

Н. В. Халіпова, доцент кафедри транспортних систем та технологій Академії митної служби України
І. Ю. Леснікова, доцент кафедри транспортних систем та технологій Академії митної служби України
О. О. Мудрак, інспектор Львівської митниці
Д. О. Халіпов, студент Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту ім. академіка В. Лазаряна

МЕТОДИКА ВИБОРУ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ МІЖНАРОДНИХ ПОТОКІВ ВАНТАЖНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ В АВТОМОБІЛЬНОМУ ПУНКТІ ПРОПУСКУ

Статтю присвячено моделюванню транспортних потоків у міжнародному автомобільному пункті пропуску “Ужгород”. На основі обробки статистичних даних визначено закони розподілу часу прибуття й обслуговування вантажних транспортних засобів. Результати можуть бути використані під час застосування імітаційних моделей обслуговування міжнародних перевезень у міжнародних автомобільних пунктах пропуску з метою підвищення ефективності доставки вантажів у міжнародному сполученні.

Статья посвящена моделированию транспортных потоков в международном автомобильном пункте пропуска “Ужгород”. На основе обработки статистических данных определены законы распределения времени прибытия и обслуживания грузовых транспортных средств. Результаты могут быть использованы для применения имитационных моделей обслуживания международных перевозок в международных автомобильных пунктах пропуска с целью повышения эффективности доставки грузов в международном сообщении.

The article dealt with the modeling of traffic flows in the Uzhgorod international automobile checkpoint. On the basis of statistical data there are determined the distribution laws of arrival time and service of trucks. The results can be used in the application of simulation models of international transport services in the international automobile checkpoints to improve efficiency of cargo delivery in international traffic.

Ключові слова. Моделювання транспортних потоків, закони розподілу часу, міжнародне сполучення, ефективність доставки вантажів.

Вступ. Моделювання – це найпотужніший універсальний метод дослідження та оцінювання ефективності різноманітних систем, поведінка яких залежить від дії випадкових чинників. Аналітичне моделювання полягає в побудові та дослідженні математичних моделей. У його основу покладено ідентичність форми рівнянь та однозначність співвідношень між змінними в рівняннях, які описують оригінал і модель.

Недолік більшості аналітичних моделей, побудованих на основі понять теорії масового обслуговування, полягає у використанні в них значних спрощень: зображення потоку замовлень як пуассонівського або найпростішого, припущення про показниковий розподіл часу обслуговування, неможливість обслуговування замовлень одночасно кількома каналами обслуговування тощо. Такі спрощення, а іноді штучне пристосування аналітичних моделей

© Н. В. Халіпова, І. Ю. Леснікова, О. О. Мудрак, Д. О. Халіпов, 2011

з метою використання добре розробленого математичного апарату для дослідження реальних систем можуть ставити під сумнів результати аналітичного моделювання. Недолік складних моделей – громіздкість обчислень. Зокрема, аналітичний розв’язок системи диференціальних рівнянь Колмогорова для ймовірностей станів системи масового обслуговування можна знайти лише у випадку, коли кількість каналів обслуговування не перевищує двох. Складна для розв’язування в таких випадках і відповідна система алгебричних рівнянь для ймовірностей станів граничного стаціонарного режиму. Отже, аналітичні методи мають самостійне значення лише для дослідження функціонування систем масового обслуговування в першому наближенні і в окремих специфічних задачах.

На відміну від аналітичного, імітаційне моделювання знімає більшість обмежень, пов’язаних з можливістю відображення в моделях реального процесу функціонування системи, яку досліджують, динамічної взаємної обумовленості поточних і наступних подій, комплексного взаємозв’язку між параметрами і показниками ефективності системи [1–3]. Хоч імітаційні моделі в деяких випадках не такі лаконічні, як аналітичні, проте вони можуть бути як завгодно близькими до системи, котру моделюють, і простими у використанні. Це дає змогу застосовувати імітаційне моделювання як універсальний підхід для прийняття рішень в умовах невизначеності, враховуючи в моделях навіть ті чинники, які важко формалізувати, а також використовувати головні принципи системного підходу для розв’язування практичних задач [4].

Імітаційні моделі описують об’єкт дослідження, імітуючи елементарні явища, з яких складається функціонування системи, зі збереженням їхньої логічної структури, послідовності перебігу в часі, особливостей і складу інформації про стан процесу. Відзначимо наявність аналогії між дослідженням процесів методом імітаційного моделювання та їх експериментальним дослідженням.

