

УДК 658.51: 519.8

**В. О. Громов**, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник НДЛ надійності та живучості конструкторів Дніпропетровського національного університету ім. Олеся Гончара  
**К. А. Кузнецов**, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного забезпечення ЕОМ Дніпропетровського національного університету ім. Олеся Гончара

### ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА ПОДДРИМКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИИ СВЕТЛИХ НАФТОПРОДУКТОВ

*Подано докладний опис системи підтримки прийняття рішень щодо процесу диспетчеризації світлих нафтопродуктів для великої мережі АЗС. Побудовано математичну модель процесу, запропоновано підхід до створення системи, обговорюється досвід експлуатації впровадженної системи.*

*Приводится подробное описание системы поддержки принятия решений относительно процесса диспетчеризации светлых нефтепродуктов для большой сети АЗС. Построена математическая модель процесса, предложен подход к созданию системы, обсуждается опыт эксплуатации внедренной системы.*

*Decision-making support system to dispatch light petroleum products for large gas-station network is considered in the paper. The mathematical model of the dispatching process is presented. New approach to system design is proposed. An operating experience for the implemented system is discussed.*

**Ключові слова.** Система підтримки прийняття рішень, диспетчеризація світлих нафтопродуктів, задача маршрутизації транспортних засобів.

© В. О. Громов, К. А. Кузнецов, 2012

**Вступ.** Постійно зростаючий обсяг перевезень різних груп товарів поряд зі збільшенням суворості вимог щодо оптимальності логістичних рішень приводить до необхідності зменшити вплив людських чинників на зазначені рішення [1]. Наявність у реальних системах великої кількості факторів, які неможливо заздалегідь завбачити та включити в модель, унеможливило створення системи прийняття рішень, що могла б працювати в цілком автоматичному режимі. Це обумовлює необхідність створення інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень, що поєднують у собі алгоритми обробки великих обсягів логістичної інформації (датамайнінгу), здатність до гнучкої та швидкої імплементації відповіді особи, що приймає рішення, на зміни оперативної інформації. Реальні приклади реалізації таких систем можна знайти, наприклад, у роботах [2, 3, 4]. Докладний опис цих та інших проблем, що виникають під час реалізації реальних систем підтримки прийняття рішень у логістиці, подано в [1]. За оцінками експертів, найважливішим чинником є оптимальна організація саме транспортної складової логістичної системи, що, у свою чергу, зводиться до розв'язання низки задач, які групуються навколо класичної задачі маршрутизації транспортних засобів (*VRP, Vehicle Routing Problem*) [5]. Практична значущість *VRP* пояснює існування великої кількості різноманітних типів обмежень та постановок завдань [6, 7]. Слід зазначити, що реальні проблеми часто багатокритеріальні, однак прикладів розв'язаних багатокритеріальних *VRP* задач не дуже багато [8].

Досвід аналізу наявних логістичних систем дозволяє дійти висновку, що кожній реальній складній логістичній системі відповідає своя постановка *VRP* задачі зі своїми критеріями та обмеженнями. Наскільки відомо авторам, постановка, що наведена в основній частині статті, раніше в літературі не траплялася.

**Постановка задачі.** Наразі “Дніпронафтопродукт” здійснює постачання світлих нафтопродуктів на мережу, що складається з більш ніж 300 автозаправних станцій (АЗС) на сході та півдні України. Ця мережа найбільша в зазначеному регіоні. Постачання здійснюється бензовозами ВАТ з Нижньодніпровської нафтобази. До сфери відповідальності відділу диспетчеризації ВАТ “Дніпронафтопродукт” входить організація своєчасного збирання інформації про наявність усіх видів палива на всіх АЗС мережі, щоденне прийняття рішень щодо завезення світлих нафтопродуктів на деякі АЗС мережі та визначення маршрутів руху бензовозів. Робота відділу диспетчеризації оцінюється за двома критеріями – гарантоване запобігання зупинок АЗС через брак будь-якого з видів палива та мінімальний сумарний пробіг усіх бензовозів, задіяних у процесі розвезення світлих нафтопродуктів.

Згідно з вимогами Закону України “Про приєднання України до Європейської угоди про міжнародне дорожнє перевезення небезпечних вантажів (ДОПНВ)” рух бензовозів можливий тільки конкретними вулицями та дорогами, що погоджується з Державтоінспекцією Міністерства внутрішніх справ України.

