



ISSN 2411–6602 (Online)

ISSN 1607–2855 (Print)

Том 12 • № 2 • 2016 С. 116 – 121

УДК 539.12.01, 539.141, 539.1.01, 524.3-59, 524.882, 524.832

До питання неповноти закону всесвітнього тяжіння на різних масштабах Всесвіту

Є.В. Клименченко

Глухівський національний педагогічний університет ім. О. Довженка

Обговорюється можливе розширене застосування закону всесвітнього тяжіння. Розглядається залежність гравітаційної сталої від густини тіла.

К ВОПРОСУ НЕПОЛНОТЫ ЗАКОНА ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ МАСШТАБАХ ВСЕЛЕННОЙ, Клименченко Е.В. — Обсуждается возможное расширенное применения закона всемирного тяготения. Рассматривается зависимость гравитационной постоянной от плотности тела.

ON INCOMPLETENESS OF THE LAW OF GRAVITY AT DIFFERENT UNIVERSE SCALES, by Klemenchenko E.V. — A possible extension of the Newton's law applicability is discussed. A dependence of the gravitational constant on body density is considered.

Ключевые слова: закон всесвітнього тяжіння; гравітація; мікросвіт; макросвіт.

Key words: law of universal gravitation; gravity; microworld; macrouniverse.

1. ВСТУП

Аналіз історії оцінювання сили всесвітнього тяжіння привів до думки, що проблема недооціненості сил тяжіння в різних масштабах Всесвіту виникла ще на початку ХХ сторіччя із-за того, що первинні ідеї явища всесвітнього тяжіння розглядали чисто математично. Фізична природа сили гравітації ще не встановлена, тому розглядають різні підходи до описання гравітаційної взаємодії. Оскільки сили притягання в мікросвіті та далекому космосі оцінювались на основі *рівняння Кавендіша* $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r_n^2}$, яке є достатньо точним лише для наземних тіл звичайної густини $\rho \approx 10^4$ кг/м³, для яких дослідним шляхом було визначено значення коефіцієнту пропорційності G в досліді Кавендіша. Подальша чисто математична екстраполяція коефіцієнту пропорційності G як деякої постійної при оцінюванні гравітаційної взаємодії на різних масштабах призвело до неточності вже в масштабах сонячної системи (недостатне теоретичне значення сили гравітаційного буксирування перигелію Меркурію та гравітаційного відхилення променів світла біля диску Сонця і т.д.). Та ж сама закономірність — недооціненість теоретичного значення при оцінюванні сили тяжіння, ґрунтуючись на рівнянні Кавендіша, — спостерігається й між двома нейтронними зірками в пульсарі Тейлора–Халса, що було виправлено заміною на *рівняння Шварцшильда* $F_g = \frac{G}{\sqrt{1-R_g/R_n}} \frac{m_1 m_2}{r_n^2}$. Дана закономірність спостерігається також в галактичному масштабі при оцінюванні сили тяжіння між галактиками в скупченнях, що призвело до уявлення про недостатню спостережувану сумарну масу спостережуваних об'єктів та виникнення уявлення про необхідність існування додаткової так званої «темної матерії».

Але ж при об'єктивному розгляді всіх цих фізичних закономірностей в різних масштабах можна побачити, що вони говорять лише про необхідність заміни постійної величини $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} = \text{const}$ в рівнянні закону всесвітнього тяжіння на змінну функцію $k(\rho)$, яка буде відрізнитися для різних об'єктів. Відповідно, враховуючи «абсолютну універсальність» всесвітнього тяжіння, всього лиш доповнивши рівняння закону всесвітнього тяжіння Ньютона й перерахувавши значення сили тяжіння для окремих тіл у всіх масштабах, можна побачити, що штучно введені й постульовані на початку ХХ сторіччя «нові взаємодії» є всього лиш проявом явища всесвітнього тяжіння між будь-якими матеріальними тілами.

Також очевидною спільною рисою між силами, які зв'язують ядра атомів, та силами, які зв'язують Сонячну систему, є те, що вони мають характер притягання між різними кількостями матерії, що складають взаємодіючі тіла, а саме: ядерні сили розглядаються між окремими субатомними частинками, а гравітаційні — між зв'язаними сукупностями, складеними із субатомних частинок.