Описи компонентів реальної системи в імітаційній моделі мають певний логіко-математичний характер і становлять сукупність алгоритмів, які імітують функціонування цієї системи. Програма моделі, побудована на основі цих алгоритмів, дає змогу звести імітаційне моделювання до проведення експериментів на ЕОМ шляхом їхнього випробування на деякій множині вхідних даних, які імітують первинні події, що відбуваються в системі. Інформація, яка фіксується у процесі дослідження імітаційної моделі, дає змогу визначити потрібні показники, що характеризують ефективність системи, яку досліджують.

Мета розробки імітаційної моделі полягає у створенні дослідного інструменту, який у загальних рисах повторює поведінку реальної системи.

Розробка імітаційних моделей зі стохастичними або ймовірнісними елементами потребує на першому етапі проведення апроксимації отриманих емпіричних шляхом розподілів теоретичними законами відповідного виду з перевіркою гіпотез про ступінь точності даних наближень [5]. Однією з переваг використання теоретичного розподілу є можливість змінювати параметри генератора випадкових чисел під час аналізу чутливості моделі й оцінки функціонування системи за різних умов.

Постановка завдання. Міжнародні автомобільні пункти пропуску (МАПП) через державний кордон являють собою систему для обслуговування транспортного потоку. Тому поряд з аналітичними підходами доцільне використання систем імітаційного моделювання. Під час розробки імітаційної моделі МАПП постає важливе завдання – моделювання з урахуванням основних характеристик вхідних потоків транспортних засобів пункту пропуску.

Практичні спостереження з хронометричного контролю надходження заявок та їх обслуговування необхідні для більш точного опису поведінки системи та моделювання і прогнозування на її основі. У МАПП “Ужгород” проведено практичний експеримент для виявлення законів розподілу вхідного потоку надходження транспортних засобів та часу їх обслуговування.

Для розрахунку параметрів вхідного потоку та часу обслуговування вантажних транспортних засобів будемо використовувати такі параметри [6, 7]:

1. Математичне сподівання величини χ :

$$M(\chi) = \sum \chi_i P_i. \quad (1)$$

2. Дисперсія величини χ :

$$D(\chi) = \sum (\chi_i - M(\chi))^2 P_i = M(\chi^2) - (M(\chi))^2. \quad (2)$$

3. Середньоквадратичне відхилення величини χ :

$$\sigma(\chi) = \sqrt{D(\chi)}. \quad (3)$$

4. Інтенсивність вхідного потоку

$$\lambda = 1/M(\chi). \quad (4)$$

Спираючись на показниковий закон розподілу ймовірності, перевірено відповідність емпіричних значень ймовірності розподілу теоретичним розподілам інтервалів прибуття і часу обслуговування вантажних транспортних засобів у пункті пропуску окремо на в'їзд в Україну та виїзд з України. Для оцінки ступеня узгодженості теоретичного та експериментального розподілів застосовано критерій Пірсона χ^2 .

Визначимо закон розподілу інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів у пункт пропуску на в'їзд в Україну. Загальний обсяг спостережень $n = 48$. У табл. 1 наведено статистичний ряд інтервалів часу між прибуттями вантажних транспортних засобів у пункт пропуску.

Розрахунок параметрів розподілу інтервалів прибуття (I) дав такі значення:

$$M(I) = 333,31 \text{ с};$$

$$D(I) = 119554,21 \text{ с}^2;$$

$$\sigma(I) = 345,766 \text{ с};$$

$$\lambda = 1/333,31 = 0,003000188 \text{ авто/с.}$$

Таблиця 1

Статистичний ряд інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів у пункт пропуску (в'їзд в Україну)

Інтервал, с		Середнє значення I , с	Кількість спостережень n_i	P_i	$I_i * P_i$	$I_{i2} * P_i$	h_i
min	max						
10	202	106,0	20	0,4167	44,17	4681,7	0,002170
203	394	298,5	18	0,3750	111,94	33 413,3	0,001963
395	586	490,5	3	0,0625	30,66	15 036,9	0,000327
587	778	682,5	4	0,0833	56,88	38 817,2	0,000436
779	970	874,5	1	0,0208	18,22	15 932,3	0,000109
971	1162	1066,5	0	0,0000	0,00	0,0	0,000000
1163	1354	1258,5	0	0,0000	0,00	0,0	0,000000
1355	1546	1450,5	0	0,0000	0,00	0,0	0,000000
1547	1738	1642,5	1	0,0208	34,22	56 204,3	0,000109
1739	1836	1787,5	1	0,0208	37,24	66 565,8	0,000215
			48	1	333,31	230 651,4	

На засаді розрахованих параметрів можна визначити параметр Ерланга K :

$$K = \frac{M(I)^2}{D(I)}, \quad (5)$$

$$K = \frac{333,31^2}{119554,21} = 0,93.$$

Беремо $K = 1$.