Напівприцеп бензовоза розділено на певну кількість окремих секцій різного об'єму, наповнювати та зливати які можна в автономному режимі. Відповідно до вимог ПАО бензовоз має виїхати з Нижньодніпровської нафтобази повністю завантаженим. Не дозволяється рух з частково заповненими секціями, отже, злити секцію на АЗС можна тільки повністю. Через технічні особливості зчіпних пристроїв тягачів (“сідел”) рух бензовозів можливий тільки з певними комбінаціями порожніх і заповнених секцій.

Величина резервуарної ємності на АЗС у промислових містах обмежена згідно з ВБН В.2.2–58.1–94 “Проектування складів нафти і нафтопродуктів”. Через це практично неможливо злити всі секції бензовоза на одній АЗС. З іншого боку, великі обсяги реалізації світлих нафтопродуктів саме на АЗС, розташованих у таких

містах, призводять до ризику зупинки АЗС через нестачу палива та до суттєвих фінансових втрат. Це обумовлює необхідність частого завезення палива на такі АЗС. Проте, якщо через брак вільного місця в ємностях АЗС злиття визначених диспетчером секцій бензовоза неможливо, бензовоз мусить чекати, доки через реалізацію рівень палива у відповідній ємності знизиться до припустимої величини. Простій бензовозів з цієї причини не дозволяється. З технічних причин зупинка АЗС за певним видом палива може відбутися навіть раніше за повне вичерпання відповідної ємності. Залишок палива в ємності АЗС, що не може реалізуватися стандартними засобами, на професійному жаргоні має назву “мертвих” залишків.

Зазначені чинники обумовлюють потребу точного прогнозу реалізації та визначення очікуваного часу до зупинки за кожним видом палива на кожній з АЗС.

Мережа АЗС обладнана безконтактними рівнемірами, що дозволяє автоматично визначати поточний залишок палива в кожній ємності. Зазначена інформація в автоматичному режимі передається до відділу диспетчеризації і є основою для побудови прогностичних моделей.

**Позначення, що використовуються.** Для формулювання співвідношень, що формально описують задачу маршрутизації транспортних засобів, використовуватимемо такі величини:

$N$  – загальна кількість АЗС у мережі;

$F$  – загальна кількість видів палива, що наявні на нафтобазі;

$f_q$  – вартість  $q$ -го виду палива  $q = \overline{1, F}$ ;

$c_{iq}, d_{iq}$  – об'єм та “мертві” залишки  $q$ -ї ємності на  $i$ -й АЗС відповідно,  $i = \overline{1, N}$ ;  $q = \overline{1, F}$ .

Вважатимемо, що у  $q$ -ї ємності міститься  $q$ -й вид палива. Якщо ємності для певного палива немає на даній АЗС, то відповідно  $c_{iq} = 0, d_{iq} = 0$ .

Час у моделі вважається дискретним з кроком дискретизації одна доба. Через  $t_0$  позначається нинішній момент часу. Величини, що залежать від моментів часу  $t_{0+p}$ , відомі ( $p = 0, 1, 2, \dots$ ), а величини, що залежать від моментів часу  $t_{0+p}$  ( $p = 1, 2, \dots$ ), – прогностичні.

$r_{iq}(t)$  – залишок палива у  $q$ -ї ємності на  $i$ -й АЗС у момент часу  $t$ .

$w_{iq}(t_{0+p})$  – сумарний обсяг завезеного  $q$ -го палива на  $i$ -й АЗС у момент часу  $t_{0+p}$ .

$s_{iq}(t_{0+p})$  – добовий обсяг продажу  $q$ -го палива на  $i$ -й АЗС у момент часу  $t_{0+p}$ .

Вищенаведені величини для моментів часу  $t$  пов'язані між собою очевидним співвідношенням:

$$s_{iq}(t) = r_{iq}(t) - r_{iq}(t-1) - w_{iq}(t-1), \quad (1)$$

$$w_{iq}(t_0) = \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^{m_k} b_{ks} x_{ksiq},$$

де  $\varphi_{iq}$  – прогноз часу у добах до зупинки продажу палива з  $q$ -ї ємності на  $i$ -й АЗС від нинішнього моменту часу, за умов відсутності завезення палива в цю ємність від нинішнього часу до моменту зупинки. Зазначений час визначається з рівняння

$$r_{iq}(t_0 + \varphi_{iq}) = d_{iq}, \varphi_{iq} \in \mathbb{R}^+, \quad (2)$$

де  $K$  – загальна кількість наявних бензовозів;

$T$  – вартість 1 км пробігу будь-якого бензовоза;

$m_k$  – кількість секцій  $k$ -го бензовоза  $k = \overline{1, K}$ ;

$b_{sk}$  – об'єм  $s$ -ї секції  $k$ -го бензовоза  $s = \overline{1, m_k}, k = \overline{1, K}$ ;

$\rho_{ij}$  – відстань у кілометрах від  $i$ -ї до  $j$ -ї АЗС  $i, j = \overline{0, N}$ , де нульовий індекс відповідає нафтобазі.

