



ISSN 2411-6602 (Online)

ISSN 1607-2855 (Print)

Том 12 • № 2 • 2016 С. 105 – 110

УДК 528.2.629.78+550.388.2

## Відновлення часового стану іоносфери за даними регулярних визначень показника TEC

Б.О. Пересунько, А.М. Недогонова, С.О. Крамаренко, Б.Б. Джуман, Л.М. Янків-Вітківська\*

Національний університет «Львівська політехніка»

*Використання мережі активних референційних станцій для встановлення числових характеристик іоносфери Землі дозволяє створити ефективну технологію моніторингу іоносфери в регіональному масштабі, призначену як для вирішення наукових завдань космічної погоди, так і практичних завдань координатного забезпечення геодезичного класу точності. У роботі запропоновано алгоритм відновлення часового стану іоносфери за даними регулярних спостережень показника TEC для перманентної станції SULP. Один з можливих шляхів розв'язання цієї задачі заснований на математичному моделюванні із застосуванням степеневих поліномів та тригонометричного ряду Фур'є. Степеневі поліноми описують тренд функції, в той час як тригонометричні ряди Фур'є дають можливість краще змодельовувати флуктуацію.*

*ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИОНОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ РЕГУЛЯРНЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЯ TEC, Пересунько Б.О., Недогонова А.М., Крамаренко С.О., Джуман Б.Б., Янків-Вітківська Л.М. — Использование сети референционных станций для определения численных характеристик ионосферы Земли позволяет создать эффективную технологию мониторинга ионосферы в региональном масштабе, предназначенную как для решения научных задач космической погоды, так и для задач координатного обеспечения геодезического класса точности. Авторами предложен алгоритм восстановления временного состояния ионосферы с помощью регулярных наблюдений параметра TEC на примере перманентной станции SULP. Один из возможных путей решения этой задачи основан на математическом моделировании с применением степенных полиномов и тригонометрического ряда Фурье. Степенные полиномы описывают тренд функции, в то время как тригонометрические ряды Фурье дают возможность лучше смоделировать флуктуацию.*

*MODELLING OF IONOSPHERIC TIME STATE USING REGULAR TEC OBSERVATIONS, by Peresunko B.O., Nedohonova A.M., Kramarenko S.O., Juman B.B., Yankiv-Vitkovska L.M. — The use of a network of active reference stations to establish the numerical characteristics of the Earth's ionosphere allows you to create an effective ionosphere monitoring technology on a regional scale, designed to address the scientific challenges of space weather and practical problems of geodetic-class coordinate support. We propose an algorithm to recover the time state of the ionosphere using regular observations of the TEC parameter (VTEC — Vertical TEC) for permanent SULP station. One possible way of solving this problem is based on mathematical modeling using power polynomials and trigonometric Fourier series. Power polynomials describe the trend of function, whereas the trigonometric Fourier series help us to simulate the fluctuation better.*

**Ключевые слова:** ионосфера; параметры ионосферы; степенные полиномы; тригонометрические ряды Фурье.

**Key words:** ionosphere; ionosphere parameters; degree polynomials; trigonometric Fourier series.

### 1. ВСТУП

Сьогодні GNSS-технології дають можливість отримати висотний розподіл електронної концентрації іоносфери Землі в будь-який момент часу і в будь-якій точці земної поверхні. Мережі мультиспівчастотних GNSS станцій, що працюють у режимі реального часу, дозволяють безперервно отримувати дані радіонавігаційних супутникових вимірювань — псевдовідстані до супутників і можливість безпосереднього визначення загального вмісту електронів TEC [3].

Для забезпечення сучасних геодезичних потреб сьогодні є багато моделей (модель Клобушара [8, 9], модель НеКвіка [10] та ін.), які дають уявлення про розподіл електронів в іоносферному шарі й мають можливість враховувати вплив іоносферної затримки на визначення координат точок місцевості за допомогою одночастотних GNSS-приймачів [4]. Однак результати показують, що дані моделі не завжди дають можливість коригувати іоносферні запізнення з необхідною точністю.