Функція щільності розподілу за законом Ерланга має вигляд:

$$f(I) = \frac{(k\lambda)^k}{(k-1)!} I^{k-1} e^{-k\lambda I}, \quad (6)$$

Для $k = 1$ функція набуває вигляду:

$$f(I) = \frac{\lambda}{0!} \cdot e^{-\lambda I}.$$

Гіпотеза H_0 полягає в тому, що немає істотних розбіжностей між спостережуваними даними й тими, які повинні виходити у випадку розподілу Ерланга, з параметром $\lambda = 0,003000188$. Коли кількість інтервалів $N \rightarrow \infty$, величина χ^2 асимптотично прагне до щільності ймовірності χ^2 -розподілу з $N - k - 1$ ступенями свободи, де k – кількість параметрів, оцінених на основі вихідної інформації та використаних для визначення теоретичного розподілу.

У наведеній таблиці ми об'єднали в єдиний інтервал значення (779; 1836). Кількість інтервалів почала дорівнювати $N = 5$. Оскільки на основі вихідних даних оцінюється тільки один параметр (а саме λ), ступінь свободи величини χ^2 дорівнює 3.

Розрахована теоретична кількість спостережень n' визначається із залежності

$$n'_i = n_i \cdot (F_i - F_{i-1}).$$

За таблицею критичних точок розподілу χ^2 , за рівнем значущості $\alpha = 0,04$ і кількістю ступенів свободи $k = 3$ знаходимо $\chi^2_{кр}(0,04; 3) = 8,31$. Оскільки $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$ – гіпоте-

за приймається. Можна стверджувати, що розбіжність емпіричних і теоретичних значень незначуща.

Результати обчислень подано в табл. 2.

Таблиця 2

**Результати перевірки гіпотези про закон розподілу інтервалів
прибуття вантажних транспортних засобів у пункт пропуску
(в'їзд в Україну) за критерієм χ^2**

Інтервал, с		Середнє значення I , с	Кількість спостережень n_i	f_i	F_i	Розрахована теоретична кількість спостережень n'_i	χ^2
min	max						
10	202	106,0	20	0,002219	0,278050	13,346380	3,317054
203	394	298,5	18	0,001228	0,600468	15,476090	0,411610
395	586	490,5	3	0,000681	0,778557	8,548243	3,601091
587	778	682,5	4	0,000377	0,877263	4,737926	0,114931
779	1836	1307,5	3	0,000055	0,982024	5,028495	0,818295
			48				8,262981

Отже, дані спостережень узгоджуються з гіпотезою про розподіл Ерланга інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів.

Функція щільності розподілу набуває вигляду

$$f(I) = \frac{1}{333,3} \cdot e^{-\frac{I}{333,3}}$$

Гістограму (h_i) і функцію розподілу (f_i) інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів наведено на рис. 1, криві статистичної (n_i) і розрахованої теоретичної (n'_i) кількості спостережень у кожному інтервалі – на рис. 2.