Розв'язок задачі шукатимемо у вигляді двох наборів булевських змінних  $x_{ksiq}$  та  $y_{kij}$ . Вважатимемо, що  $x_{ksiq} = 1$ , якщо  $k$ -й бензовоз везе в  $s$ -ї секції  $q$ -й вид палива на  $i$ -ту АЗС, що є  $l$ -ю за порядком слідування на маршруті;  $y_{kij} = 1$ , якщо  $k$ -й бензовоз здійснює у своєму маршруті переїзд від  $i$ -ї до  $j$ -ї АЗС (0 серед цих індексів означає нафтобазу).

**Математична модель.** З використанням уведених вище позначень можна сформулювати такі природні обмеження для задачі, що розглядається:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{q=1}^F x_{ksiq} = 1, \forall k = \overline{1, K}, s = \overline{1, m_k}. \quad (3)$$

Обмеження (3) гарантує, що в одній секції бензовоза може бути лише один вид палива, що має злитися на одній АЗС.

$$\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^{m_k} b_{ks} x_{ksiq} \leq c_{iq} - r_{iq}(t_0) \forall i = \overline{1, N}, q = \overline{1, F}. \quad (4)$$

Ліва частина обмеження (4) – це сумарний об'єм  $q$ -го виду палива, доставленого на

$i$ -ту АЗС усіма наявними бензовозами, права частина – вільний об'єм у відповідній ємкості  $i$ -ї АЗС на момент прийняття рішення. Тобто обмеження (4) гарантує злив бензовозів на АЗС без додаткового очікування.

Змінні задачі пов'язані між собою очевидним співвідношенням:

$$\text{sign} \left( \sum_{s=1}^{m_k} \sum_{q=1}^F x_{kijq} \right) = \sum_{j=1}^N y_{kij}, \quad \forall i = \overline{1, M}, k = \overline{1, K}. \quad (5)$$

На матрицю  $y_{kij}$  накладаються додаткові обмеження, щоб вона визначала маршрут, який починається й закінчується в нафтобазі:

$$\sum_{j=1}^N y_{k0j} = 1, \quad \forall k = \overline{1, K}. \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{kio} = 1, \quad \forall k = \overline{1, K}. \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{kij} \leq 1, \quad \forall i = \overline{1, M}, \forall k = \overline{1, K}. \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{kij} \leq 1, \quad \forall j = \overline{1, N}, \forall k = \overline{1, K}. \quad (9)$$

До цих обмежень слід додати обмеження на зв'язність графа маршруту. Незв'язні графи, що задовольняють обмеження (6)–(9), можуть містити замкнені підмаршрути, що не починаються з нафтобази. Щоб запобігти появі таких розв'язків використано додаткове обмеження у формі Данцига:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} y_{kij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq X_k, \quad (10)$$

де  $X_k$  – множина індексів АЗС, що відвідується  $k$ -м бензовозом:

$$X_k = \left\{ i : \sum_{s=1}^{m_k} \sum_{q=1}^F x_{kijq} \geq 1 \right\}, \quad k = \overline{1, K}. \quad (11)$$

**Критерій оптимальності.** З математичного погляду задача, що розглядається, – це задача двокритеріальної оптимізації. Перший критерій має мінімізувати втрати від можливих зупинок АЗС. Природним, як здається, критерієм є максимізація часу до зупинки хоча б однієї з АЗС мережі за хоча б одним видом палива:

$$I_0(x, y) = \min_{i=1, N, q=1, F} \varphi_{iq} \rightarrow \max. \quad (12)$$

Проте широкомасштабний обчислювальний експеримент показав, що використання цього критерію в задачах диспетчеризації світлих нафтопродуктів призводить до нестійких розв'язків. Вони обумовлюються тим, що оцінки часу до зупинок АЗС  $\varphi_{iq}$  залежать від великої кількості зовнішніх випадкових факторів та якості прогнозованої моделі. Отже, з математичного погляду, критерій (12) має містити оператор математичного сподівання. Однак аналіз цих факторів далеко виходить за межі задачі, що розглядається, і ми змушені використовувати лише детерміновані критерії. Використання мінімаксного критерію (12) в цих умовах призводить до того, що, в першу чергу, відвідуватимуться ті АЗС, оцінки до зупинки яких  $\varphi_{iq}$  найменші. Відтак будь-яка зміна пари індексів, на яких досягається мінімум у (12), призводить до радикальної зміни розв'язку. З іншого боку, при цьому не враховуються фінансові втрати від можливих зупинок АЗС, що безпосередньо пов'язані з обсягами їх продажу.

