• кожен студент може переглянути у власному профілі календар, який нагадує про строки здавання завдань та проходження тестувань, захисту контрольних робіт та інші події, набрані бали, зауваження й пояснення викладача;

• подання викладачеві виконаного завдання може відбуватися без самого викладача, а його перевірка – без студента. Викладач на занятті більше часу може приділити поясненням, ніж перевіркам робіт;

• автоматичне ведення відомості успішності студентів і доступ до неї певних осіб;

• електронні курси містять, окрім лекцій з текстом та ілюстраціями, ще й мультимедійні ресурси (презентації, електронні книжки, приклади виконання практичних завдань, відео- та аудіоролики), що додає динаміки та сприяє більш ефективному засвоєнню матеріалу;

• увесь матеріал у системі подається з урахуванням ефективних засобів сприйняття інформації (методи оцінювання інтерфейсів користувача);

• побудова системи тільки на початку потребує участі фахівців IT-галузі, надалі досить фахівців, відповідальних за обслуговування системи впродовж користування.

Література

1. Мясников Т. С. Система дистанционного обучения Moodle / Т. С. Мясников, С. А. Мясников. – Харьков, 2008. – 232 с.

2. Трайнев В. А. Повышение качества образования и Болонский процесс / Трайнев В. А. – М. : Дашков и Ко, 2007. – 392 с.

3. Турчина В. А. Метод оцінювання якості інтерфейсу користувача систем дистанційного навчання / В. А. Турчина, О. Ю. Лебідь, Є. В. Козаченко // Питання прикладної математики і математичного моделювання : зб. наук. пр. – Д. : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2010. – С. 292–311.

✧ ✧ ✧ ✧ ✧ ✧ ✧

УДК 519.23

В. М. Россочинський, старший викладач кафедри вищої математики та інформатики Академії митної служби України
О. М. Щитов, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформаційних систем та технологій Академії митної служби України
Н. Г. Навроцька, кандидат технічних наук, доцент кафедри товарознавства та митної експертизи Академії митної служби України

ВИЯВЛЕННЯ КОЛИВАНЬ У ЧАСОВИХ РЯДАХ

Під час дослідження динамічних рядів важливе значення має формалізована перевірка наявності коливань, яка б не залежала від суб'єктивізму дослідника, тому в статті пропонуються до розгляду модифікація методу знаків та методика застосування S-критерію для перевірки наявності коливань рядів динаміки, розроблені на його основі.

Во время исследования динамических рядов важное значение имеет формализованная проверка наличия колебаний, которая бы не зависела от субъективизма исследователя, поэтому в статье предлагаются к рассмотрению модификация метода знаков и методика применения S-критерия для проверки наличия колебаний рядов динамики, разработанные на его основе.

During research of dynamic rows the formalized verification of presence of vibrations, which would not depend on subjectivism of researcher, has an important value. In this work offered to consideration modification of method of signs that method of application of S-criteria for verification of presence of vibrations of rows of dynamics, developed on his basis.

Ключові слова. Ряд динаміки, періодичні коливання, квазіперіодичні коливання, прирости коливань, метод знаків, рівень значущості, випадкова величина, тренд, статистична гіпотеза.

Вступ. У найпростішому випадку часовий ряд (або динамічний ряд, або ряд динаміки) – це впорядкована послідовність пар (t_i; y_i), де t_i – i-й часовий інтервал або момент; y_i – відповідне числове значення кількісного показника Y, що характеризує явище чи процес, динаміка якого вивчається. У пропонованій статті розглянуто саме такі найпростіші часові ряди, в яких часові інтервали або проміжки між моментами часу рівні між собою чи вважаються рівними (*рівномірні* ряди динаміки). Зазвичай часові інтервали або моменти нумеруються, і замість них розглядаються їхні номери. Таким чином, t_i набувають значення 0, 1, 2, …, N: $t_i = i$. Величини y_i називаються *рівнями* часового ряду. Пари (t_i; y_i) розташовуються у вигляді таблиці (табл. 1) у порядку зростання значень t_i.