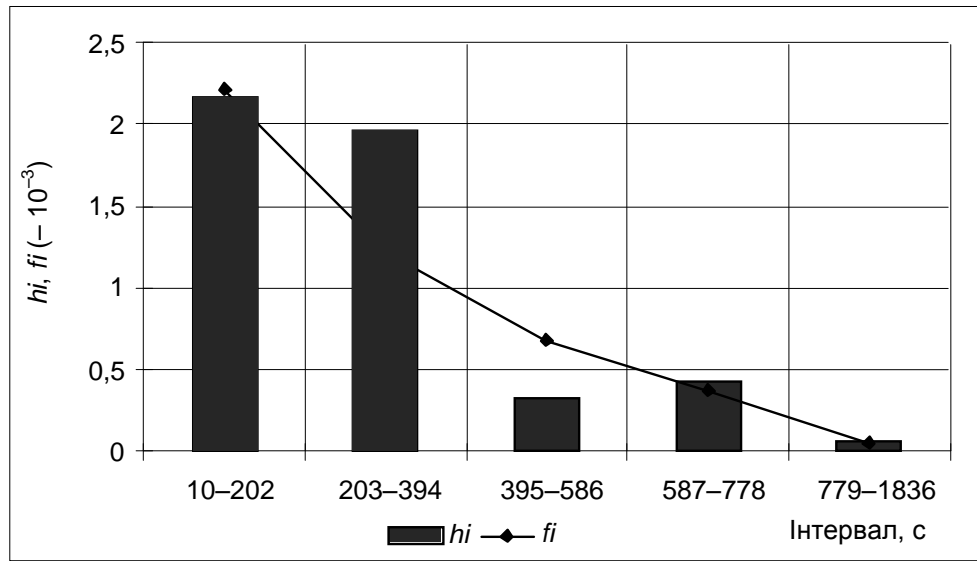


Рис. 1. Гістограма і функція розподілу інтервалів прибуття (на в'їзд в Україну)

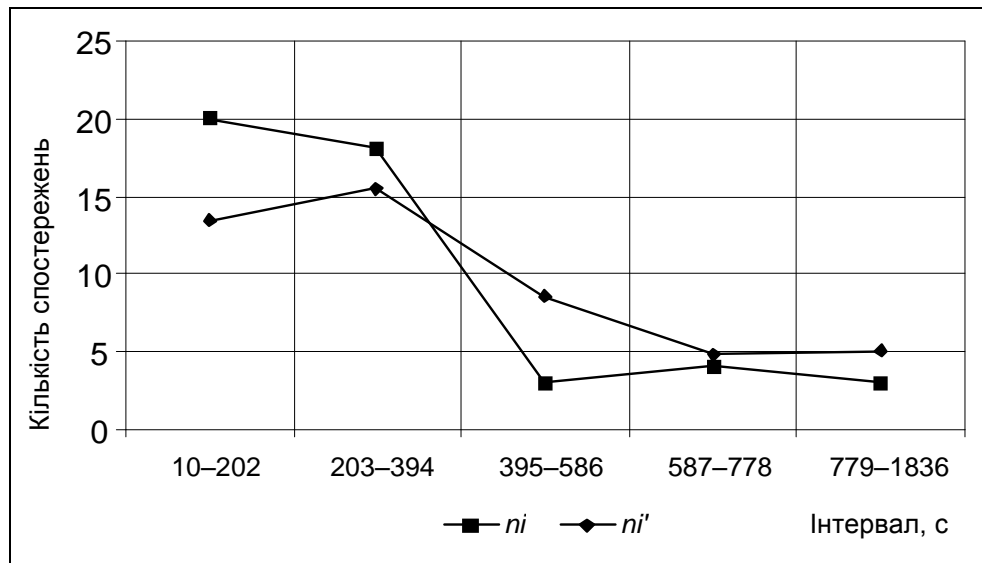


Рис. 2. Криві статистичної (n_i) і розрахованої теоретичної (n'_i) кількості спостережень інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів у пункт пропуску (на в'їзд в Україну)

Визначимо закон розподілу часу обслуговування вантажних транспортних засобів у пункті пропуску при загальному обсязі спостережень $n = 49$ (на в'їзд в Україну).

Розрахунок параметрів розподілу інтервалів обслуговування дає такі значення:

$$M(I) = 8447,83 \text{ с};$$

$$D(I) = 87801902,27 \text{ с}^2;$$

$$\sigma(I) = 9370,27 \text{ с};$$

$$\lambda = 1/8447,83 = 0,000118374 \text{ авто/с.}$$

Параметр Ерланга K :

$$K = \frac{8447,83^2}{87801902,27} = 0,81.$$

Беремо $K = 1$.

Результати розрахунку наведено на рис. 3, 4.

