

Н. В. Халіпова, кандидат технічних наук, доцент
кафедри транспортних систем та технологій
Академії митної служби України
І. Ю. Леснікова, кандидат технічних наук, доцент
кафедри транспортних систем та технологій
Академії митної служби України

ОЦІНКА АДЕКВАТНОСТІ ТА ТОЧНОСТІ ТРЕНДОВИХ МОДЕЛЕЙ ВАНТАЖОПОТОКІВ ЗОВНІШНЬОЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

У статті оцінено на адекватність і точність прогнози моделі та сформульовано критерії вибору моделі прогнозування вантажопотоків зовнішньоекономічної діяльності.

В статті проведено оцінювання на адекватність і точність прогнозних моделей і сформульовані критерії вибору моделі прогноза грузопотока внешнеэкономической деятельности.

In the article the assessment of the adequacy and accuracy of the forecast models is carried out and the criteria for selection of a forecast model of cargo traffic of foreign economic activity is formulated.

Ключові слова. Прогноз вантажопотоків, динамічний ряд, адекватність і точність, верифікація.

Вступ. Одним з ефективних методів моделювання задач економічної динаміки є застосування часових рядів з проведенням їх згладжування вихідного ряду, визначення наявності тренда, відбору однієї або декількох кривих зростання і визначення їх параметрів у випадку наявності тренда [1–3].

© Н. В. Халіпова, І. Ю. Леснікова, 2011

Незалежно від виду і способу побудови економіко-математичної моделі питання про можливість її застосування з метою аналізу і прогнозування економічного явища можна бути вирішити тільки після встановлення адекватності, тобто відповідності моделі досліджуваному процесові чи об'єкту. Через те що повної відповідності моделі реальному процесові чи об'єкту бути не може, адекватність – це якоюсь мірою умовне поняття. Під час моделювання мається на увазі адекватність не взагалі, а за властивостями моделі, які вважаються суттєвими для дослідження. Тому трендова модель конкретного часового ряду вважається адекватною, якщо правильно відображає систематичні компоненти часового ряду. Адекватні моделі перевіряються на точність, яка характеризується величиною відхилення розрахункових значень показників згідно з рівнянням регресії від їх реальних величин.

На основі створених трендових моделей економічної динаміки прогнозується розвиток досліджуваного процесу на майбутній проміжок часу. Прогнозування на основі часового ряду економічних показників належить до одновимірних методів прогнозування, які базуються на екстраполяції, тобто на подовженні на майбутнє тенденції, що спостерігалася в минулому. У цьому випадку хід зміни показника пов'язують не з факторами, а з плином часу, що проявляється в утворенні одновимірних часових рядів [4–7].

Постановка завдання. Розробити прогнозу модель вантажопотоків на 2010–2011 рр. через митний пост “Інкерман” Севастопольської митниці на основі статистичних даних щодо обсягів експортно-імпорتنних вантажопотоків, які даються у вигляді табл. 1, оцінити її на адекватність і точність для визначення обсягів митного оформлення через митний кордон.

Умовні статистичні дані сформовано по кварталах і побудовані декілька трендових моделей для прогнозування експортно-імпорتنних вантажопотоків треба оцінити на адекватність і точність. Три найкращі трендові моделі з найбільшою величиною достовірності апроксимації R^2 оцінимо на адекватність і точність.

- Лінійна модель $y = 34,54x + 248,781$ ($R^2 = 0,806$).
- Поліноміальна модель $y = 0,002x^4 - 0,055x^3 + 0,156x^2 + 40,365x + 227,666$ ($R^2 = 0,809$).
- Експоненціальна модель $y = 312,849e^{0,053x}$ ($R^2 = 0,74$).

Таблиця 1

Рік	Квартал	Вантажопотік, тис. т	Рік	Квартал	Вантажопотік, тис. т
2004	1	465,65	2008	17	779,693
	2	274,419		18	743,665
	3	227,75		19	564,371
	4	199,828		20	795,693
2005	5	427,318	2009	21	1014,137
	6	328,151		22	818,65
	7	571,724		23	1326,894

	8	640,772		24	1182,89
2006	9	633,205	2010	25	1179
	10	605,077		26	1268,724
	11	713,269		27	1191,49
	12	779,961		28	1109,418
2007	13	738,3			
	14	813,594			
	15	942,994			
	16	652,629			

Дослідження лінійної моделі

1. Трендова модель y_t конкретного часового ряду y_t вважається адекватною, якщо правильно відображає систематичні компоненти часового ряду. Ця вимога еквівалентна вимозі, щоб залишкова компонента $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$ ($t=1, 2, \dots, n$) задовольняла властивості випадкової компоненти часового ряду: випадковість коливань рівнів залишкової послідовності, відповідність розподілу випадкової компоненти нормальному закону розподілу, математичне сподівання випадкової компоненти дорівнює нулю, незалежність значень рівнів випадкової компоненти.