### 2. ЗАГАЛЬНА ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Глобальні навігаційні супутникові системи (GNSS) в даний час є найбільш ефективним і перспективним засобом дистанційної діагностики іоносфери з усіх радіофізичних методів. Використання таких вимірювань має цілий ряд переваг порівняно з класичними радіофізичними засобами зондування іоносфери, зокрема: безперервність вимірювань, висока просторово-часова роздільна здатність та глобальність моніторингу іоносферних збурень різної природи [3].

\* Янків-Вітківська Любов Миколаївна; ✉ luba\_y@ukr.net

Дослідження впливу іоносфери є важливим завданням як для координатного забезпечення в геодезії, так і для завдань часового забезпечення. Тому одним із важливих факторів є врахування іоносферних похибок при супутникових спостереженнях, особливо під час виконання високоточних визначень координат на сантиметровій та міліметровій точності.

Зважаючи на вищесказане, в даній роботі була поставлена задача відтворити часовий стан іоносфери за даними регулярних спостережень показника TEC, а точніше VTEC (Vertical TEC) на станції SULP (Національний університет “Львівська Політехніка”) та створити власну іоносферну модель, яка б на локальному рівні могла нести актуальну інформацію про стан іоносферної плазми в певні моменти часу.

### 3. ІОНОСФЕРА ЯК ДЖЕРЕЛО ПОМИЛОК GNSS-СИГНАЛІВ

Як відомо, іоносфера — частина атмосфери, яка характеризується високим вмістом іонів і вільних електронів. Умовно іоносферу розділяють на три шари — D, E та F, які внаслідок різної густини іонів мають різні властивості. Іоносфера Землі складається з суміші газу нейтральних атомів і молекул (в основному, азоту N<sub>2</sub> і кисню O<sub>2</sub>) і квазінейтральної плазми (число негативно заряджених частинок лише приблизно дорівнює числу позитивно заряджених). Ступінь іонізації стає істотним вже на висоті 60 кілометрів. Джерелом іонізації земної атмосфери є ультрафіолетове і рентгенівське випромінювання Сонця, що виникає головним чином у сонячній хромосфері і короні.

Основною характеристикою іоносфери є параметр TEC — показник, що характеризує вміст загальної кількості електронів над станцією, яка проводить дослідження. Одиницею вимірювання TEC є 1 TECU = 10<sup>16</sup> електронів/м<sup>2</sup> (Total Electron Content Unit).

Іоносфера Землі є одним із основних джерел помилок для сигналів глобальних навігаційних супутникових систем (GNSS). Вільні електрони в іоносфері сильно впливають на поширення радіохвиль, що призводить до помилок відстаней, визначених із сигналів GNSS [5]. Для одночастотних GNSS приймачів діапазон помилки, викликані іоносферою, на даний час є найбільш сумарною помилкою, що впливає на точність позиціонування. При цьому величина залишкової іоносферної затримки може викликати похибку визначення віддалі більше 10 м.

### 4. ВИХІДНІ ДАНІ

Для відновлення часового стану іоносфери нами взято дані визначених вертикальних значень загальної електронної концентрації (VTEC) для перманентної станції SULP за період з 30 березня по 7 квітня 2016 року.

Ці дані накопичуються під час роботи GNSS-приймача і записуються у текстових файлах в ASCII кодах. У цих файлах за один день занесені понад 500 тисяч вимірювань.

Значення VTEC на станції SULP обирались, зважаючи на такі періоди часу, коли вплив зовнішніх чинників (сонячної активності) був значним. Для цього ми керувалися спеціальними онлайн-сервісами (рис. 1) [11], на яких вказано стан космічної погоди на обрану дату.

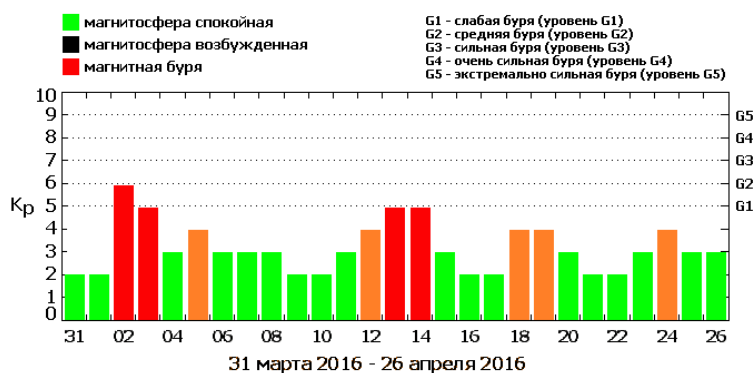


Рис. 1. Діаграма проміжків часу із збуреннями в магнітосфері [11]