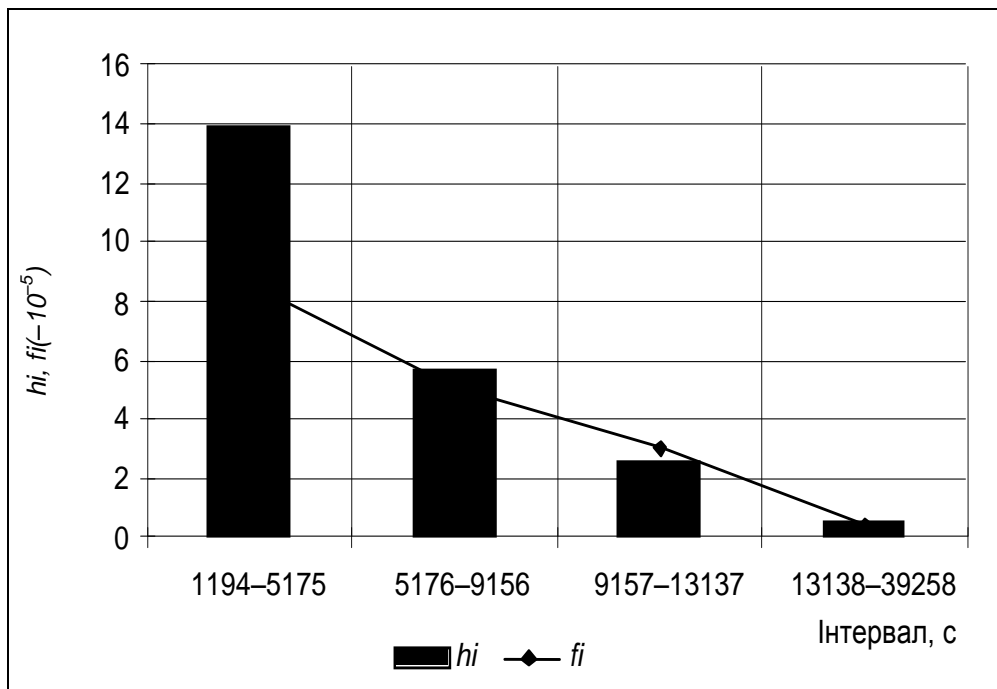


Рис. 3. Гістограма і функція розподілу інтервалів часу обслуговування вантажних транспортних засобів у пункті пропуску (на в'їзд в Україну)

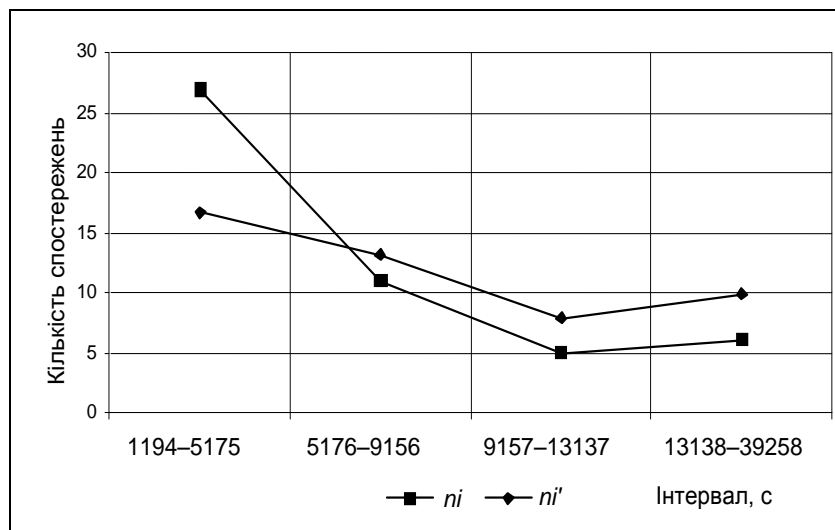


Рис. 4. Криві статистичної (n_i) і розрахованої теоретичної (n_i') кількості спостережень часу обслуговування вантажних транспортних засобів у пункті пропуску (на в'їзд в Україну)

Результати розрахунку дали значення $\chi_{\text{набл}}^2 = 9,42$. За таблицею критичних точок розподілу χ^2 , за рівнем значущості $\alpha = 0,008$ і кількості ступенів свободи $k = 2$ знаходимо $\chi_{\text{кр}}^2(0,008; 2) = 9,66$.