Тобто, ґрунтуючись на уявленнях В.І. Вернадського та І.Р. Пригожина про Всесвіт як структурно-організовану впорядковану систему з універсальними законами в усіх масштабах, можна спостерігати

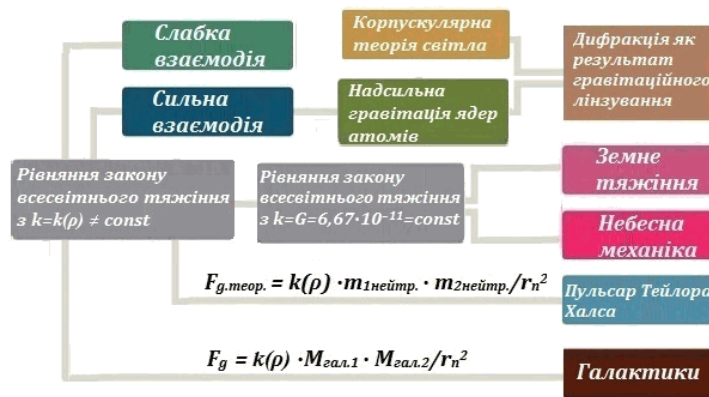


Рис. 1

деяку природню закономірність, яку помітив ще І.Ньютон, вивчаючи закономірності структури Сонячної системи, — залежність ефективного радіусу дії сили тяжіння від маси об'єкта $r_{\text{ефект.}} = f(m_{\text{об'єкта}})$, яка спостерігається від макро до мікросвіту (наглядний приклад в мікросвіті — планетарна модель Е. Резерфорда).

2. РОЛЬ НЕДОРАХОВАНОГО ЗНАЧЕННЯ ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ НА СУБАТОМНОМУ МАСШТАБІ В РОЗУМІННІ ЕВОЛЮЦІЇ ЗІРОК

Із фундаментальних сил в природі явище всесвітнього тяжіння було відкрито першим на основі даних астрономічних спостережень. Простий математичний закон тяжіння $F_g \sim \frac{m_1 m_2}{r_n^2}$ однаково діє між всіма парами тіл.

Також І.Ньютон вважав, що кожна матеріальна частинка повинна мати вроджене тяжіння до всіх інших частинок, за рахунок чого можуть утворюватися великі зв'язані сукупності частинок — планети, зірки і т.д. Але ж на початку ХХ століття значення сил гравітації між ядрами атомів та субатомними частинками ніколи не вимірювались експериментально, а оцінювалось теоретично на основі рівняння Кавендіша, виведеного для земних тіл, що призвело до уявлення про дуже малі значення гравітаційної взаємодії в мікросвіті. Як наслідок, коли в 1930-ті роки при розгляді, які ж сили повинні так сильно утримувати протон і нейтрон в ядрі атома, теоретичні значення гравітаційного притягання, розраховані на основі рівняння Кавендіша, давало недостатнє значення, внаслідок чого було введено та постульовано явлення про новий вид взаємодій — «сильні взаємодії».

Але ж, як відомо, субатомні частинки та ядра атомів є надгустими об'єктами з густиною $\rho \geq 10^{17}$ кг/м³, на відміну від земних об'єктів $\rho \approx 10^4$ кг/м³, для яких було виміряне значення гравітаційної сталої $G = \text{const}$. При цьому з сучасних спостережень відомо, що рівняння Кавендіша з коефіцієнтом пропорційності $G = \text{const}$ неправильно описує сили тяжіння для надгустих об'єктів (білих карликів, нейтронних зірок, ...), для яких значення сил тяжіння розраховується на основі рівняння Швардшильда

$$F_{g1} = \frac{G}{\sqrt{1 - R_g/R_n}} \cdot \frac{m_1 m_2}{r_n^2} = k(\rho) \frac{m_1 m_2}{r_n^2},$$

де R_n — радіус окремого об'єкта; $R_g = 2Gm_n/c^2$ — гравітаційний радіус окремого об'єкта; r_n — відстань між центрами мас взаємодіючих об'єктів.