### 5. АЛГОРИТМ МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСОВОГО СТАНУ ІОНОСФЕРИ

Методика визначення параметрів TEC на перманентній станції SULP дозволяє розраховувати значення показників TEC щосекунди шляхом радіонавігаційних супутникових вимірювань — псевдовідстаней до супутників [7]. Дані показників TEC дають змогу дослідити динаміку зміни стану іоносферної плазми та побудувати відповідну модель, яка б найкращим чином описувала б стан іоносфери в заданий момент часу. Тому в нашому дослідженні ми пропонуємо методику створення моделі іоносфери за значеннями параметрів TEC, яка полягає у:

- 1) встановленні загального тренду функції за допомогою апроксимуючих степеневих поліномів;
- 2) моделюванні флуктуацій (відхилень нової моделі від експериментальних значень) цієї ж функції тригонометричним рядом Фур'є.

### 5.1. Апроксимація степеневими поліномами

Для того, щоб отримати аналітичні залежності, що описують великі масиви даних, зокрема регулярних визначень показника ТЕС, використаємо метод апроксимації степеневим поліномом, який базується на тому, що масив даних замінюється простою функцією (лінійною, квадратичною, кубічною або іншою), яка описує тенденції зміни цих даних та забезпечує мінімум суми квадратів відхилень експериментальних даних від цієї функції [1].

Нехай в результаті регулярних визначень показника ТЕС на станції SULP ми отримали систему експериментальних точок  $\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ , де в нашому випадку  $x_0, \dots, x_n$  — це певний часовий (або будь-який інший) інтервал, кожному елементу якого відповідає  $y_0, \dots, y_n$  — значення показника VTES. Необхідно знайти аналітичну залежність  $M(x)$  таку, яка найкращим чином описує задану систему точок. Найбільш оптимальним критерієм для задач апроксимації є критерій середньоквадратичних відхилень (СКВ), який являє собою мінімізацію суми квадратів відхилень експериментальних даних від аналітичної функції  $M(x)$  і визначається на заданій множині точок як

$$\sum_{i=0}^n (M(x_i) - y_i)^2 \Rightarrow \min. \quad (1)$$

Тоді для розв'язку даної задачі необхідно знайти степеневий поліном вигляду

$$M(x) = \sum_{i=0}^m C_i x^i \quad (2)$$

такий, щоб сума квадратів відхилень полінома  $M(x)$  від заданої системи експериментальних точок була би мінімальною. Така задача зводиться до визначення коефіцієнтів поліному  $\{c_0, c_1, c_2, \dots, c_m\}$ . Метод, що дозволяє розв'язати її, — це спосіб найменших квадратів (СНК). Критерій середньоквадратичного відхилення (СКВ) в даному випадку має вигляд

$$\sum_{i=0}^n (M(x_i) - y_i)^2 = \sum_{i=0}^n (c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots + c_m x^m - y_i)^2 \Rightarrow \min. \quad (3)$$

Позначимо відхилення поліноміальної моделі  $M(x)$  від експериментальних точок через  $E_n$ . Тоді можна записати, що

$$E_0(x) = M(x_0) - y_0, \quad E_1(x) = M(x_1) - y_1, \quad \dots, \quad E_n(x) = M(x_n) - y_n, \quad (4)$$

а тому вираз (3) можна представити у вигляді

$$\sum_{i=0}^n (M(x_i) - y_i)^2 = \sum_{i=0}^n E_i^2 \Rightarrow \min. \quad (5)$$

Очевидно, що функція  $E$  — це багатопараметрична функція на множині  $c_i$ , ( $i = 1, \dots, m$ ). Мінімум такої функції знаходиться при виконанні умови вигляду

$$\frac{\partial E(x)}{\partial c_0} = 0, \quad \frac{\partial E(x)}{\partial c_1} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial E(x)}{\partial c_m} = 0. \quad (6)$$

Після незначних математичних перетворень рівняння (6) можна записати у наступному вигляді [2]:

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 & \dots & \sum_{i=0}^n x_i^m \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 & \dots & \sum_{i=0}^n x_i^{m+1} \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 & \sum_{i=0}^n x_i^3 & \sum_{i=0}^n x_i^4 & \dots & \sum_{i=0}^n x_i^{m+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=0}^n x_i^m & \sum_{i=0}^n x_i^{m+1} & \sum_{i=0}^n x_i^{m+2} & \dots & \sum_{i=0}^n x_i^{2m} \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i^2 y_i \\ \dots \\ \sum_{i=0}^n x_i^m y_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

або ж у матричному вигляді:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{L}, \quad (8)$$

де  $\mathbf{A}$  — матриця коефіцієнтів параметричних рівнянь розмірністю  $n \times m$ ;  $\mathbf{C}$  — матриця коефіцієнтів поліному;  $\mathbf{L}$  — вектор вільних членів, що містить параметри VTES.

Тоді матрицю  $\mathbf{C}$ , яка містить невідомі коефіцієнти, знаходимо з наступного співвідношення:

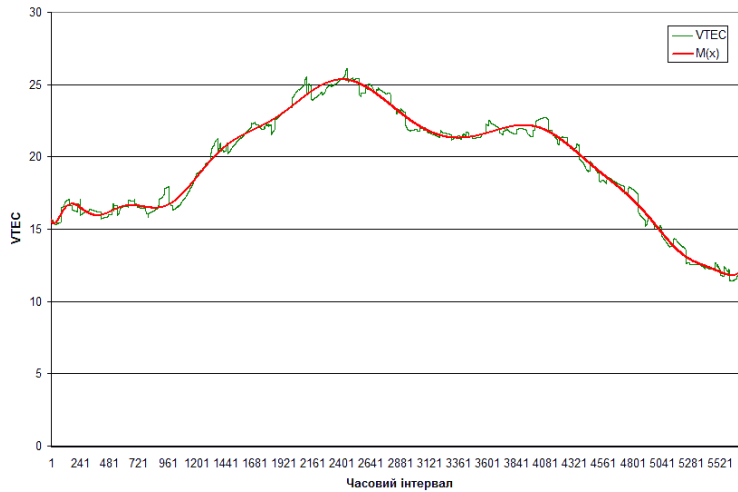
$$\mathbf{C} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \cdot (\mathbf{A}^T \mathbf{L}). \quad (9)$$

Алгоритмізація співвідношення (9) є доволі простою. Для цього задаємо крок  $d$  та діапазон  $(-\pi \dots + \pi)$ , відносно якого будуть проводитись усі матричні обчислення:

$$d = \frac{2\pi}{n-1}, \quad (10)$$

де  $n$  — загальна кількість вимірів значень VTEC у вхідному файлі.

Отже, порахувавши значення елементів вектора-стовпця  $C(x)$ , ми можемо побудувати часову модель іоносфери за даними регулярних визначень показника TЕС. Така модель матиме наступний вигляд — рис. 2.



**Рис. 2.** Часова модель іоносфери  $M(x)$ , побудована за допомогою апроксимації степеневими поліномами

Аналізуючи даний графік, варто зазначити, що модель  $M(x)$  в загальному задовольняє тенденцію розподілення значень VTEC на заданому інтервалі, але в деяких місцях вона проходить суттєво далеко від експериментальних точок VTEC. Тому критерієм для її оцінки точності буде величина середньоквадратичної похибки (СКП), яку знаходимо за формулою

$$\mu_{M(x)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}}, \quad (11)$$

де  $v_i$  — значення відхилень  $i$ -ї точки експериментальних даних VTEC від  $i$ -ї точки створеної моделі за допомогою степеневих поліномів. В матричному вигляді попередній вираз запишемо як

$$\mu_{M(x)} = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{V}}{n-1}}, \quad (12)$$

де  $\mathbf{V}$  — вектор-стовпець, що містить значення відхилень  $v_i$ .