Оскільки $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2$ – гіпотеза приймається. Дані спостережень узгоджуються з гіпотезою про розподіл Ерланга інтервалів обслуговування вантажних транспортних засобів. Функція щільності розподілу набуває вигляду

$$f(I) = \frac{1}{8448} \cdot e^{-\frac{I}{8448}}$$

Визначимо закон розподілу інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів у пункт пропуску (на виїзд з України). Загальний обсяг спостережень дорівнює 51. Розрахункові параметри розподілу інтервалів прибуття дає такі значення:

$$M(I) = 412,46 \text{ с};$$

$$D(I) = 190\,386,52 \text{ с}^2;$$

$$\sigma(I) = 436,33 \text{ с};$$

$$\lambda = 1/412,46 = 0,002424473 \text{ авто/с}.$$

На підставі цих параметрів можна розрахувати параметр Ерланга:

$$K = \frac{412,46^2}{190386,52} = 0,89.$$

Беремо $K = 1$.

Гіпотеза H_0 полягає в тому, що немає істотних розбіжностей між спостережуваними даними й тими, які мають виходити у випадку розподілу Ерланга, з параметром $\lambda = 0,002424473$.

Для обчислення статистичні дані були об'єднані в інтервали, кількість яких дорівнює $N = 5$. Ступінь свободи величини χ^2 дорівнює 3.

Результати обчислень графічно подані на рис. 5, 6. На рис. 5 наведено гістограму і функцію розподілу інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів, на рис. 6 – криві статистичної (n_i) і розрахованої теоретичної (n'_i) кількості спостережень у кожному інтервалі.

За таблицею критичних точок розподілу χ^2 , за рівнем значущості $\alpha = 0,002$ і кількістю ступенів свободи $k = 3$ знаходимо $\chi_{кр}^2(0,002; 3) = 14,80$.

Оскільки $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$, то гіпотеза приймається. Отже, дані спостережень узгоджуються з гіпотезою про розподіл Ерланга інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів.

Функція щільності розподілу набуває вигляду:

$$f(I) = \frac{1}{412,5} \cdot e^{-\frac{I}{412,5}}.$$

Визначимо закон розподілу часу обслуговування вантажних транспортних засобів у пункті пропуску на виїзд з України, враховуючи загальний обсяг спостережень $n = 51$.

Для статистичного ряду проводимо розрахунок параметрів розподілу інтервалів обслуговування:

$$M(I) = 5039,08 \text{ с};$$

$$D(I) = 13\,612\,448,96 \text{ с}^2;$$

$$\sigma(I) = 3689,505 \text{ с};$$

$$\lambda = 1/5039,08 = 0,000198449 \text{ авто/с}.$$

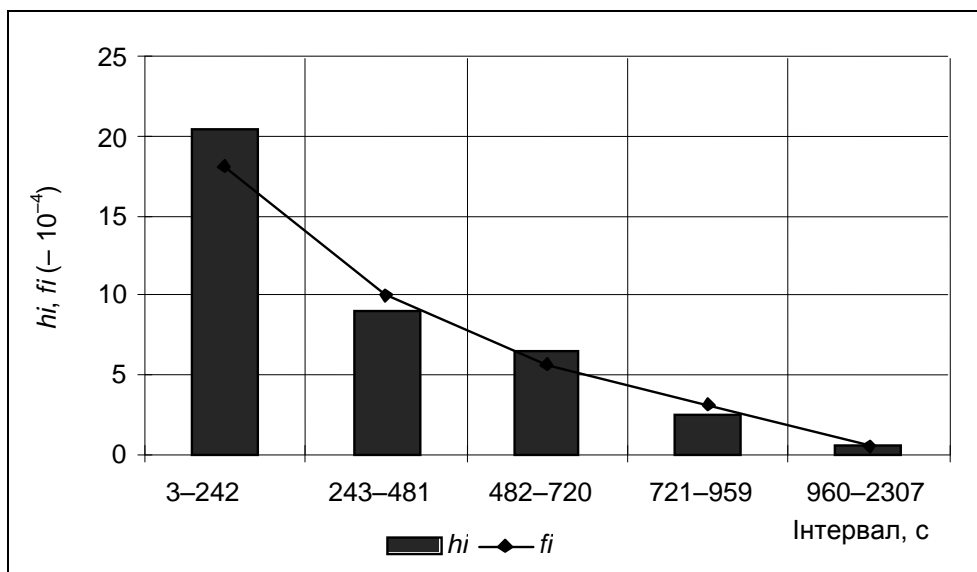


Рис. 5. Гістограма і функція розподілу інтервалів прибуття (на виїзд з України)