Отже, розглядаючи субатомні частинки як мікроскопічні сколапсовані об'єкти подібно мікроскопічним «чорним дірам», приходимо до уявлення про надсильну гравітацію в мікросвіті, але ж на відміну від уявлення про нескінченну густину «чорних дір», субатомні частинки мають скінченну густину й відповідно повинні мати скінченне значення сил тяжіння. Тому для об'єктивного описання сил тяжіння таких об'єктів функцію $k(\rho) = G/\sqrt{1 - R_g/R_n}$ треба замінити на функцію із скінченним значенням $k(\rho) = f(\rho_n/\rho_{\text{max}})$, яка для субатомних частинок повинна мати максимальне значення $k(\rho) = k_{\text{max}}$, оскільки вони повинні мати найбільшу існуючу густину $\rho_n = \rho_{\text{max}}$. Відповідно, об'єктивно переглянувши значення сили тяжіння $F_{g1} = k(\rho) \frac{m_1 m_2}{r_n^2}$ субатомних частинок, можна побачити очевидні прояви явища всесвітнього тяжіння, про які говорив І.Ньютон, починаючи з субатомного масштабу, як залежність ефективного радіусу дії сил притягання $r_{\text{ефект.}}$ від мас об'єктів:

$$r_{\text{ефект.}} = \sqrt{\frac{F_{g1}}{k(\rho) \cdot m_n \cdot m_n}}$$

А саме, як відомо, сили всесвітнього тяжіння F_g прямо пропорційно залежать від мас взаємодіючих тіл, що можна спостерігати на ядерному масштабі як прояв «сильних взаємодій» лише між «масивними» частинками (протонами m_p , нейтронами m_n , ...) в атомних ядрах при $r_n \approx 10^{-15}$ м та прояв «слабких

взаємодій» між частинками, які мають на декілька порядків менші маси (електрони m_e , нейтрино m_ν , ...), внаслідок чого сили набагато слабші і мають набагато менший ефективний радіус дії $r_n \ll 10^{-15}$ м

$$k(\rho) \frac{m_p m_n}{r_n^2} \gg k(\rho) \frac{m_p m_e}{r_n^2}.$$

Тобто, якщо розглядати, як формується загальна гравітація ядра, то можна знов побачити, що так звані «сильні взаємодії» є всього лиш проявом сил гравітації між нуклонами F_{g1} на відстані $r_n \approx 10^{-15}$ м, на якій сили притягання зрівноважують сили відштовхування, й відповідно у зв'язаному стані нуклони утворюють загальну силу тяжіння ядра атома $F_{g2} = \sum F_{g1}$. На атомному масштабі можна спостерігати все ту ж природню залежність ефективного радіусу дії сили тяжіння від мас $r_{\text{атома}} = f(m_{\text{ядра}})$, що проявляється як збільшення кількості електронних рівнів із зростанням маси атомного ядра хімічного елемента. Також на основі уявлення про надсильну гравітацію ядер атомів, яка спадає з віддаленням від поверхні окремого ядра досить просто узгоджується перехід від відносно малих значень сил міжядерного притягання F_{g3} в молекулі водню при $r_n \approx 10^{-9}$ м (рис. 5) до надвеличезних значень при наближенні ядер атомів водню до $r_n \approx 10^{-15}$ м (рис. 4) при термоядерному синтезі (рис. 2, 3).