Для збільшення стійкості отриманих розв'язків та врахування фінансових втрат запропоновано використовувати інтегральний критерій:

$$I_1(x, y) = \sum_{q=1}^F f_q \cdot \sum_{i=1}^N \left( 1 - \min\{\varphi_{iq}, 1\} \right) \cdot s_{iq}(t_1) \rightarrow \min. \quad (13)$$

На рис. 1 зображено загальний вигляд критерію (13) для певного виду палива ( $q$  – є фіксованим). Точка розриву першого роду на графіку функції втрат відповідає моменту зупинки чергової АЗС за цим видом палива. Висота стрибка в зазначеній точці – прогноз добового обсягу продажу  $q$ -го палива на цій АЗС.

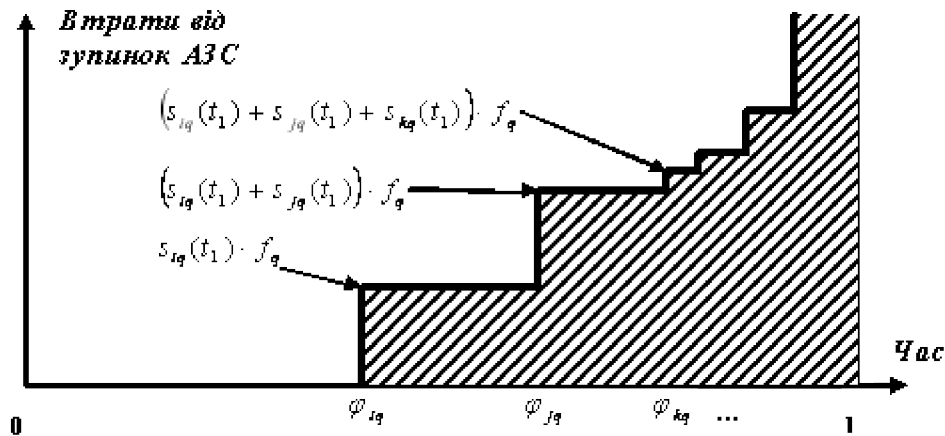


Рис. 1. Типовий вигляд інтегрального критерію

Другим критерієм у розглянутій задачі є мінімізація витрат на транспортування нафтопродуктів від нафтобази до АЗС:

$$I_1(x, y) = T \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N y_{kij} \cdot \rho_{ij} \rightarrow \min \quad (14)$$

Для практичного розв'язання задачі необхідно певним чином узгодити критерії  $I_1$  та  $I_2$  на елементах множини Парето. Розглядалося три варіанти: перший – згорнути критерії з однаковими коефіцієнтами, зважаючи на те, що обидва критерії мають фінансову природу; другий – обрати за основний критерій  $I_1$ , перевіривши  $I_2$  в обмеження; третій – обрати за основний критерій  $I_2$ , перевіривши в обмеження  $I_1$ .

У програмній реалізації перевагу було віддано третьому варіанту, оскільки він найбільш відповідає емпіричному способу прийняття рішень досвідченими диспетчерами. Це пов'язано з тим, що витрати за критерієм  $I_2$  несе безпосередньо Нижньодніпровська нафтобаза, а потенційні втрати, що фігурують у критерії  $I_1$ , покладаються на інші структурні підрозділи.

**Метод розв'язання.** Для розв'язання задачі однокритеріальної оптимізації (14) з обмеженнями (3)–(11) та (13) необхідно визначити спосіб обчислення всіх величин, що входять до зазначеного критерію, та сформульованих обмежень.