Тоді, виконавши відповідні матричні обчислення, значення СКП для моделі  $M(x)$ , побудованої за степеневими поліномами становитиме:

$$\mu_{M(x)} = 0,39. \quad (13)$$

Така величина СКП в цілому є прийнятною. Проте для забезпечення потреб вирішення наукових завдань космічної погоди та практичних завдань координатного забезпечення певного геодезичного класу дана точність є замалою. Тому нами запропонована методика, яка полягає у зменшенні відхилень  $v_i = M(x_i) - L_i$  (флуктуацій) функціональної моделі іоносфери  $M(x)$ , що побудована за допомогою апроксимуючих поліномів, від значень експериментальних даних VTEC (вектор  $\mathbf{L}$ ). Суть цієї методики полягає в створенні ще однієї моделі, яка базується на апроксимуванні відхилень  $V_i$  за допомогою тригонометричного ряду Фур'є.

## 5.2. Моделювання флуктуацій тригонометричним рядом Фур'є

Нехай внаслідок побудови часової моделі іоносфери  $M(x)$  виникає масив відхилень  $\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  даної моделі від експериментальних точок дослідження. Необхідно змодельувати дані відхилення за допомогою апроксимації тригонометричним рядом Фур'є. В результаті цього ми маємо отримати певну модель  $V(x)$ , додавши яку до поліноміальної  $M(x)$ , утвориться нова часова модель іоносфери  $I$ , яка буде якнайкраще проходити по експериментальних значеннях показника VTEC і СКП якої буде набагато меншою, ніж для степеневих поліномів.

Узагальнюючи вищесказане, сформулюємо цю задачу наступним чином: апроксимувати на інтервалі  $(-\pi \dots +\pi)$  тригонометричним багаточленом порядку  $m = 100$  функцію  $V_i = M(x_i) - L_i$ , для якої відомі  $n$  її значень. Отже, нехай

$$V(x) = \sum_{i=1}^g (a_i \cos ix + b_i \sin ix), \quad (14)$$

де  $g$  — порядок тригонометричного ряду Фур'є.

Задача моделювання відхилень  $V$  зводиться до визначення коефіцієнтів тригонометричного ряду Фур'є  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  та  $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ . Як відомо, ці коефіцієнти можна визначити за наступними формулами [2]:

$$a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} V_m \cos mx \, dx, \quad b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} V_m \sin mx \, dx. \quad (15)$$

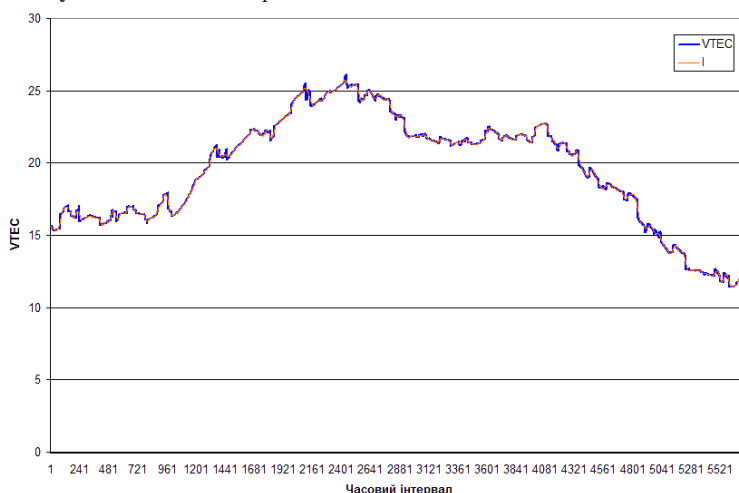
Для знаходження коефіцієнтів тригонометричного ряду Фур'є було використано метод Сімпсона наближеного інтегрування. В результаті реалізації такого алгоритму ми отримали два масиви, в кожному з яких містяться коефіцієнти тригонометричного ряду Фур'є  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  та  $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ .

### 5.3. Реалізація результуючої моделі іоносфери $I$

Загальну модель  $I$ , яка відновлює часовий стан іоносфери за даними регулярних визначень показника ТЕС, знаходимо як суму двох попередніх моделей:

$$I = M + V. \quad (16)$$

Дана модель має наступний вигляд — рис. 3.