Перевірка випадковості коливань рівнів залишкової послідовності означає перевірку гіпотези про правильність вибору виду тренда. Для дослідження випадковості відхилень від тренда маємо у своєму розпорядженні набір різниць $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$ ($t = 1, 2, \dots, n$).

Характер цих відхилень вивчається за допомогою ряду непараметричних критеріїв. До них належить критерій серій, що базується на медіані вибірки. Ряд з величин ε_t розташовують у порядку зростання їхніх значень і знаходять медіану ε_m отриманого варіаційного ряду, тобто середнє значення при непарному n або середню арифметичну із двох серединних значень при n парному. Повертаючись до вихідної послідовності ε_t і порівнюючи значення цієї послідовності з ε_m , будемо ставити знак "+", якщо значення ε_t перевершує медіану, і знак "-", якщо воно менше медіани; у випадку рівності порівнюваних величин відповідне значення ε_t опускається. Таким чином, виходить послідовність, що складається з плюсів і мінусів, загальна кількість яких не перевершує n . Послідовність підряд розташованих плюсів або мінусів називається серією. Для того щоб послідовність ε_t була випадковою вибіркою, довжина найдовшої серії не повинна бути занадто великою, а загальна кількість серій – занадто малою. Вибірка визнається випадковою, якщо виконуються такі нерівності для 5-відсоткового рівня значущості:

$$K_{\max} < [3,3(\lg n + 1)], \quad v > \left[\frac{1}{2}(n+1-1,96\sqrt{n-1}) \right]. \quad (1)$$

де K_{\max} – довжина найдовшої серії,

v – загальна кількість серій, квадратні дужки позначають цілу частину числа.

Якщо хоча б одна із цих нерівностей порушується, то гіпотеза про випадковий характер відхилень рівнів часового ряду від тренда відхиляється, отже, трендова модель визнається неадекватною.

У результаті проведених розрахунків отримано такі результати:

1) медіана вибірки ε_m дорівнює 25,456;

2) максимальна довжина серії K_{\max} дорівнює 5;

3) загальна кількість серій v дорівнює 10.

Перевіряємо критерій серій:

$$5 < [3,3(\lg 28 + 1)]; \quad 5 < 8$$

$$10 > \left[0,5(28+1-1,96\sqrt{28-1}) \right]; \quad 10 > 9$$

2. Іншим критерієм для перевірки може бути критерій піків (поворотних точок). Рівень послідовності ε_t вважається максимумом, якщо він більший двох поруч розташованих рівнів, тобто $\varepsilon_{t-1} < \varepsilon_t > \varepsilon_{t+1}$, і мінімумом, якщо він менший обох сусідніх рівнів, тобто $\varepsilon_{t-1} > \varepsilon_t < \varepsilon_{t+1}$. У випадковій вибірці математичне сподівання кількості точок повороту \bar{p} і дисперсія σ_p^2 виражаються формулами:

$$\bar{p} = \frac{2}{3}(n-1); \quad \sigma_p^2 = \frac{16n-29}{90}$$

Критерієм випадковості з 5-процентним рівнем значущості, тобто з довірчою ймовірністю 95 %, є виконання нерівності

$$P > [\bar{P} - 1,96 \sqrt{\sigma_P^2}] \quad (2)$$

Якщо ця нерівність не виконується, трендова модель вважається неадекватною.

Для перевірки критерію піків потрібно підрахувати кількість поворотних точок:

$$17 > [17,333 - 1,96 \sqrt{4,655}] = 13.$$

Жодна з нерівностей обох критеріїв не порушується, тому гіпотеза про випадковий характер відхилень рівнів часового ряду від тренда приймається і, відповідно, трендова модель визнається адекватною.