Таблиця 1

Найпростіший ряд динаміки

t_i	0	1	2	…	N
y_i	y_0	y_1	y_2	…	y_N

У багатьох випадках дослідження часового ряду передбачає його аналітичне вирівнювання, тобто побудову функції $y = f(t)$, яка називається ***трендовою кривою*** або *трендом* часового ряду й аналітично виражає залежність значень показника Y від часу, вільну від випадкових безсистемних коливань фактичних рівнів, що називаються *флуктуаціями* рівнів ряду. Кількісно флуктуації вимірюються величиною Δy_i відхилення фактичних рівнів ряду y_i від відповідних *вирівняних* (або *теоретичних*) $\tilde{y}_i = f(t_i)$: $\Delta y_i = y_i - \tilde{y}_i$, $i = \overline{0,N}$. При цьому для флуктуації характерна певна безсистемність (зокрема, неповторюваність) як значень $\left|\Delta y_i\right|$, так і знаків (“+” чи “–”) відхилень Δy_i.

Можлива ситуація, коли коливання рівнів ряду набувають системного характеру, який проявляється в тому, що значення Δy_i або принаймні їх знаки $sign(\Delta y_i)$ повторюються (хоча б наближено) через певні однакові проміжки часу T. Це свідчить про можливу наявність ***періодичних*** або принаймні ***квазіперіодичних*** коливань рівнів часового ряду відносно тренда $f(t)$, які назвемо ***коливаннями*** динамічного ряду з періодом T. Якщо період коливань дорівнює одному року, то коливання називаються ***сезонними.***

Статистичному вивченню часових рядів присвячено значну кількість праць [1]. Проте наявність коливань може суттєво ускладнювати вивчення рядів динаміки, тому будь-які дослідження в цій галузі [2] слід вважати досить актуальними.

Один з найпростіших статистичних способів вивчення періодичних коливань базується на аналізі ***індексів сезонності*** [*3*, 110]. Проте застосування останніх може вважатися допустимим і коректним [4], якщо:

а) загальний тренд динамічного ряду $y = \varphi(t)$, побудований за даними декількох (бажано не менше трьох) останніх періодів, є сталим: $\varphi(t) \equiv C$ (C – const);

б) усі рівні ряду y_i мають один і той же знак.

В інших випадках [4] дослідження коливань можна проводити за допомогою ***приростів коливань***:

$$z_k^i = y_k^i - \varphi(t_j), \tag{1}$$

де y_k^i – k-й рівень ряду в i-му періоді; $\varphi(t_j)$ – значення функції $\varphi(t)$ за такого значення $t_j = j$, яке відповідає даному рівню ряду y_k^i (рис. 1); $k = \overline{1,\ n}$; n – кількість рівнів ряду в кожному періоді.

На рис. 1 зображено схему, яка ілюструє введені поняття і позначення для $N = 22$, $n = 5$. Відповідно до схеми (рис. 1), наприклад, $z_2^4 = y_2^4 - \varphi(19) = y_2^4 - \varphi(t_{19})$, а тип і параметри функції $\varphi(t)$ можуть визначатися за даними наявних 4 періодів, тобто за значеннями y_3, y_4, …, y_{22} без урахування значень y_0, y_1, y_2.

y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
			y_1^1	y_2^1	y_3^1	y_4^1	y_5^1	y_1^2	y_2^2	y_3^2	y_4^2	y_5^2
			1-й період					2-й період				

y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}	y_{21}	y_{22}
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
y_1^3	y_2^3	y_3^3	y_4^3	y_5^3	y_1^4	y_2^4	y_3^4	y_4^4	y_5^4
3-й період					4-й період				

Рис. 1. Схема позначень для приростів коливань за формулою (1)

У практиці статистичних досліджень рядів динаміки можлива ситуація, коли сама наявність коливань не є очевидною або достатньо обґрунтованою. У праці [4] розглядається ***метод знаків*** перевірки наявності чи відсутності коливань, який, однак, не формалізований, тобто остаточний висновок робить дослідник суб'єктивно, на власний розсуд.

Постановка завдання. Суть методу знаків полягає в порівнянні між собою знаків величин z_k^i та z_k^j ($k = \overline{1, n}$) для кожної можливої комбінації невпорядкованих пар ($i; j$). Зокрема, для схеми на рис. 1 це такі комбінації (1; 2), (1; 3), (1; 4), (2; 3), (2; 4), (3; 4). При цьому ознакою наявності коливань з даним періодом T природно вважати виконання умови

$$z_k^i \times z_k^j > 0 \tag{2}$$

для кожної пари ($i; j$) і для кожного значення $k = \overline{1, n}$. Спосіб виявлення типу коливань (періодичні чи квазіперіодичні) розглядається нижче.