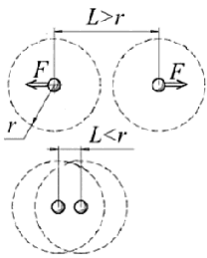


Рис. 2

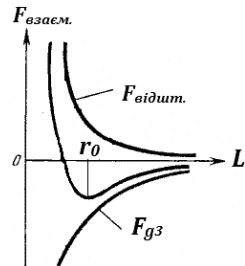


Рис. 3

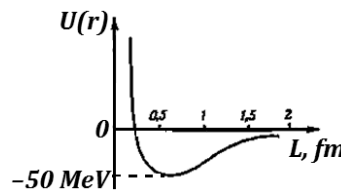


Рис. 4

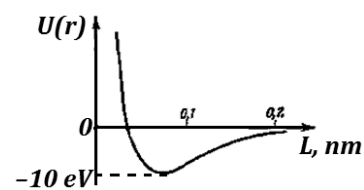


Рис. 5

З космологічної точки зору на основі уявлень про надсильну гравітацію окремих субатомних частинок та ядер атомів можна побачити послідовну картину формування зірок внаслідок конденсації міжзоряного газу, еволюції їх структури та як наслідок гравітаційного колапсу. А саме, як відомо, зірки починають своє життя як холодні розріджені хмари міжзоряного газу (рис. 6), які стискаються під дією сумарного тяжіння окремих атомів, основна маса кожного з яких сконцентрована в його ядрі $m_{\text{ядра}} \approx 0,996 m_{\text{атома}}$. Відповідно, при гравітаційній конденсації в розрідженій хмарі міжзоряного газу повинні притягуватись саме ядра атомів поки не досягнуть відстаней, на яких суттєвими є сили відштовхування електронних оболонок $F_{g3} \approx F_{\text{відшт.}}(r)$, утворюючи зрівноважену систему — зірку. При цьому, як відомо, втрата енергії окремих атомів на випромінювання (під час вигорання зірки) повинні неминуче вести до зменшення сил міжатомного відштовхування $F_{\text{відшт.}}(r)$ й поступової перебудови внутрішньої структури зірки; як наслідок, система стає нестійкою і з часом поступово стискатиметься.

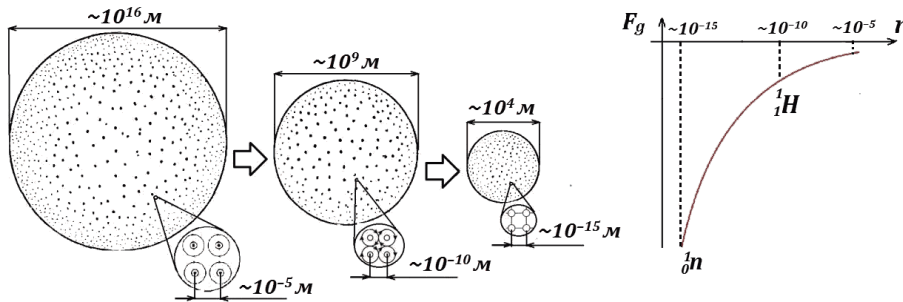


Рис. 6

Отже, в процесі гравітаційної конденсації хмари міжзоряного газу обернено пропорційно зростанню густини $\rho_{\text{хм.}} \rightarrow \rho_{\text{зір.}} \rightarrow \rho_{\text{ядерн.}}$ зменшуватимуться відстані саме між ядрами сусідніх атомів $r_{\text{хм.}} \sim 10^{-5}$ м $\rightarrow r_{\text{зір.}} \sim 10^{-10}$ м $\rightarrow r_{\text{ядерн.}} \sim 10^{-15}$ м (рис. 6). При стисненні хмари міжзоряного газу, щоб зрівноважити сили відштовхування $F_{\text{відшт.}}$ (рис. 3) й утримувати структуру утвореної зірки до та після гравітаційного колапсу сили всесвітнього тяжіння між ядрами сусідніх атомів повинні зростати від мізерно малих значень в хмарі міжзоряного газу до надвеличезних значень в нейтронних зірках. Навіть при грубому оцінюванні при зменшенні відстані між ядрами атомів в $r_{\text{хм.}}/r_{\text{ядерн.}} \sim 10^{10}$ разів сили тяжіння $F_{g3} \sim 1/r^2$ повинні зрости в $\sim 10^{20}$ разів, що говорить про необхідність існування надвеличезного гравітаційного тяжіння, яке спадає з віддаленням від кожного окремого ядра атома. Отже, якщо врахувати, що так звані «сильні взаємодії» є проявом все того ж явища всесвітнього тяжіння між будь-якими сусідніми матеріальними частинками, тоді можна побачити досить узгоджену та послідовну картину еволюції хмари міжзоряного газу до компактних зірок.