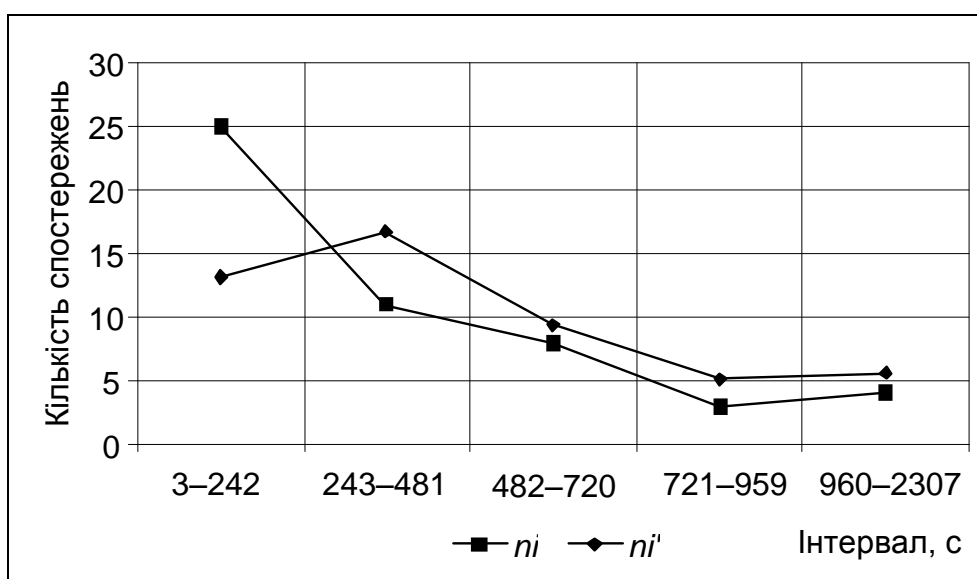


Рис. 6. Криві статистичної (n_i) і розрахованої теоретичної (n'_i) кількості спостережень інтервалів прибуття вантажних транспортних засобів у пункт пропуску (на виїзд з України)

На підставі цих параметрів можна розрахувати параметр Ерланга K :

$$K = \frac{5039,08^2}{13612448,96} = 1,87.$$

Беремо $K = 2$.

Для $k = 2$ функція Ерланга набуває вигляду:

$$f(I) = \frac{(2\lambda)^2}{1} \cdot I \cdot e^{-2\lambda I}.$$

Гіпотеза H_0 полягає в тому, що немає істотних розбіжностей між спостережуваними даними й тими, які мають виходити у випадку розподілу Ерланга, з параметром $\lambda = 0,000198449$. Для розрахунку статистичні дані об'єднано в шість інтервалів. Таким чином, ступінь свободи дорівнює 4. За таблицею критичних точок розподілу χ^2 , за рівнем значущості $\alpha = 0,005$ і кількістю ступенів свободи $k = 4$ знаходимо $\chi_{кр}^2(0,005; 4) = 14,86$.

На рис. 7 наведено гістограму і функцію розподілу інтервалів обслуговування вантажних транспортних засобів, на рис. 8 – криві статистичної (n_i) і розрахованої теоретичної (n'_i) кількості спостережень у кожному інтервалі.

Оскільки $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2$, то гіпотеза приймається. Отже, дані спостережень узгоджуються з гіпотезою про розподіл Ерланга інтервалів обслуговування вантажних транспортних засобів.

Функція щільності розподілу набуває вигляду:

$$f(I) = 1,58 \cdot 10^{-7} \cdot I e^{-3,97 \cdot 10^{-4} \cdot I}.$$

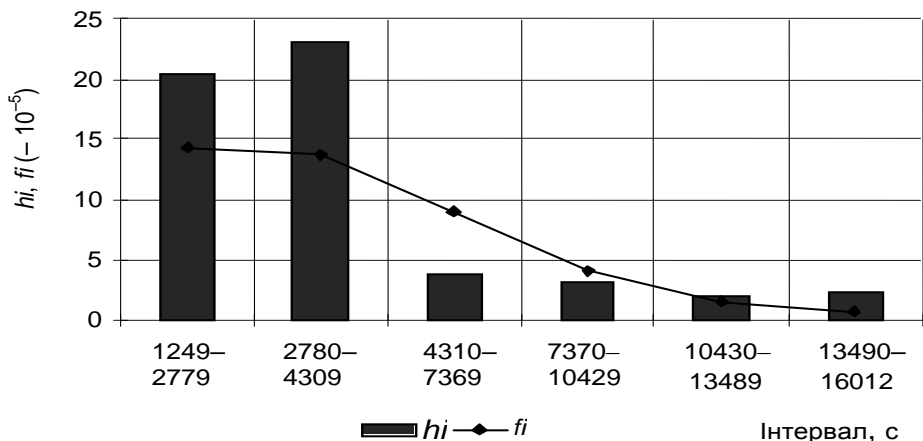


Рис. 7. Гістограма і функція розподілу інтервалів часу обслуговування (на виїзд з України)

