



ISSN 2411–6602 (Online)

ISSN 1607–2855 (Print)

Том 12 • № 2 • 2016 С. 179 – 184

УДК 551.510; 533.93

## Статистичний аналіз турбулентності плазми за даними місії Кластер-2

Л.В. Козак\*, Б.А. Петренко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

*Вказано на можливість використання різних статистичних підходів до опису турбулентних та динамічних процесів в магнітосфері Землі. Проаналізовано виміри флуктуацій магнітного поля при проходженні супутника місії Кластер-2 з області сонячного вітру до магнітопаузи. Обґрунтовано застосовність турбулентних моделей до аналізу різних областей магнітосфери Землі та плазми сонячного вітру.*

*СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЛАЗМЫ ПО ДАННЫМ МИССИИ КЛАСТЕР-2, Козак Л.В., Петренко Б.А. — Указано на возможность использования различных статистических подходов к описанию турбулентных и динамических процессов в магнитосфере Земли. Проанализированы измерения флуктуаций магнитного поля при прохождении спутника миссии Кластер-2 из области солнечного ветра в область магнитопauses. Обоснована применимость турбулентных моделей к анализу различных областей магнитосферы Земли и плазмы солнечного ветра.*

*STATISTICAL ANALYSIS OF PLASMA TURBULENCE USING CLUSTER II DATA, by Kozak L.V., Petrenko B.A. — The possibility of using different statistical approaches to the description of the turbulent and dynamic processes in the Earth's magnetosphere is represented. Measurements of magnetic field fluctuations during the passage by the mission Cluster-2 satellite from the solar wind to the magnetopause region are analyzed. Applicability of turbulent models to the analysis of different regions of the Earth's magnetosphere and the solar wind plasma is substantiated.*

**Ключевые слова:** плазма; турбулентность; статистические функции; магнитосфера.

**Key words:** plasma; turbulence; statistical functions; magnetosphere.

### 1. ВСТУП

При взаємодії сонячного вітру із магнітосферою Землі утворюється область, яка називається магнітошаром або перехідною областю. Саме ця область відіграє особливу роль у перетворенні динамічної та магнітної енергії сонячного вітру в енергію заряджених частинок і флуктуацій магнітного поля в області магнітосфери, визначаючи при цьому трансформацію і надходження енергії й імпульсу у внутрішні області магнітосфери. Крім того, інтенсивність зазначених процесів безпосередньо пов'язана з параметрами сонячного вітру і орієнтацією міжпланетного магнітного поля [3, 20].

Дослідження процесів у магнітошарі істотно ускладнюється наявністю турбулентності. У плазмових потоках вона може формуватися багатьма класами нестійкостей [5, 6].

Слід відмітити, що при взаємодії магнітошару і магнітосфери основні процеси взаємопов'язані і синхронізовані глобально низькочастотними магнітозвуковими коливаннями денного магнітошару як цілого [10]. У результаті відбувається «катастрофічна» перебудова потоку і структури магнітного поля (прискорені і уповільнені струмені, перехід від ламінарної застійної області до нерегулярної структури приграничного шару). Складні турбулентні процеси, які спостерігаються в приграничних шарах магнітосфери Землі, не вдається описати в рамках аналітичних моделей МГД-течій. Для розгляду властивостей турбулентності на великих часових і просторових масштабах слід залучати методи статистичної фізики і каскадні моделі, розвинені в гідродинамічних теоріях. При аналізі дуже важливим є дослідження властивостей турбулентності в залежності від масштабу. Це може дати відповідь на одне з найбільш важливих запитань: наскільки анізотропія на великих масштабах, пов'язана з магнітним полем, зберігається на проміжних і малих масштабах? Незважаючи на проведення численних теоретичних досліджень, питання про ізотропність турбулентності плазми на малих масштабах залишається відкритим і активно обговорюється дотепер. Для вирішення цієї проблеми потрібні відповідні експериментальні дані, особливо про вплив граничних і крайових ефектів на властивості турбулентності. Необхідно також враховувати, що властивості турбулентних приграничних шарів пов'язані не стільки з фізичними механізмами розвитку нестійкостей, скільки з симетріями, що описують масштабно інваріантність на істотно обмеженому діапазоні масштабів турбулентних приграничних шарів.