Для визначення матриці відстаней ( $\rho_{ij}$ ) створено граф маршрутів, який відповідає вимогам ДАІ України до перевезення вибухонебезпечних речовин. Граф побудовано на основі геоінформаційних даних системи *GIS OpenStreetMap* ©, а пошук найкоротших шляхів між усіма парами вершин цього графа здійснювався з використанням алгоритму Флойда–Воршалла (*APSP, All-pairs shortest paths*). Цей алгоритм має кубічну обчислювальну складність, тому, зважаючи на велику кількість вершин у графі, він був розпаралелюваний і програмно реалізований на масивно-паралельній обчислювальній системі (графічного прискорювача *nVidia*).

Ефективність роботи всієї системи підтримки прийняття рішень визначається якістю прогнозування добових обсягів продажів для всіх АЗС за всіма видами палива. Вхідною інформацією для розв'язання цієї задачі була річна історія зазначених продажів  $s_{iq}(t_{0-p})$ ,  $p = 1, 365$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $q = \overline{1, P}$ ,  $p = \overline{1, 365}$ . Проведений статистичний аналіз цих часових рядів продемонстрував їх значну різноманітність. Певна частка рядів навіть демонструвала ознаки хаотичної поведінки. Тому природною вимогою до алгоритму прогнозування стала його здатність прогнозувати всі ці часові ряди на рівні, достатньому для прийняття оперативних рішень у межах створеної системи. Більше того, система має зберігати працездатність навіть у разі несподіваної радикальної зміни умов функціонування мережі (наприклад, поява АЗС-конкурентів у безпосередній близькості до АЗС-мережі, цінова політика уряду та конкурентів, різкі зміни погодних умов тощо). Це висуває жорсткі умови до робастності алгоритму прогнозування.

У межах фази попередньої обробки інформації часові ряди підлягали медіанному згладжуванню для видалення великих викидів, які переважно були викликані не природою відповідного часового ряду, а некоректністю вихідних даних.

**Результати дослідження.** Проведений аналіз автокореляційних та часткових автокореляційних функцій рядів, що розглядаються, дозволив сформулювати таку статистичну модель:

$$s_{iq}(t+k) = \alpha_k s_{iq}(t+k-1) + \beta_k s_{iq}(t+k-7) + \varepsilon_{t+k}, k = \overline{1, 7}, t = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

Модель (15) складається з семи окремих *ARIMA* моделей за кількістю днів тижня. Отже, добовий обсяг продажів суттєво залежить лише від учорашнього обсягу продажів та від обсягу продажів у такий же день тижня тижень тому.

Прогноз за побудованою моделлю продемонстрував не більше ніж 5 % відхилення від спостережуваних даних для більш ніж 97 % часових рядів, отже, цілком прийнятний для практичного застосування.

Отримані прогнозні значення використовувалися для оцінки кожного часу до зупинки кожної АЗС за кожним видом палива. З цією метою розв'язувалися рівняння (2). Загальний вид нелінійної функціональної залежності, що описує динаміку залишків палива в ємностях АЗС, дає такий вираз:

$$r_{iq}(t) = \max \left\{ d_{iq}, r_{iq}(t_0) - \sum_{p=1}^{\lfloor t-t_0 \rfloor} s_{iq}(t_0+p) - s_{iq} \left( t_0 + \lfloor t-t_0 \rfloor + 1 \right) \cdot \left( t - t_0 - \lfloor t-t_0 \rfloor \right) \right\}. \quad (16)$$

Максимум у виразі (16) гарантує, що залишки палива в ємності АЗС у будь-який момент часу  $t$  будуть

більшими за “мертві” залишки цієї ємності. Вираз  $\sum_{p=1}^{\lfloor t-t_0 \rfloor} s_{iq}(t_0+p)$  – сумарний обсяг продажу палива з  $i$ -ї ємності  $q$ -ї АЗС за відрізок часу, що дорівнює кількості повних діб з моменту часу  $t_0$  до моменту часу  $t$ , а другий вираз  $s_{iq} \left( t_0 + \lfloor t-t_0 \rfloor + 1 \right) \cdot \left( t - t_0 - \lfloor t-t_0 \rfloor \right)$  – обсяг продажів за останню неповну добу.

Зазначимо, що продаж певного палива на певній АЗС зазвичай розподілений нерівномірно протягом однієї доби. Наприклад, для міських АЗС спостерігається два чітко виражених викиди – вранці та ввечері. Тому для уточнення оцінки часу до зупинки останній вираз може бути переписано з урахуванням зазначеної нерівномірності. Взнявши крок дискретизації дві години, отримано добові гістограми для кожної АЗС і кожного виду палива. Типовий вид гістограми наведено на рис. 2.