3. РІВНЯННЯ ЗАКОНУ ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ ТА НАСЛІДКИ ЙОГО ПОДАЛЬШОГО УЗАГАЛЬНЕННЯ В МАКРОМАСШТАБІ

В астрономії закон всесвітнього тяжіння $F_g \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}$ є фундаментом, на основі якого пояснюються рух, будова й еволюція небесних тіл. Але ж майже через 100 років після запису закону гравітації Ньютоном в його рівняння Г. Кавендішем був виміряний та введений поправочний коефіцієнт $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$ для точного описання проявів сил всесвітнього тяжіння між земними тілами. Однак неповнота рівняння Кавендіша при застосуванні в небесній механіці проявилася через дуже довгий час при уточненні руху планет в Сонячній системі, а пізніше проявилася при розгляді сили тяжіння компактних зірок. В подальшому це призвело до необхідності модернізувати рівняння закону гравітації, що призвело до створення загальної теорії відносності (ЗТВ). Але ж ЗТВ всього лиш перейшла від скалярного запису гравітаційного потенціалу до тензорного представлення й ввела в рівняння всесвітнього тяжіння функцію, залежну від густини $1/\sqrt{1-R_g/R_n}$, завдяки цьому рівняння давало більше значення гравітаційного потенціалу для об'єктів надвеличезної густини, при цьому не змінивши фізичної суті закону гравітації Ньютона — залежності сили тяжіння від мас тіл та відстані між ними. Для більшої наочності можна наочно порівняти як змінились рівняння закону всесвітнього тяжіння розглянувши гравітаційну взаємодію двох тіл.

Рівняння закону всесвітнього тяжіння, записане І. Ньютоном в 1666 році:

$$F_{gN} \sim \frac{m_1 m_2}{r_n^2}.$$

Рівняння закону всесвітнього тяжіння, записане Г. Кавендішем в 1798 році:

$$F_{gk} = G \frac{m_1 m_2}{r_n^2} = k_k \frac{m_1 m_2}{r_n^2}, \quad \text{де} \quad k_k = \frac{F_g r_n^2}{m_1 m_2} \approx 6,67 \cdot 10^{-11} = \text{const}.$$

Точне рішення загальної теорії відносності, знайдене К. Шварцшильдом в 1916 році:

$$F_{gS} = \frac{G}{\sqrt{1-R_g/R_n}} \cdot \frac{m_1 m_2}{r_n^2} = k_S \frac{m_1 m_2}{r_n^2}, \quad \text{де} \quad k_S = \frac{G}{\sqrt{1-R_g/R_n}} \neq \text{const},$$

де r_n — відстань між центрами мас взаємодіючих сферично-симетричних тіл; $R_g = 2GM/c^2$ — так званий «гравітаційний радіус Шварцшильда»; R_n — радіус сферично-симетричного тіла.

Отже, якщо об'єктивно та детально розглянути історичні видозміни, можна побачити, що ЗТВ не змінила фізичної ідеї закону всесвітнього тяжіння узагальненого І. Ньютоном, а всього лиш доповнила його рівняння, показавши, що для тіл різної густини коефіцієнт пропорційності k повинен бути змінною функцією, а не постійною величиною G . А саме ЗТВ показала, що для різних небесних тіл значення k_S визначається параметром компактності $x_g = R_g/R_n$, який для Сонця $x_g \sim 10^{-6}$, для білих карликів $x_g \sim 10^{-4}$, для нейтронних зірок $x_g \sim 10^{-1}$, а для «чорних дір» $x_g \sim 1$. Тобто згідно з рішенням Шварцшильда із стисненням зірки $R_{звич.} \rightarrow R_{нейтр.}$ із збереженням маси $m_1 = \text{const}$ (рис. 7) гравітаційний потенціал на її поверхні зростає швидше, ніж це передбачає рівняння Кавендіша, що підтверджується на досвіді при спостереженні за подвійним пульсаром PSR1913+16 (пульсар Тейлора–Халса) для якого $x_g \sim 0,4$ (рис. 8).