\* Козак Людмила Володимирівна; ✉ gutovska@ukr.net.com

Аналітично або чисельно розв'язати задачу про динаміку турбулентної плазми (в тривимірній геометрії) і визначити особливості турбулентності на великих часових масштабах в даний час не вдається. Отже, необхідно з експерименту визначити статистичні властивості турбулентності, пов'язані з масштабною інваріантністю, і отримати оцінки для показників степеня залежності параметрів плазми в припущенні степеневих законів. Це дозволить розвинути уявлення про фізичні властивості турбулентності плазми і дасть можливість якісно і кількісно описати процеси переносу в турбулентних перехідних шарах.

## 2. СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ТУРБУЛЕНТНОГО СЕРЕДОВИЩА

Статистичний опис пов'язаний з деякою процедурою огрубіння інформації та призводить до скорочення числа змінних в задачі. При цьому втрачається значна частка інформації про стан окремих частинок (або хвиль), але зберігається достатня кількість інформації про макроскопічний характер руху та ймовірний розподіл по станах системи. Тому для опису турбулентності необхідно застосовувати спеціальні методи і підходи. Для повного опису турбулентного процесу необхідно знати функцію розподілу амплітуд флуктуацій всіх параметрів.

Функція розподілу таких процесів не завжди описується відомими математичними функціями і рядами, а для багатьох типів випадкових процесів відомий лише спосіб апроксимації їх функції розподілу. Аналіз моментів функції розподілу дозволяє наближено описати більшість ефектів нелінійності, неоднорідності та анізотропії турбулентного процесу.

Класичний підхід дослідження статистичних властивостей поля швидкостей  $v(x)$  на локальному масштабі  $l$  в турбулентному потоці полягає в дослідженні структурних функцій (статистичних моментів функції розподілу) різних порядків  $q$  [8]:

$$S_q(l) = \langle |v(x+l) - v(x)|^q \rangle,$$

де  $\langle \dots \rangle$  — усереднення по ансамблю. В інерційному діапазоні при великих числах Рейнольдса теорія Колмогорова  $K41$  дає гаусівську статистику пульсацій швидкостей і передбачає степеневу залежність для структурної функції  $S_q(l) \propto l^{\zeta(q)} = l^{q/3}$ . Постулюючи залежність структурних функцій тільки від масштабу і швидкості дисипації енергії, А.Н. Колмогоров вивів закон для спектра потоку енергії  $E_K(k) \propto k^{-5/3}$  в залежності від хвильового числа  $k$ . Даний закон відносно добре описав спектр розвинутої ізотропної гідродинамічної турбулентності, однак більш точні дослідження показали відмінність показника степеня в законі  $E_K(k) \propto k^{-\gamma}$  від  $5/3$ :  $\gamma = 1,71 \pm 0,02$  [2, 1, 11]. Це пов'язано з наявністю структурної неоднорідності турбулентного процесу (переміжністю) [9].

Наявність магнітних полів в міжпланетному середовищі може викликати сильну анізотропію динамічних процесів в плазмі. Тому в літературі використовується підхід, коли динаміка в площині поперек магнітного поля може бути розглянута в рамках двовимірної моделі. Для цього застосовується підхід Кречнана [16, 18], а турбулентність розглядають в рамках двовимірної моделі Ірошнікова–Кречнана (ІК) [17, 4]. Спектр енергії задається співвідношенням

$$E_{IK}(k) = \langle |\delta v(k)|^2 \rangle k^2 \propto k^{-3/2}.$$

У порівнянні з колмогорівським спектром  $E_K(k) \propto k^{-5/3}$  значно зменшується рівень передачі енергії на малих масштабах і зростає час передачі енергії. Скейлінг структурних функцій в моделі ІК:  $S_q(l) \propto l^{q/4}$ .

Про непридатність «наближення слабкого зв'язку», яке використовується в ІК моделі для опису дрібномасштабних флуктуацій розвинутої турбулентності, роз'яснюється в роботі Б.Б. Кадомцева [6]. У схемі Крейчнана перебільшується вплив великомасштабних флуктуацій на еволюцію дрібномасштабних неоднорідностей: цей вплив зводиться до перенесення дрібномасштабних флуктуацій з малою їх деформацією (адиабатичне наближення). Незважаючи на недоліки, ІК модель продовжує використовуватися в багатьох роботах (наприклад, для інтерпретації властивостей турбулентності міжпланетної плазми, плазми в токамаках та ін.)