**Рис. 3.** Часова модель іоносфери  $I$ , побудована за допомогою апроксимації степеневими поліномами та тригонометричним рядом Фур'є

Якщо проаналізувати результуючу модель  $I$ , то варто зазначити, що вона апроксимує значення показника VTEC з достатньою точністю. Критерієм для її оцінки точності буде величина середньоквадратичної похибки (СКП), яку знаходимо за формулою

$$\mu_I = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n \omega_i \omega_i}{n-1}}, \quad (17)$$

де  $\omega_i$  — значення відхилень  $i$ -ї точки експериментальних даних VTEC від  $i$ -ї точки створеної моделі. В матричному вигляді попередній вираз запишемо як

$$\mu_I = \sqrt{\frac{\mathbf{W}^T \mathbf{W}}{n-1}}, \quad (18)$$

де  $\mathbf{W}$  — вектор-стовпець, що містить значення відхилень  $\omega_i$ .

Тоді значення СКП для моделі, побудованої за степеневими поліномами, становитиме

$$\mu_I = 0,12. \quad (19)$$

Таке значення СКП моделі  $I$  свідчить про правильність виконання усіх дій у її створенні, адже виконується наступна нерівність:

$$(\mu_I = 0,12) < (\mu_{M(x)} = 0,39). \quad (20)$$

Рівняння (20) показує, що відхилення  $\omega_i$  моделі  $I$ , яка побудована за допомогою апроксимації степеневими поліномами і тригонометричним рядом Фур'є від експериментальних значень параметрів VTEC, є мінімальними і тому її точність є достатньою для забезпечення потреб вирішення наукових завдань космічної погоди та практичних завдань координатного забезпечення певного геодезичного класу.

## 6. ВИСНОВКИ

Програмне забезпечення, розроблене для відновлення поля VTEC для перманентної GNSS-станцій Sulp та його графічне відображення може експлуатуватися в автоматизованому режимі реального часу, а також в системах опрацювання даних інших станцій. Тому запропонована методика дає можливість

проводити детальний аналіз іоносфери на будь-якій території, дозволить здійснити короткотермінове прогнозування впливу іоносфери для високоточного визначення координат за допомогою GNSS-технологій.

Відхилення  $w_i$  моделі  $I$ , яка побудована за допомогою апроксимації степеневими поліномами і тригонометричним рядом Фур'є від експериментальних значень параметрів VTEC, є допустимими.

Застосування даного алгоритму для опрацювання GNSS-даних відкриває можливості для створення часової моделі іоносфери, аналізу особливостей параметрів іоносфери, дослідження зовнішніх впливів та їх зміну з часом. Це, в свою чергу, сприятиме вдосконаленню розв'язування задач координатно-часового забезпечення.

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 288 с.
2. Матвійчук Я.М. Математичне макромодельовання динамічних систем: теорія та практика. — Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2000. — 215 с.
3. Янків-Вітковська Л.М. Про обчислення параметрів іоносфери за допомогою спеціального алгоритму: перші результати // Космічна наука і технологія. — 2012. — **18**, № 6. — С.73–75.
4. Янків-Вітковська Л.М. Методика усереднення даних для побудови регіональної моделі іоносфери // Геодезія, картографія і аерофотознімання. — 2014. — Вип. 79. — С.35–41.
5. Янків-Вітковська Л.М. Про дослідження параметрів іоносфери для GNSS-станцій SULP, RVNE та SHAZ // Геодезія, картографія і аерофотознімання. — 2013. — Вип. 78. — С.169–172.
6. Янків-Вітковська Л.М., Матвійчук Я.М., Савчук С.Г., Паучок В.К. Дослідження змін координат GNSS-станцій методом макромодельовання // Вісник геодезії та картографії. — 2012. — № 3. — С. 9–17.
7. Янків-Вітковська Л.М., Паучок В.К. Про кореляційний зв'язок геодезичних і геосейсмічних процесів // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. — 2012. — Вип. 2(24). — С.188–190.
8. Klobuchar J.A., Kunches J.M. Eye on the ionosphere: the spatial variability of ionospheric range delay // GPS Solutions. — 2000. — **3**, Iss. 3. — P.70–74.
9. Klobuchar J. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users // IEEE Transactions on Aerospace and Electronics System. — 1987. — **23**(3). — P.325–331.
10. Bidaine B., Warnant R. Assessment of the NeQuick model at mid-latitudes using GNSS TEC and ionosonde data // Advances in Space Research. — 2010. — **45**(9). — P.1122.
11. [http://www.thesis.lebedev.ru/magnetic\\_storms.html](http://www.thesis.lebedev.ru/magnetic_storms.html)

Надійшла до редакції 26.09.2016  
Прийнята до друку 28.10.2016