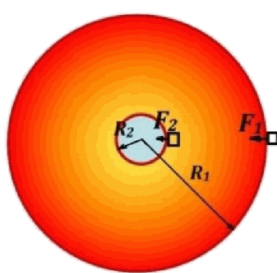


Рис. 7

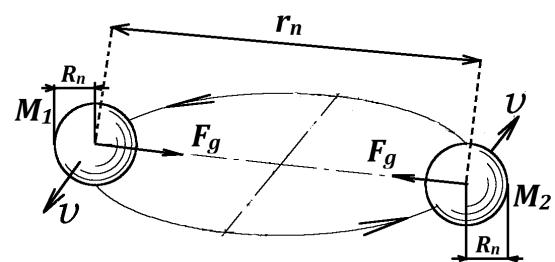
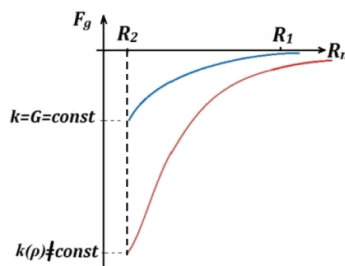


Рис. 8

Також згідно рішення Шварцшильда витікає, що з наближенням розмірів небесного тіла до так званого «гравітаційного радіусу» $R_{звич.} \rightarrow R_g = 2GM/c^2$ теоретичне значення сили тяжіння на поверхні зірки повинно прямувати до нескінченності $F_{gS} \rightarrow \infty$, через що тіла повинні стискатися до нескінченної густини. Але ж на основі експериментів на колайдерах відомо, що навіть субатомні частинки мають скінченну густину, отже речовина може бути стиснена лише до деякої скінченної густини. Відповідно величина $k_S = G/\sqrt{1-R_g/R_n}$, яка є функцією густини повинна бути функцією, яка має скінченне значення $k(\rho) \sim f(\rho_{тіла}/\rho_{\text{мах}})$. Отже для тіл з густиною $\rho_{тіла} = \rho_{звич} \sim 10^4 \text{ кг/м}^3$, з якими проводився дослід Кавендіша, коефіцієнт пропорційності $k(\rho) \approx G = 6,67 \cdot 10^{-11}$, але вже для планет Сонячної системи, які мають різні густини, його значення буде коливатися в невеликих межах.

А як відомо, першим з рухів небесного тіла, яке не можна було описати на основі записаного Г. Кавендішем рівняння закону всесвітнього тяжіння, виявилось виявлене У. Лєвер'є в 1859 році аномальне зміщення перигелію Меркурію на $574,10 \pm 0,65''$ в сторіччя, яке після теоретичного розрахунку впливу всіх інших небесних тіл на Меркурій $F_{g, \text{експ.}} > \frac{Gm_1}{r_1^2} + \dots + \frac{Gm_n}{r_n^2}$ давало теоретичне значення зміщення лише $531,63 \pm 0,69''$ за сторіччя. Але ж, якщо врахувати, що для різних небесних тіл значення коефіцієнту пропорційності $k(\rho)$ відрізнятиметься (що й було зроблено в ЗТВ), можна доврахувати гравітаційний вплив $F_{g, \text{експ.}} = k(\rho_1) \frac{m_1}{r_1^2} + \dots + k(\rho_n) \frac{m_n}{r_n^2}$ на Меркурій (рис. 9) та пояснити недораховане значення кута відхилення $\theta_g = f(F_g)$ променів світла біля диску Сонця (рис. 10) в рамках фізичних ідей закону всесвітнього тяжіння І. Ньютона.

Ту ж саму закономірність недорахованого теоретичного значення сили тяжіння через неповноту рівняння Кавендіша можна спостерігати й на галактичному масштабі. А саме, як відомо, спостережуваної маси зіркової речовини не достатньо для пояснення стійкого і швидкого обертання спіральних галактик (рис. 11). Згідно теоретичним розрахункам, щоб пояснити спостережувану швидкість орбітальну швидкість зірок в диску галактики (рис. 12) радіус гало невидимої «темної матерії» повинен перевищувати радіус самої галактики в декілька разів.

$$\frac{mv^2(r)}{r} = \frac{G \cdot M(r) \cdot m}{r^2} \Rightarrow v^2(r) = \frac{GM(r)}{r},$$

$M(r)$ — маса галактики, зростає з відстанню від центру галактики; m — маса окремої зірки.