Феноменологія ІК моделі була використана в наступних поколіннях моделей МГД турбулентності. Найбільш докладно анізотропія на великих масштабах і перемішування в турбулентному магнітному полі на мікромасштабах розглядається в моделі з помірно-сильною МГД турбулентністю Гольдрайха–Срідара [15].

Для опису турбулентних процесів з переміжністю найчастіше використовують лог-пуассонівські моделі турбулентності, що виникли в середині 90-х років і базуються на властивості розширеної самоподібності (ESS-аналіз) — розширення інерційного інтервалу відбувається при розгляді будь-якої пари структурних функцій [14]. При цьому в лог-пуассонівських моделях турбулентності показник степеня структурної функції  $\zeta(q)$  визначається співвідношенням [12]

$$\zeta(q) = (1 - \Delta) \frac{q}{3} + \frac{\Delta}{1 - \beta} (1 - \beta^{q/3}),$$

де  $\beta$  і  $\Delta$  — параметри, які характеризують переміжність і сингулярність дисипативних процесів, відповідно. Важливо, що в рамках даної моделі розглядається стохастичний мультиплікативний каскад, і

логарифм енергії дисипації описується пуассонівським розподілом. Для ізотропної тривимірної турбулентності Ше і Левек запропонували  $\Delta = \beta = 2/3$  [19].

Важливо, що варіюючи значення параметрів  $\beta$  і  $\Delta$ , можна отримати показник степеня для різних типів моделей.

Слід зробити зауваження про практичне застосування лог-пуассонівських моделей для інтерпретації експериментальних даних. В [19, 12, 14] розглядається стохастичний мультиплікативний каскад, в якому можуть одночасно формуватися дисипативні структури з різною розмірністю, включаючи фрактальну, тобто мають складну топологію. Такий процес описується в теорії ймовірностей в рамках моделі Хінчіна–Леві [14]. Висновки цієї моделі слід використовувати для інтерпретації експериментальних результатів, коли спостерігаються відхилення експериментальних скейлінгів від фіксованих значень  $\beta$  і  $\Delta$ . Це може бути пов'язано зі складною геометрією дисипативних структур або з одночасною присутністю в процесі структур з різною розмірністю. У цьому випадку процес можна характеризувати значеннями підгонки  $\beta$  і  $\Delta$ .

### 3. АНАЛІЗ СУПУТНИКОВИХ ВИМІРІВ

В роботі проведено аналіз флуктуацій магнітного поля отриманих за допомогою ферозондових магнітометрів, встановлених на космічному апараті «Танго» місії Кластер-2.

При цьому КА рухався із плазми сонячного вітру і послідовно проходив форшокову область (ФС), ударну хвилю (УХ), постшокову область (ПШ), магнітошар (МШ) і входив в область магнітопаузи.

Приклади проаналізованих супутникових вимірів флуктуацій магнітного поля подано на рис. 1.