3. Перевірка відповідності розподілу випадкової компоненти нормальному закону розподілу може бути виконана лише приблизно, за допомогою дослідження показників асиметрії (\hat{J}_1) і ексцесу (\hat{J}_2), тому що часові ряди, як правило, не дуже великі.

$$\hat{J}_1 = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n x_t^3}{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n x_t^2 \right)^{3/2}}; \quad \sigma_{\hat{J}_1} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}; \quad (3)$$

$$\hat{J}_2 = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n x_t^4}{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n x_t^2 \right)^2} - 3; \quad \sigma_{\hat{J}_2} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}; \quad (4)$$

$\sigma_{\hat{J}_1}$ і $\sigma_{\hat{J}_2}$ – відповідні середньоквадратичні помилки.

Якщо одночасно виконуються такі нерівності:

$$|\hat{J}_1| < 1,5 \sigma_{\hat{J}_1}; \quad \left| \hat{J}_2 + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5 \sigma_{\hat{J}_2} \quad (5)$$

то гіпотеза про нормальний характер розподілу випадкової компоненти приймається.

Якщо виконується хоча б одна з нерівностей

$$|\hat{J}_1| \geq 2 \sigma_{\hat{J}_1}; \quad \left| \hat{J}_2 + \frac{6}{n+1} \right| \geq 2 \sigma_{\hat{J}_2} \quad (6)$$

то гіпотеза про нормальний характер розподілу відхиляється, трендова модель визнається неадекватною.

Розрахункові значення:

- 1) асиметрія \hat{J}_1 дорівнює – 0,012;
- 2) середньоквадратична помилка асиметрії $\sigma_{\hat{J}_1}$ дорівнює 0,4166;
- 3) ексцес \hat{J}_2 дорівнює 0,237;
- 4) середньоквадратична помилка ексцесу $\sigma_{\hat{J}_2}$ дорівнює 0,7125.

Перевірка критерію нормальності виконується за формулами (5), (6):

$$|-0,012| < 1,5 \cdot 0,4166; \quad \left| 0,237 + \frac{6}{28+1} \right| < 1,5 \cdot 0,7125.$$

Крім розглянутого методу, відомі й інші методи перевірки нормальності закону розподілу випадкової величини: метод Вестергарда, RS-критерій і т. д. Найпростіший з них ґрунтується на RS-критерії, критерій який чисельно дорівнює відношенню розмаху варіації випадкової величини $R = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} = 624,36$ до стандартного

відхилення $S = S_f = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_t^2}{n-1}} = 139,54$.

У результаті проведених розрахунків жодна з нерівностей обох критеріїв не порушується, тому гіпотеза про нормальний характер розподілу випадкової компоненти приймається і, відповідно, трендова модель визнається адекватною.

4. Перевірка рівності математичного сподівання випадкової компоненти нулю, якщо вона розподілена за нормальним законом, здійснюється на основі t -критерію Стьюдента. Розрахункове значення цього критерію задається формулою

$$t = \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{S_{\varepsilon}} \sqrt{n}, \quad (7)$$

де $\bar{\varepsilon}$ – середнє арифметичне значення рівнів залишкової послідовності ε_t ; S_{ε} – стандартне (середньоквадратичне) відхилення для цієї послідовності.

Можна не робити перевірку критерію рівності математичного сподівання похибки нулю, оскільки застосування методу найменших квадратів для розрахунку коефіцієнтів лінійної регресії завжди дає $\varepsilon = 0$. Тому під час перевірки $M() = 0$, що здійснюється на основі критерію Стьюдента згідно з формулою 7, лінійна модель є адекватною.

5. Перевірка незалежності значень рівнів випадкової компоненти, тобто перевірка відсутності істотної автокореляції в залишковій послідовності може здійснюватися за рядом критеріїв, найпоширеніший з яких d -критерій Дарбіна–Вотсона, розрахункове значення визначається формулою

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2} \quad (8)$$

Розрахункове значення критерію d (або d') порівнюється з верхнім d_2 й нижнім d_1 критичними значеннями статистики Дарбіна–Вотсона, фрагмент табличних значень яких для різної кількості рівнів ряду n .

У результаті проведених розрахунків отримано такі значення:

- 1) d -критерій Дарбіна–Вотсона дорівнює 1,4594;
- 2) нижнє критичне значення статистики Дарбіна–Вотсона дорівнює $d_1 = 1,1$;
- 3) верхнє критичне значення статистики Дарбіна–Вотсона дорівнює $d_2 = 1,24$.

Отже, гіпотеза про незалежність значень рівнів випадкової компоненти приймається, і, відповідно, трендова модель визнається адекватною.