Але ж врахувавши, що коефіцієнт пропорційності k в рівнянні закону всесвітнього тяжіння повинен бути змінною функцією густини, й розраховуватиметься для різних галактик із спостережуваних даних $k(\rho) = \frac{F_{\text{експ.}} r_n^2}{m_{\text{гал.1}} m_{\text{гал.2}}}$, тоді досить просто можна узгодити спостережувані та теоретично недораховані загальні сили тяжіння галактик без введення уявлення про так звану «темну матерію»

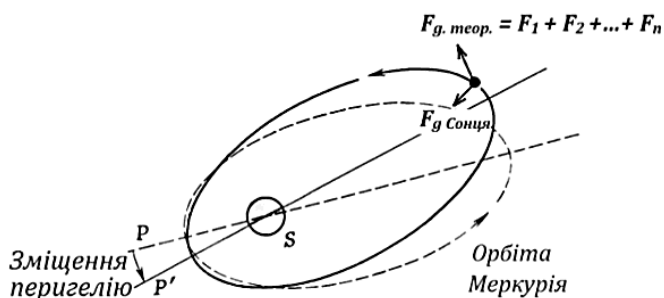


Рис. 9

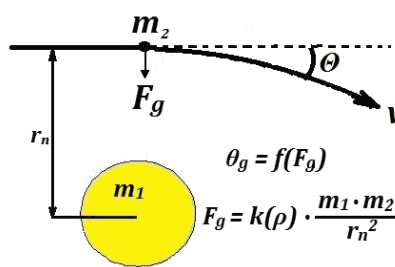


Рис. 10

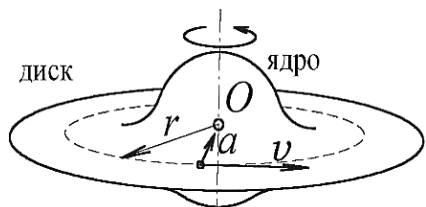


Рис. 11

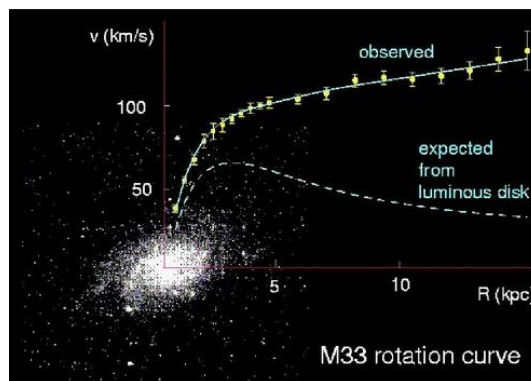


Рис. 12

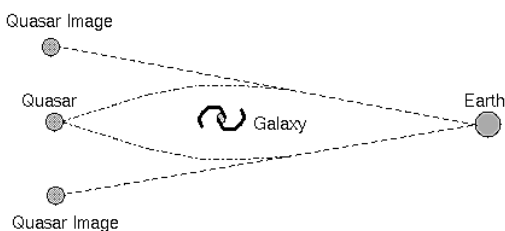


Рис. 13

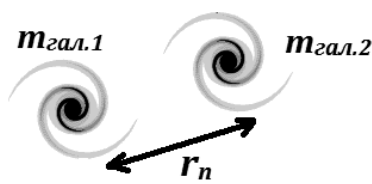


Рис. 14

$$v^2(r) = \frac{k(\rho) \cdot M(r)}{r}.$$

Також можна пояснити недораховані значення гравітаційних сил при розгляді гравітаційного лінзування галактиками $\theta_g = f(F_g)$ (рис. 13) та при розрахунку теоретичного значення гравітаційної взаємодії $F_{\text{експ.}} = k(\rho) \frac{m_{\text{гал.1}} m_{\text{гал.2}}}{r_n^2}$ сусідніх галактик в скупченнях (рис. 14).