Проте внаслідок впливу на значення y_i різноманітних випадкових факторів у деяких парах ($i; j$) для деяких k умова (2) може не виконуватися навіть за наявності коливань. Очевидно, що при цьому кількість $S(i; j)$ таких пар (z_k^i; z_k^j), у яких знаки не сходяться, має бути незначною порівняно з n. Звідси питання: наскільки великим має бути мінімально допустиме значення S величини $S(i; j)$, щоб можна було вважати, що це викликано не випадковими факторами, а дійсно відсутністю коливань з даним періодом T? Якщо таке число буде знайдено, то наявність коливань можна перевіряти за правилом:

– якщо $S(i; j) > S$, то коливання з періодом T вважаємо відсутнім;

– якщо

$$S(i; j) \le S, \tag{3}$$

то вважаємо, що динамічний ряд має коливання з періодом T.

У даній статті пропонується модифікація методу знаків, яка дозволяє формалізувати перевірку наявності коливань динамічного ряду для фіксованих величин T кожного періоду та кількості n рівнів ряду в кожному періоді. Зауважимо, що для рівномірних часових рядів визначення величини T автоматично означає визначення числа n і навпаки.

Результати дослідження. Для знаходження числа S припустимо, що часовий ряд не має коливань. Це означає, що рівні ряду мають тільки флуктуації навколо загального тренда $\varphi(t)$. При цьому логічно вважати, що знаки (“+” чи “–”) будь-якого приросту коливань z_k^i повинні бути рівноможливими або, що те ж саме, імовірності подій z_k^i і z_k^j мають однакові знаки та z_k^i і z_k^j мають різні знаки мусять бути рівними: $P\{z_k^i \times z_k^j > 0\} = P\{z_k^i \times z_k^j < 0\} = p$ для кожної пари $(i; j)$ і для кожного $k = \overline{1, n}$. Нехай Y – неперервна випадкова величина. Тоді z_k^i можна вважати реалізаціями теж неперервних випадкових величин і $P\{z_k^i \times z_k^j = 0\} = 0$, а $p = 0{,}5$.

Із вищезазначеного випливає, що в припущенні відсутності коливань число $S(i; j)$ пар $(z_k^i; z_k^j)$ з різними знаками є дискретною випадковою величиною, що має біноміальний розподіл з параметрами n і $p = 0{,}5$:

$$S(i; j) = \overline{0, n}\,;\ P\{S(i; j) = k\} = 2^{-n} \cdot C_n^k .$$

Тоді задачу перевірки наявності коливань і знаходження числа S можна сформулювати в термінах статистичної перевірки статистичних гіпотез так.

Основна гіпотеза H_0: ряд динаміки не має коливань і, відповідно, $p = 0{,}5$.

Альтернативна гіпотеза H_1: ряд динаміки має коливання і, відповідно, $P\{z_k^i \times z_k^j > 0\} > 0{,}5$ або $P\{z_k^i \times z_k^j < 0\} < 0{,}5$.

Як статистичний критерій для перевірки гіпотези H_0 візьмемо випадкову величину $S(i; j)$, яка для кожної пари $(i; j)$ має біноміальний розподіл з параметрами n і $p = 0{,}5$ за умови, що гіпотеза H_0 – правильна.

З постановки задачі і виду гіпотези H_1 випливає, що критична область для критерію $S(i; j)$ має бути лівосторонньою, а перевірка гіпотези H_0 виконується за правилом:

– якщо для кожної можливої пари $(i; j)$ $S_{cn}(i; j) \le S$, то гіпотеза H_0 відхиляється і коливання вважаються існуючими;

– якщо хоча б для однієї з можливих пар $(i; j)$ $S_{cn}(i; j) > S$, то гіпотеза H_0 приймається і коливання вважаються неіснуючими.