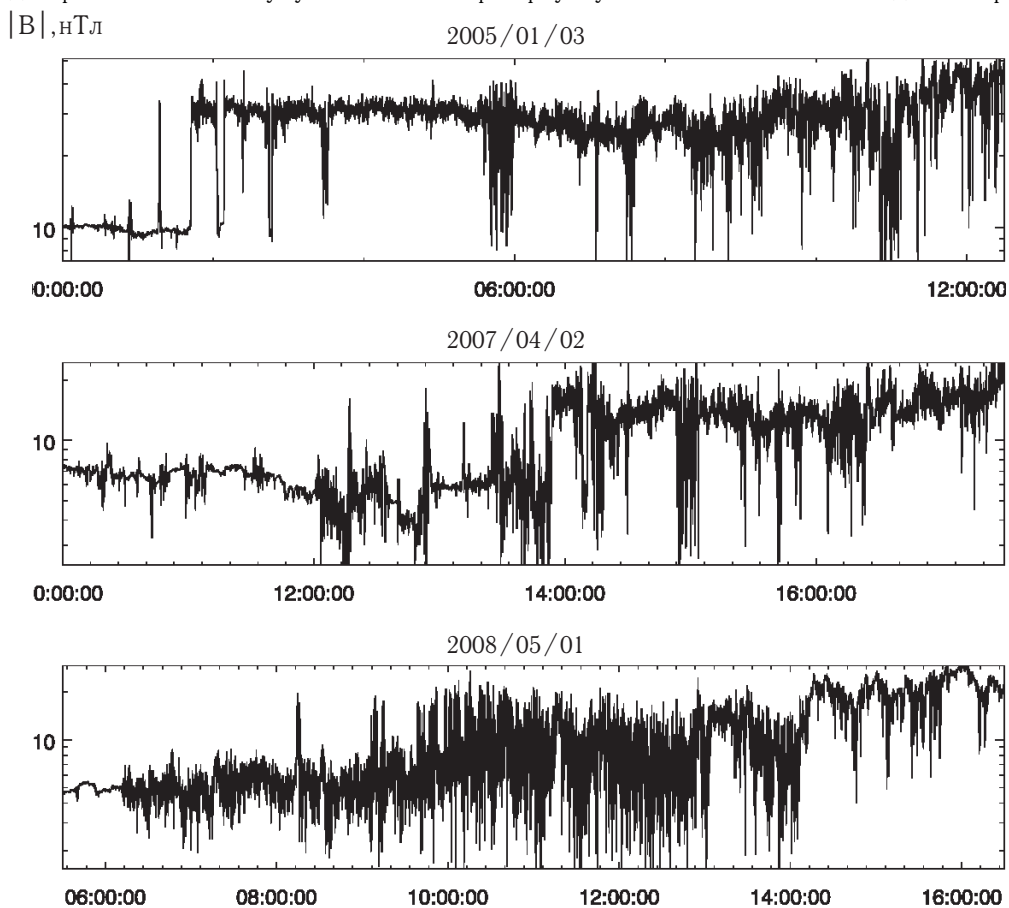


Рис. 1. Проаналізовані флуктуації магнітного поля

Із рисунків добре прослідковується, що флуктуації в магнітошарі суттєво відрізняються від рівня флуктуацій в незбуреному сонячному вітрі насамперед набагато більш високою мінливістю магнітного поля. Відносні варіації поля (відхилення параметра на деякому інтервалі, віднесене до його середнього значення на цьому інтервалі) в магнітошарі перевищують значення в сонячному вітрі приблизно в 2–3 рази. Найбільші флуктуації магнітного поля спостерігаються на фронті УХ і ПШ області. При цьому, навіть при майже повній відсутності в сонячному вітрі флуктуацій магнітного поля, в магнітошарі існують варіації, які мають високий рівень збурень.

Для визначення типу турбулентних процесів для ряду даних  $B(t)$  було проведено аналіз особливостей структурних функцій (моментів функції густини ймовірності) різних порядків  $q$  відповідно до зсуву по часу  $\tau$ , кратному  $\tau_{\min} = 0,0445$  с. Структурні функції високих порядків дозволяють охарактеризувати

властивості неоднорідності на малих масштабах процесу. При цьому структурна функція визначалася співвідношенням [7, 13]:

$$S_q(\tau) = \langle |B(t+\tau) - B(t)|^q \rangle,$$

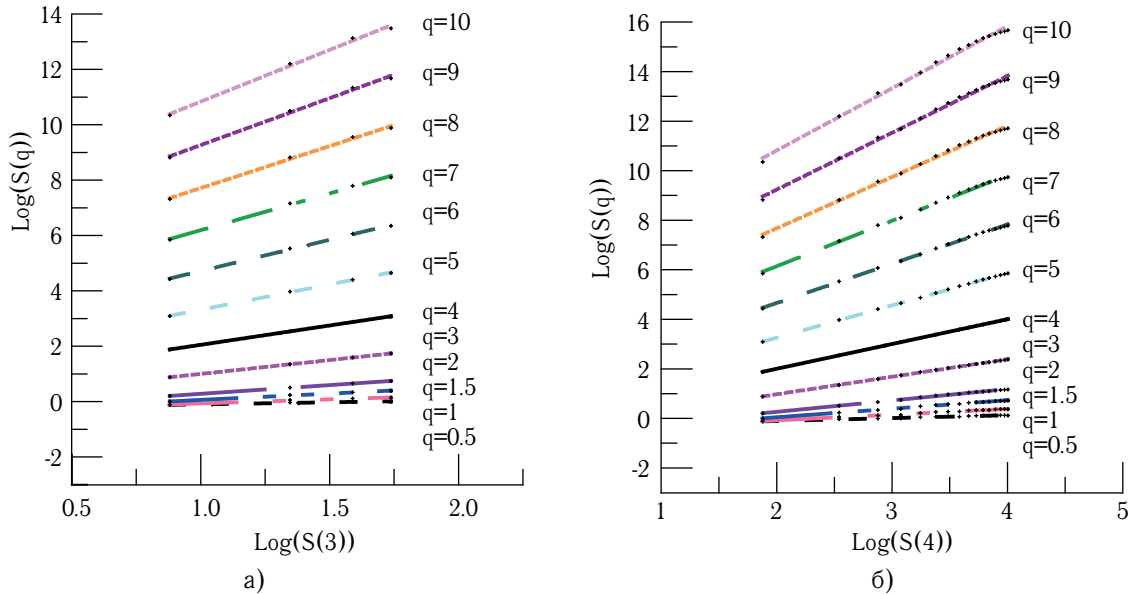
де  $\langle \dots \rangle$  означає усереднення експериментальних даних за часом. Крім того, має місце степенева залежність структурної функції від зсуву по часу  $\tau$ :

$$S_q(\tau) \propto \tau^{\zeta(q)}.$$

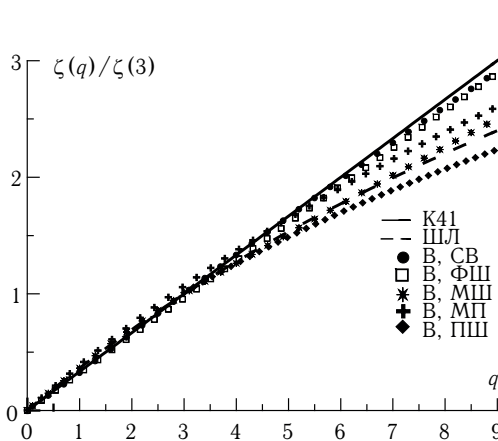
Для лог-пуассонівської ізотропної 3D турбулентної каскадної моделі маємо залежність (скейлінг) [19]:

$$\zeta(q) = \frac{q}{9} + 2 \left[ 1 - \left( \frac{2}{3} \right)^{q/3} \right].$$

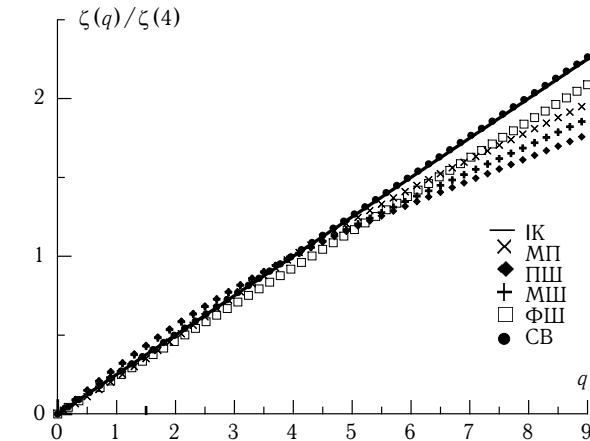
На практиці властивість узагальненої самоподібності дозволяє підвищити точність визначення скейлінга структурної функції при аналізі експериментальних даних. Скейлінг структурної функції, нормований скейлінг для третього моменту,  $\zeta(q)/\zeta(3)$  може бути отриманий з нахилу графіка в логарифмічному



**Рис. 2.** Демонстрація розширеної самоподібності — ESS-аналіз: *a* — графік для визначення скейлінгу структурної функції  $\zeta(q)/\zeta(3)$ ; *б* — графік для визначення скейлінгу структурної функції  $\zeta(q)/\zeta(4)$ . Лінії — найкраща апроксимація даних лінійним законом (подія 01.05.2008)