4. ВИСНОВКИ

При детальному розгляді фізичних закономірностей явища всесвітнього тяжіння було помічено, що постулювання на початку ХХ століття коефіцієнту пропорційності $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ в рівнянні закону гравітації як деяку універсальну постійну при теоретичному оцінюванні сил гравітації в різних масштабах Всесвіту привело до кількісної незгоди між теорією та реальними значеннями. Як наслідок були створені нові теоретичні моделі, такі як «сильні» та «слабкі» ядерні взаємодії, загальна теорія відносності, уявлення про так звану «темну матерію», причому кожна з цих моделей введена для окремих масштабів Всесвіту. Але ж якщо врахувати, що коефіцієнт пропорційності в рівнянні закону всесвітнього тяжіння повинен бути деякою змінною функцією середньої густини розглядуваного об'єкту, то можна побачити, що ці теоретичні моделі є лише окремими випадками класичного закону гравітації, які змінюють числові коефіцієнти, але ж фізична суть закону всесвітнього тяжіння — «залежність сили тяжіння від кількості матерії та відстані між об'єктами» — не змінюється на всіх масштабах.

1. Джинс Дж.Г. Современное состояние космической физики // УФН. — 1927. — № 1.
2. Ландау Л.Д. К теории звезд / Сборник трудов. т.1. — 1932.
3. Марков М.А., Фролов В.П. О минимальных размерах частиц в общей теории относительности // Теоретическая и математическая физика. — 1972. — **13**, № 1.
4. Чандрасекхар С. О возрастающем значении ОТО для астрономии // УФН. — 1974. — № 2.
5. Фролов В.П. Черные дыры и квантовые процессы в них // УФН. — 1976. — № 3.
6. Розенталь И.Л. Космические объекты и элементарные частицы // УФН. — 1977. — № 2.
7. Розенталь И.Л. Физические закономерности и численные значения фундаментальных постоянных // УФН. — 1980. — № 6.
8. Болотнянский В. Оптика черных дыр // Квант. — 1980. — № 8.
9. Розенталь И.Л. Элементарные частицы и космология (Метагалактика и Вселенная) // УФН. — 1997. — № 8.
10. Полнарев Л.Г., Хлопов Ж.Ю. Космология, первичные черные дыры и сверхмассивные частицы // УФН. — 1985. — № 3.
11. Чандрасекхар С. О звездах, их эволюции и устойчивости // УФН. — 1985. — № 3.
12. Бескин В.С. Нейтронные звезды и уравнение состояния ядерной материи // УФН. — 1987. — № 8.
13. Марков М.А. О возможном существовании в природе асимптотической свободы гравитационных взаимодействий // УФН. — 1994. — № 9.
14. Березин В.А. Максимон М.А.Маркова и квантовые черные дыры // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1998. — **29**, вып. 3.
15. Березин В.А. О квантовом гравитационном коллапсе и квантовых черных дырах // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 2003. — **34**, вып. 7.
16. Фортон В.Е. Экстремальные вещества на Земле и в космосе // УФН. — 2009. — № 7.
17. Яковлев Д.Г., Хэнсель П., Бейм Г., Петик К. Л.Д.Ландау и концепция нейтронных звезд // УФН. — 2013. — № 3.
18. Черепашук А.М. Массы черных дыр в двойных звездных системах // УФН. — 1996. — № 8.
19. Потехин А.Ю. Физика нейтронных звёзд // УФН. — 2010. — № 12.
20. Stergioulas N. Rotating Stars in Relativity // Living Reviews in Relativity. — 2003. — **6**, № 3.
21. Norbert Wex Testing Relativistic Gravity with Radio Pulsars. — <http://arxiv.org/pdf/1402.5594v1.pdf>
22. Thibault Damour 1974: the discovery of the first binary pulsar. — <http://arxiv.org/pdf/1411.3930v2.pdf>
23. Блиох П.В., Минаков А.А. Гравитационные линзы // Природа. — 1982. — № 11.
24. Черепашук А.М. Гравитационное микролинзирование и проблема скрытой массы // Соросовский образовательный журнал. — 1998. — № 3.
25. Шульга В. Космические линзы и поиск темного вещества во Вселенной // Наука и жизнь. — 1984. — № 2.

Надійшла до редакції 10.10.2016
Прийнята до друку 2.11.2016