При цьому $S_{сп}$ $(i;\ j)$ – спостережене (тобто знайдене за даними i-го та j-го періодів динамічного ряду), значення критерію S $(i;\ j)$; $S = S_{кр}(n;\ \alpha)$ – критичне значення критерію $S(i;\ j)$, тобто найбільше ціле невід'ємне число, для якого виконується нерівність

$$\mathrm{P}\{\ S(i;\ j) \le S\ \} = 2^{-n} \sum_{i=0}^{S} C_n^i \le \alpha\ , \tag{4}$$

де α – рівень значущості критерію, тобто імовірність зробити помилку першого роду – відхилити гіпотезу H_0 за умови, що вона правильна.

Існують таблиці критичних точок $S_{кр}(n;\ \alpha) = S$ для критерію $S(i;\ j)$, який має назву "*критерій знаків*" або *S-критерій* [5, 220]. Фрагмент одного з варіантів таких таблиць, адаптованого до даної задачі, наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Критичні точки $S_{кр}(n;\ \alpha)$ критерію знаків для лівосторонньої критичної області;
n – кількість рівнів часового ряду в кожному періоді;
α – рівень значущості

n	α					n	α			
	0,01	0,02	0,025	0,05			0,01	0,02	0,025	0,05
5	–	–	–	0		53	17	18	18	20
6	–	0	0	0		54	18	18	19	20
7	0	0	0	0		55	18	19	19	20
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .		. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
51	16	17	18	19		99	37	38	39	40
52	17	18	18	19		100	37	39	39	41

Знак "–" на початку таблиці означає, що для даних n і α не існує такого числа $S \in N_0$, яке б забезпечило виконання умови (4).

Необхідно зазначити: невиконання умови (3) ще не означає, що коливання слід вважати відсутніми взагалі: вони вважаються відсутніми для даних T, n, α і загального тренда $\varphi(t)$. Якщо ж умова (3) не виконується, але дослідник має певні підстави сумніватися у відсутності коливань, то дослідження можна повторити, провівши попередньо одну або декілька таких змін:

а) вибрати інше можливе, на погляд дослідника, значення T;

б) збільшити, якщо це можливо, значення n, оскільки, як видно з табл. 2, при збільшенні n і фіксованому α значення $S_{кр}(n;\ \alpha)$ зростають швидше, ніж n;

в) збільшити, якщо це можливо, значення α, оскільки, як видно з табл. 2, при збільшенні α і фіксованому n значення $S_{кр}(n;\ \alpha)$ загалом зростають;

г) вибрати інший допустимий і прийнятний, на погляд дослідника, тип загального тренда $\varphi(t)$.

Якщо після всіх можливих спроб підтвердити за допомогою *S*-критерію наявність коливань вони все ж таки будуть визнані неіснуючими, то це ще не означає, що коливання насправді не існують: вони тільки вважаються такими з надійністю $\gamma = 1 - \alpha$. На практиці це означає, що під час проведення таких досліджень для досить великої кількості часових рядів, у яких коливання фактично відсутні, в ($100 \times \gamma$) % випадків у середньому коливання має бути визнано неіснуючими, а в ($100 \times \alpha$) % випадків вони можуть бути визнані існуючими. В останньому випадку буде зроблено помилку 1-го роду.

Слід зауважити, що значення α, на наш погляд, не треба обирати занадто мале, оскільки зменшення α неминуче тягне за собою збільшення імовірності β прийняти гіпотезу H_0, якщо вона неправильна, тобто зробити помилку 2-го роду. Останнє означає збільшення ймовірності визнати коливання неіснуючими за умови їх фактичного існування, що небажано, оскільки, на нашу думку, в сумнівних випадках, коли важко зробити однозначний висновок про наявність чи відсутність коливань, доцільніше визнати їх існуючими.

У практиці статистичних досліджень можлива ситуація, коли для певних значень α і виду загального тренда $\varphi(t)$ умова (3) виконується для декількох сусідніх значень періоду *T*. При цьому, природно, порушується проблема вибору одного “кращого” значення *T*, розв’язати яку можна так:

а) обрати те значення періоду, для якого $\max\limits_{i,j} S(i;j)$ найменше;

б) якщо значення $\min\limits_{T}(\max\limits_{i,j} S(i;j))$ не єдине, то повторити дослідження на тому ж рівні значущості α з більшою кількістю періодів, якщо це можливо;

в) якщо ситуація, описана в пункті “б”, повторилась або кількість періодів збільшити неможливо, то дослідження можна повторити з меншим рівнем значущості α;

г) якщо виконання вищезазначених процедур “а; б; в;” не дало можливості обрати єдине значення періоду, то дослідник має зробити це суб’єктивно, спираючись, наприклад, на результати можливих попередніх аналогічних досліджень, глибоке знання суті явища, що вивчається, власний досвід тощо.