**Рис. 3.** Відношення експоненціального значення структурної функції  $q$ -го порядку до третього порядку для 1 травня 2008 р.: K41 — значення, розраховані по моделі Колмогорова (K41); ШЛ — значення, розраховані по ізотропній лог-пуассонівській каскадній моделі; МП — експериментальні дані для області магнітопаузи; СВ — експериментальні дані для плазми сонячного вітру; ФШ — експериментальні дані для форшокової області; МШ — експериментальні дані для магнітосару; ПШ — експериментальні дані для постшокової області



**Рис. 4.** Відношення експоненціального значення структурної функції  $q$ -го порядку до четвертого порядку для 1 травня 2008 р.: ІК — значення, розраховані по моделі Ірошнінова-Крайчнана; МП — експериментальні дані для області магнітопаузи; СВ — експериментальні дані для плазми сонячного вітру; ФШ — експериментальні дані для форшокової області; МШ — експериментальні дані для магнітосару; ПШ — експериментальні дані для постшокової області

масштабі (рис. 2). При цьому будемо мати порівняння експериментальних даних із колмогорівською моделлю турбулентності K41, для якої  $\zeta(3) = 3/3 = 1$ . Для порівняння ж експериментальних значень із моделлю двовимірної турбулентності Ірошнікова–Крейчнана знаходять залежність  $\zeta(q)/\zeta(4)$ , оскільки для неї  $\zeta(4) = 4/4 = 1$ .

Степенева залежність типу  $S_q(\tau) \propto \tau^{\zeta(q)}$  (тобто найпростіше — самоподібність) спостерігається лише на обмеженому інтервалі часових масштабів. Цей інтервал відповідає інерційному діапазону, що розглядається в класичних моделях ізотропної розвиненої турбулентності (K41 та ін.). Саме інтервал, на якому має місце степеневий зв'язок, і вибирають для ESS-аналізу.

Результати розрахунку скейлінгів моментів функції густини ймовірності для різних порядків  $q$  при аналізі маломасштабної турбулентності та порівняння їх із колмогорівською моделлю та двовимірною моделлю Ірошнікова–Крейчнана показані на рис. 3 та рис. 4. Важливим є той факт, що турбулентні процеси в плазмі сонячного вітру близькі до двовимірної моделі Ірошнікова–Крейчнана, а всередині магнітошару описуються ізотропною лог-пуассонівською каскадною моделлю. У всіх інших розглянутих випадках має місце неізотропність турбулентних процесів в перехідних областях магнітосфери Землі.

В результаті проведеного ESS-аналізу можна із рис. 3, 4 отримати значення параметрів лог-пуассонівського скейлінга  $\beta$  і  $\Delta$  (табл. 1).

**Таблиця 1.** Параметри ESS-аналізу для перехідних областей магнітосфери Землі

Дата	Положення	$\beta$	$\Delta$
2005/01/03	Магнітошар	0,62	0,59
	Магнітопауза	0,45	0,53
2007/04/02	Форшок	0,62	0,51
	Магнітошар	0,54	0,63
2008/05/01	Форшок	0,25	0,18
	Постшок	0,58	1,41
	Магнітошар	0,5	0,6
	Магнітопауза	0,47	0,68

Вказані значення параметрів підтверджують можливість описання процесів в середині магнітошару ізотропною лог-пуассонівською каскадною моделлю турбулентних процесів.

#### 4. ВИСНОВКИ

В результаті проведеного аналізу можна зробити висновок, що відносні варіації магнітного поля в магнітошарі перевищують значення в сонячному вітрі приблизно в 2–3 рази. При цьому всі істотні зміни в плазмі сонячного вітру і в міжпланетному магнітному полі відображаються в збуреннях аналогічних параметрів у магнітошарі. Однак зворотне судження буде невірним: не всі варіації параметрів в магнітошарі виникають в результаті флуктуації сонячного вітру або міжпланетного магнітного поля, значна частина з них генерується в самому магнітошарі або на його межах. Джерелами варіацій в магнітошарі є процеси на фронті ударної хвилі. На користь цього свідчить і та обставина, що жодна з наявних гідродинамічних або МГД-моделей течії плазми в магнітошарі не може описати і тим більше передбачити наявність подібних варіацій, які є наслідком кінетичних, а не МГД-процесів.