Висновок про адекватність трендової моделі робиться, якщо всі зазначені вище чотири перевірки властивостей залишкової послідовності дають позитивний результат. Підсумовуючи вищенаведені дослідження, можна дійти висновку, що із трьох побудованих моделей (лінійної, поліноміальної 4-го ступеня, експоненціальної) лише лінійна виявилась абсолютно адекватною (всі зазначені вище чотири перевірки властивостей залишкової послідовності дають позитивний результат), тобто відповідає досліджуваному процесові або об'єкту.

Для адекватних моделей має сенс ставити завдання оцінки їхньої точності. Точність моделі характеризується величиною відхилення виходу моделі від реального значення змінної, що моделюється (економічного показника). Для показника, поданого часовим рядом, точність визначається як різниця між значенням фактичного рівня часового ряду і його оцінкою, отриманою розрахунковим шляхом з використанням моделі, при цьому як статистичні показники точності застосовуються такі:

- 1) середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{n-k-1} \sum_{t=1}^n (\varepsilon_t - \hat{\varepsilon}_t)^2} \quad (9)$$

- 2) середня відносна помилка апроксимації

$$\bar{\varepsilon}_{\%} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \cdot 100 \% \quad (10)$$

- 3) коефіцієнт збіжності

$$r^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (11)$$

- 4) коефіцієнт детермінації

$$R^2 = 1 - r^2 \quad (12)$$

та інші показники; у наведених формулах n – кількість рівнів ряду, k – кількість обумовлених параметрів моделі, \hat{Y}_t – оцінка рівнів ряду по моделі, \bar{Y} – середнє арифметичне значення рівнів ряду.

На підставі зазначених показників можна вибрати з декількох адекватних трендових моделей економічної динаміки найбільш точну, хоча може трапитися випадок, коли за деяким показником більш точна одна модель, а за іншим – інша.

Для оцінки прогнозних властивостей моделі доцільно використовувати ретроспективний прогноз – підхід, який базується на виділенні ділянки з ряду останніх рівнів вихідного часового ряду в кількості n_2 рівнів як перевірочного, а саму трендову модель у цьому випадку слід будувати за першими точками, кількість яких дорівнюватиме $n_1 = n - n_2$. Тоді для розрахунку показників точності моделі за прогнозом застосовуються ті ж формули, але підсумовування в них вестиметься не за всіма, а лише за останніми n_2 спостереженнями.

Значення коефіцієнта детермінації $R^2 = 0,805672434$ свідчить про те, що приблизно 80,6 % варіації показника обсягів вантажопотоку пояснюється зміною фактора часу (у кварталах). Розрахункове значення F -критерію 107,794708, а теоретичне значення з таблиці $F_{(0,95;1;n-2)} = F_{(0,95;1;26)} \approx 4,25586$ і гіпотезу про рівність коефіцієнта a_1 нулю відхиляємо і приймаємо альтернативну гіпотезу $a_1 \neq 0$. Перевірку цієї ж гіпотези можна зробити також за допомогою критерію Стюдента, відповідне теоретичне значення $t_{\beta, n-2}$, яке знайдемо з таблиці, дорівнює 2,062994 (для $\beta = 0,95$). Оскільки $t = 10,382 > t_{\beta, n-2}$, то з надійністю 95 % можна вважати правдивою альтернативну гіпотезу $a_1 \neq 0$ про наявність кореляційного зв'язку між фактором і показником.

Згідно з формулами 9–12 середнє квадратичне відхилення моделі становить 139,54 тис. т, середня відносна похибка апроксимації – 19,963 %, коефіцієнт збіжності – 0,1943 та коефіцієнт детермінації – 0,8057. Таким чином, хоча побудована лінійна трендова модель абсолютно адекватна, проте дуже неточна, про що свідчить велике значення середньої відносної похибки апроксимації 19,963 % (>10), навіть незважаючи на те, що за критерієм Стюдента підтверджується гіпотеза про наявність кореляційного зв'язку між фактором і показником.

Для визначення прогнозного значення обсягів експортно-імпортних вантажопотоків на майбутні періоди часу треба отримати значення точкового прогнозу для наступних чотирьох кварталів $y_{p1} = 1 = 1250,44$, $y_{p2} = 2 = 1284,98$, $y_{p3} = 3 = 1319,52$, $y_{p4} = 4 = 1354,06$. Для встановлення надійного інтервалу цього прогнозу скористаємось формулою (13)

$$U_j = y_{t+k} \pm t_{\alpha} S_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3(\pi + 2k - 1)^2}{n(\pi^2 - 1)}} \quad (13)$$

Дана модель була реалізована в середовищі електронних таблиць Excel та використана для розрахунку досліджуваних показників.