Рис. 2. Типова добова гістограма продажу

Рівняння (2) розв’язувалося діленням навпіл.

Наведені вище методи дозволяють обчислювати значення критерію (14), всіх обмежень (3)–(11) та (13) для довільних наборів.

Вимірність простору пошуку для сформульованої задачі експоненційно зростає зі збільшенням кількості АЗС. Зважаючи на наявний розмір мережі й на перспективи її розширення, застосування алгоритмів на кшталт методу гілок і відсікань несумісне із задачами оперативного прийняття рішень. Застосування метаевристик (випадкового пошуку, модельованого відпалу, пошуку із заборонами, популяційних підходів, мультиагентних систем тощо) природним чином приводить до різних розв’язків для однакових вхідних даних при послідовних запусках. Це пояснюється тим, що кожен із зазначених підходів містить імовірнісний компонент. Така ситуація геть не сприймається пересічним користувачем логістичної системи. З іншого боку, застосування детермінованого локального пошуку зі стартом із жадібного розв’язку часто призводить до таких субоптимальних розв’язків, що мають наслідок зупинки АЗС.

Зважаючи на сукупність вищевказаних чинників, вихідну задачу подано у вигляді декомпозиції сукупності підзадач, кожна з яких визначає маршрутне завдання для певного бензовоза. Зазначимо, що ці задачі розв’язуються послідовно, тобто в розв’язанні кожної наступної задачі враховуються розв’язки попередніх задач. Це дозволило суттєво знизити вимірність простору пошуку, що, у свою чергу, дало можливість застосувати метод гілок і меж. Конкретний зміст відсікань, що були застосовані в системі, є об’єктом інтелектуальної власності ВАТ “Дніпронафтопродукт”.

**Досвід використання.** Вищеописаний підхід до організації системи підтримки прийняття рішень був програмно реалізований, упроваджений і став основою автоматизації процесу диспетчеризації автотранспортного парку ВАТ “Дніпронафтопродукт”. Піврічний термін експлуатації цієї системи дозволяє дійти таких попередніх висновків. По-перше, практично припинилися зупинки АЗС з вини відділу диспетчеризації. По-друге, через оптимальність маршрутів розвезення світлих нафтопродуктів, що пропонуються системою, сумарні транспортні витрати знизилися майже на 15 %. Нарешті, процес прийняття логістичних рішень позбавився суб’єктивного чинника і став більш прозорим та контрольованим.

**Висновки.** Запропоновані в підході критерії оптимальності стійкі до змін вхідних даних і такі, що отримані на їх основі розв’язки забезпечують ефективне функціонування системи. Декомпозиційний підхід до розв’язання задач цілочислового програмування з нелінійними обмеженнями довів свою практичну застосовність у задачах великої вимірності. Успішний досвід експлуатації вищеописаної системи дозволяє стверджувати, що розроблений підхід та наявна система можуть застосовуватися до широкого кола проблем транспортної логістики в Україні.

#### Література

1. Ballou Ronald H. Business Logistics // Ballou Ronald H. / Supply Chain Management. Prentice Hall. – 2003. – 816 p.
2. Chiang W-C. Integrating Purchasing and Routing in a Propane Gas Supply Chain // W-C. Chiang, R. A. Russell // European Journal of Operational Research 154. – 710–729. – Elsevier, 2004.

3. D. V. Tu Vehicle Routing-Scheduling for Waste Collection in Hanoi / D. V. Tu, A. Pinnoi / European Journal of Operational Research 125. – 449–468, Elsevier, 2000.
4. K. G. Zografos A Heuristic Algorithm for Solving Hazardous Materials Distribution Problems / K. G. Zografos, K. N. Androutsopoulos // European Journal of Operational Research 152. – 507–519, Elsevier, 2004.
5. Golden, Bruce L., Raghavan, S. Wasil, Edward A. (Eds.) The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges. Springer. – 2008. – 589 p.
6. Solomon M. M. Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows / M. M. Solomon // Transportation Science. – 1995. – 29(2). – 156–166.
7. Dror M. Vehicle routing with split deliveries / M. Dror, G. Laporte, P. Trudeau // Discrete Appl. Math. – 50. – 239–254 (1994).
8. Tan K. C., Lee T. H., Chew Y. H. etctr. A hybrid multiobjective evolutionary algorithm for solving truck and trailer vehicle routing problems, IEEE Congress on Evolutionary Computation. – Canberra. – Australia. – 8–12. – December. – 2003. – P. 2134–2141.