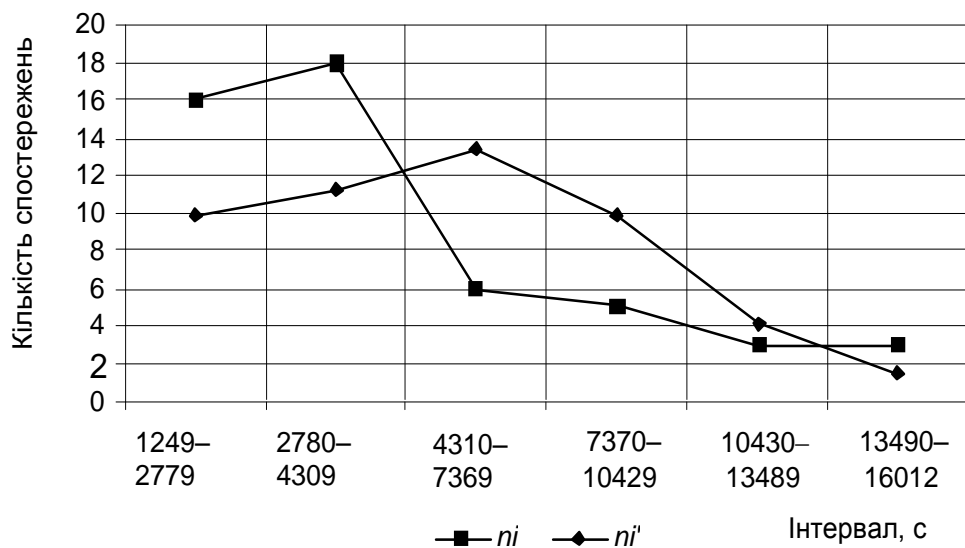


Рис. 8. Криві статистичної (n_i) і розрахованої теоретичної (n_i') кількості спостережень часу обслуговування вантажних транспортних засобів у пункті пропуску на виїзд з України

Висновки. Проведений у даному дослідженні аналіз фактичних даних про надходження та обслуговування потоків вантажних транспортних засобів у міжнародному автомобільному пункті пропуску “Ужгород” дозволив виявити теоретичні залежності, які дають достатній рівень точності наближення до емпіричних даних. Використання теоретичного розподілу дає можливість змінювати параметри генератора випадкових чисел під час дослідження шляхом імітаційного моделювання функціонування системи за різних умов.

У подальшому результати можуть бути використані під час застосування імітаційних моделей обслуговування міжнародних перевезень у міжнародних автомобільних пунктах пропуску з метою підвищення ефективності доставки вантажів у міжнародному сполученні та вдосконалення планування роботи митного підрозділу.

Література

1. Томашевский, В. Н. Имитационное моделирование в среде GPSS / В. Н. Томашевский, Е. Г. Жданова. – М. : Бестселлер, 2003. – 416 с.
2. Рыжиков Ю. И. Имитационное моделирование. Теория и технологии / Рыжиков Ю. И. – М. : Альтекс-А, 2004. – 384 с.
3. Долятовский В. А. Имитационные модели в управлении экономическими системами / В. А. Долятовский, Л. В. Долятовский. – Ростов-на-Дону : ИУ БиП, 2002. – 184 с.
4. Яковенко О. Ю. Описание сложного поведения объектов в задачах создания имитационных моделей / О. Ю. Яковенко // Опыт практического применения языков и программных систем имитационного моделирования в промышленности и прикладных разработках “Иммо-2003” : сб. докладов / ФГУП ЦНИИ. – СПб, 2003. – С. 148–152.

-
5. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – наука и искусство / Р. Шеннон. – М. : Мир, 1978. – 418 с.
 6. Горяинов В. Б. Математическая статистика : учеб. для вузов / Горяинов В. Б. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 424 с.
 7. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология : учебное пособие для студентов вузов / Вентцель Е. С. – М. : Высшая школа, 2001. – 208 с.