Висновки. Прогнозне значення обсягу вантажопотоку на 2010 р. згідно з моделлю становитиме 4656,364 тис. т і з надійністю 80 % потрапить до інтервалу (4413,29; 6004,721) тис. т (рис. 1). Проведено верифікацію побудованої лінійної трендової моделі. Вантажопотік на 2010 р. становив 4748,632 тис. т, тобто розрахунковий результат відрізняється від фактичних даних на 92,268 тис. т.

Вантажопотік за перший квартал 2011 р. дорівнює 1292,093 тис. т, а розрахунковий – 1250,44 тис. т. Звідси побудована лінійна трендова модель дає досить якісний результат.

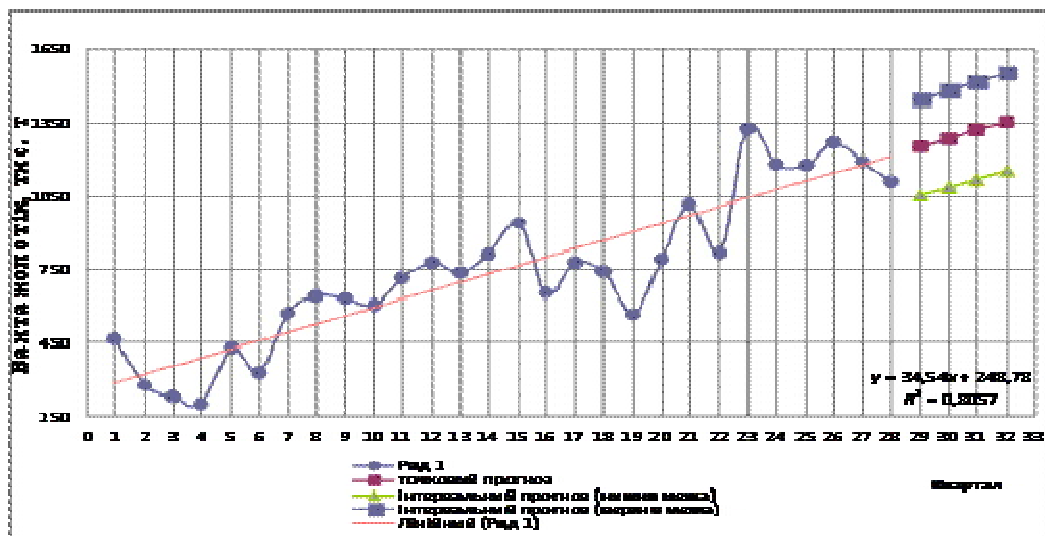


Рис. 1. Обсяг вантажопотоків, тис. т

Отже, питання про можливість застосування трендових моделей з метою аналізу та прогнозування економічного явища може бути вирішено тільки після встановлення адекватності, тобто відповідності моделі досліджуваному процесові або об'єкту. Отримані моделі можуть використовуватися під час прогнозування вантажопотоку, для вдосконаленого планування роботи митних підрозділів під час оформлення вантажів, а також прогнозувати надходження до бюджету України.

Література

1. Халіпова Н. В. Порівняльний аналіз прогнозних моделей вантажопотоків зовнішньоекономічної діяльності / Н. В. Халіпова, І. Ю. Леснікова // Вісник АМСУ. Серія : “Технічні науки”. – 2010. – № 1. – С. 75–85.
2. Халіпова Н. В. Дослідження тренд-сезонних процесів під час аналізу вантажопотоків зовнішньоекономічної діяльності / Н. В. Халіпова, І. Ю. Леснікова // Вісник АМСУ. – 2009. – № 2. – С. 88–94.
3. Назаренко В. М. Транспортное обеспечение внешнеэкономической деятельности / В. М. Назаренко, К. С. Назаренко. – М. : Центр экономики и маркетинга, 2000. – 512 с.
4. Шабельников В. А. Анализ и разработка методов прогнозирования тенденций изменения грузопотока в транспортной системе / В. А. Шабельников, А. А. Сычев // Изв. вузов Сев.-Кавк. региона. Техн. науки (приложение). – 2007. – № 4. – С. 56–59.
5. Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем : учеб. пособие / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
6. Колемаев В. А. Эконометрика : учебник / Колемаев В. А. – М. : ИНФРА-М, 2004. – 150 с.
7. Федосеев В. В. Экономико-математические методы и прикладные модели : учеб. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбергов и др. – М. : ЮНИТИ, 1999. – 391 с.