В результаті проведеного ESS-аналізу отримано, що турбулентні процеси в плазмі сонячного вітру близькі до двовимірної моделі Ірошнікова–Крейчнана (для розглянутих подій), а всередині магнітошару області описуються ізотропною лог-пуассонівською каскадною моделлю. Цей факт потрібно враховувати при побудові моделей опису процесів в перехідних областях магнітосфери Землі.

Робота виконувалася відповідно до Цільової комплексної програми НАН України з наукових космічних досліджень на 2012–2016 рр., за підтримки гранту № 90312 фонду Фольксваген («VW-Stiftung») та в рамках освітньої програми Міністерства освіти і науки України № 2201250 «Освіта, навчання студентів, аспірантів, наукових і педагогічних кадрів за кордоном» (стажування в лабораторії прикладної фізики університету імені Джона Хопкінса, Меріленд, США).

1. Баренблатт Г.И. Турбулентные пограничные слои при очень больших числах Рейнольдса // Успехи математических наук. — 2004. — 59:1(355). — С.45–62.
2. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса. — М.: Наука, 1988. — 368 с.
3. Зеленый Л.М., Веселовский И.С. (ред.) Космическая геогеофизика. Том 1. — М.: Физматлит, 2008. — 624 с.
4. Ирошников П.С. Турбулентность проводящей жидкости в сильном магнитном поле // Астрономический журнал. — 1963. — 40. — С.742–745.
5. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1988. — 303 с.
6. Кадомцев Б.Б. Турбулентность плазмы // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. — М.: Атомиздат, 1964. — С.188–335.

7. *Козак Л.В.* Статистичний розгляд турбулентних процесів у магнітосфері Землі за вимірами супутника Інтербол // *Космічна наука і технологія.* — 2010. — **16**, № 1. — С.28–39.
8. *Колмогоров А.Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // *Доклады АН СССР.* — 1941. — **30**(4). — С.299–303.
9. *Новиков Е.А., Стюарт Р.У.* Перемежаемость турбулентности и спектр флуктуаций диссипации энергии // *Изв. АН СССР, сер. Геофиз.* — 1964. — № 3 — С.408–413.
10. *Савин С.П., Зеленый Л.М., Амата Э. и др.* Динамическое взаимодействие потока плазмы с горячим пограничным слоем геомагнитной ловушки // *Письма в ЖЭТФ.* — 2004. — **79**, № 8. — С.452–456.
11. *Фриш У.* Турбулентность: Наследие А.Н. Колмогорова. — М.: Фазис, 1998. — 343 с.
12. *Benzi R., Ciliberto S., Tripiccone R., et al.* Extended self-similarity in turbulent flows // *Phys. Rev. E.* — 1993. — **48**. — P.R29–R32.
13. *Consolini G., Kretzschmar M., Lui A.T.Y., Zimbardo G., Macek W.M.* On the magnetic field fluctuations during magnetospheric tail current disruption: A statistical approach // *J. Geophys. Res.* — 2005. — **110** — A07202.
14. *Dubrulle B.* Intermittency in fully developed turbulence: Log-Poisson statistics and generalized scale covariance // *Phys. Rev. Lett.* — 1994. — **73**. — P.959–962.
15. *Goldreich P., Sridhar S.* Toward a theory of interstellar turbulence. II. Strong alfvénic turbulence // *Astrophys. J.* — 1995. — **438**. — P.763–775.
16. *Kraichnan R.H.* Convergents to turbulence functions // *J. Fluid Mech.* — 1970. — **41**. — P.189–217.
17. *Kraichnan R.H.* Lagrangian — history closure approximation for turbulence // *Phys. Fluids.* — 1965. — **8**. — P.575–598.
18. *Kraichnan R.H.* The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers // *J. Fluid Mech.* — 1959. — **5**. — P.497–543.
19. *She Z., Leveque E.* Universal scaling laws in fully developed turbulence // *Phys. Rev. Lett.* — 1994. — **72**. — P.336–339.
20. *Shevryev N.N., Zastenker G.N.* Some features of the plasma flow in the magnetosheath behind quasiparallel and quasi-perpendicular bow shocks // *Planet. Space Science.* — 2005. — **53**. — P.95–102.

Надійшла до редакції 7.12.2016  
 Прийнята до друку 16.12.2016