Якщо в результаті застосування методу знаків буде визнано, що ряд динаміки має коливання з певним періодом *T*, то встановити тип коливань (періодичні чи квазіперіодичні) можна ***методом порівняння,*** який полягає у порівнянні між собою відповідних приростів коливань z_k^i для кожного з *m* періодів, що розглядалися під час застосування методу знаків.

Якщо при цьому буде визнано, що для всіх $k = \overline{1,n}$

$$z_k^1 \approx z_k^2 \approx \ldots \approx z_k^m, \qquad (5)$$

то коливання слід вважати ***періодичними.***

Коли ж усі відповідні прирости коливань або досить значну їх частину буде визнано суттєво нерівними, то коливання слід вважати ***квазіперіодичними.***

На жаль, не існує формального критерію для визначення типу коливань (зокрема, для перевірки умови (5). Тому дослідник змушений вирішувати це питання суб’єктивно, на власний розсуд. При цьому можна керуватися, наприклад, візуальним аналізом графіків динамічного ряду, його загального тренда $\varphi(t)$ і можливими прецедентами, тобто ***загальновизнаними*** результатами визначення типу коливань в аналогічних попередніх дослідженнях, якщо останні мали місце.

Процедуру визначення типу коливань можна формалізувати, ввівши таке, наприклад, означення періодичності коливань:

$$\left|z_k^i - z_k\right| \le 2\cdot\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{k=1}^{n}(z_k^i - z_k)^2}{m\cdot n - l}}\,, \qquad (6)$$

де m – кількість періодів; n – кількість рівнів ряду в кожному періоді; z_k^i – приріст коливань для k-го рівня ряду в i-му періоді; $z_k = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m} z_k^i}{m}$ – ***загальний*** приріст коливань для k-го рівня ряду в кожному періоді; l – кількість параметрів загального тренда $\varphi(t)$, що знаходяться за даними m періодів.

Якщо для всіх $i = \overline{1, m}$ та $k = \overline{1, n}$ виконується умова (6), то коливання вважаються ***періодичними.***

Коли умова (6) не виконується хоча б для однієї пари (i; k), то коливання вважаються ***квазіперіодичними.***

Висновки. Основним результатом статті є розроблена методика застосування S-критерію для перевірки наявності коливань рядів динаміки під час використання для цієї перевірки методу знаків та визначення типу коливань.

Використання критерію знаків можна вважати допустимим і коректним, якщо:

а) рівні y_i часового ряду є реалізацією неперервної випадкової величини Y;

б) $z_k^i \neq 0$ для всіх можливих значень $i = \overline{1, m}$ та $k = \overline{1, n}$.

Зауважимо, що виконання останньої умови легко забезпечити, обчислюючи значення $\varphi(t_j)$ з іншою точністю, ніж точність відповідних значень y_j.

Література

1. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов / Андерсен Т. – М. : Мир, 1976. – 155 с.

2. Халіпова Н. В. Прогнозування контейнеропотоку в міжнародному торговельному порту “Одеса”, з урахуванням сезонності процесів на основі аналізу Фур’є / Н. В. Халіпова, І. Ю. Леснікова, О. С. Громко // Вісник Академії митної служби України. Серія: “Технічні науки”. – 2010. – № 2. – С. 62–70.

3. Ковтун Н. В. Загальна теорія статистики : курс лекцій / Н. В. Ковтун, Г. С. Столяров. – К. : Четверта хвиля, 1996. – 144 с.

4. Россочинський В. М. До виявлення і вивчення періодичних коливань рівнів часових рядів / Россочинський В. М. // Митна політика та актуальні проблеми економічної та митної безпеки України на сучасному етапі : матеріали міжнародної науково-практичної конференції 24 листопада 2007 р. – Дніпропетровськ, 2007. – С. 307–311.

5. Мюллер П. Таблицы по математической статистике / П. Мюллер, П. Нойман, Р. Шторм. – М. : Финансы и статистика, 1982. – 272 с.