. – С. 166–175.