Вісник Астрономічної школи / Astronomical School's Report
ISSN 2411–6602 (Online)
ISSN 1607–2855 (Print)
Том 14 • № 2 • 2018 С. 56 – 61
https://doi.org/10.18372/2411-6602.14.08

УДК 521.33 : 551.24

Алгоритм та основні формули зведення фундаментальних постійних до планетарної системи координат

М.М. Фис*, А.М. Бридун, М.І. Юрків

Національний університет «Львівська політехніка», 79013, м. Львів, вул. Карпінського, 6

Наведено один з алгоритмів зведення параметрів гравітаційного поля небесного тіла та його динамічного стиснення в планетарну систему координат. Його основою є трактування розкладу в ряд Лапласа потенціалу другого порядку як квадратичної форми в прямокутній системі координат. Запис потенціалу в прямокутній системі координат формує матрицю квадратичної форми, яку зводимо до канонічного вигляду. Власні числа в розглянутій методиці обчислюються двома способами: аналітично за допомогою замкнутих формул та для порівняння одним з наближених методів. Відповідні їм власні вектори знаходяться за допомогою способу Крилова та для контролю безпосередньо розв'язуванням систем однорідних рівнянь. Елементи повороту планетарної системи координат до системи, пов'язаної з головними осями координат подаються через ці розв'язки (компоненти власних векторів) та визначають відповідні кути Ейлера і кути повороту системи координат, а комбінації власних чисел відповідно — значення коефіцієнтів розкладу потенціалу в перетвореній системі координат (C_{20}, C_{22}). Це дозволяє записати матрицю зв'язку між двома системами координат та виконувати обернений перехід, і, відповідно, одержати формулу для динамічного стиснення в планетарній системі координат. Таке подання дає можливість обчислити степеневі моменти другого порядку (механічні характеристики, вони ж — моменти інерції) без перерахунку параметрів гравітаційного поля в системі координат, пов'язаній з головними осями інерції. Побудована так тривимірна функція розподілу мас надр Землі дає можливість простої інтерпретації отриманих результатів, бо розміщення координат точок, що досліджуються, збігається з їх географічним положенням, що забезпечує простоту зображення результатів. Алгоритм апробований та перевірений на конкретному прикладі, в якому показано можливість його застосування при побудові тривимірних моделей розподілу мас надр небесного тіла. Виконане обчислення значень густини в двох системах координат дає однакові результати, а обмеження суми другим порядком не впливає на прикінцевий висновок і підтверджує можливість використання наведеного алгоритму.

Ключові слова: гравітаційне поле планети; загальнопланетарна система координат; динамічне стиснення.

1. ВСТУП

Геодезичні параметри (стоксові постійні) подаються в основному в загальнопланетарній системі координат $Ox_1x_2x_3$, а динамічне стиснення H (астрономічний параметр) — в системі $Oy_1y_2y_3$, осі якої є головними осями інерції.

Часто виникає необхідність приведення цих величин до однієї з систем, зокрема, при побудові тривимірних моделей густини планет з використанням стоксових постійних та динамічного стиснення. На сьогодні параметри зовнішнього гравітаційного поля та величина H зводились до системи координат $Oy_1y_2y_3$ [5], хоча більш доцільно робити навпаки, тобто визначити H в системі координат $Ox_1x_2x_3$ [10].

Перехід від одної системи координат в іншу здійснюється в нашому випадку шляхом повороту вихідної системи координат та може бути реалізований різними способами. Наприклад, в праці [6] для цього запропоновано використати кути Ейлера. Інший підхід, що ґрунтується на мультипольному зображенні потенціалу, поданий в роботі [3]. Зведенням потенціалу як квадратичної форми другого порядку до канонічного вигляду породжує алгоритм, що пов'язує дві системи координат. Такий підхід реалізований в статті [4]. Враховуючи простоту його реалізації, адаптуємо його для здійснення оберненого переходу від системи $Oy_1y_2y_3$ до загальнопланетарної $Ox_1x_2x_3$.

Приведемо методику виконання цього алгоритму та дослідимо її особливості на прикладі планети Земля.

2. МЕТОДИКА ЗВЕДЕННЯ ПАРАМЕТРІВ В ОДНУ СИСТЕМУ КООРДИНАТ

Позначимо загально-планетарну систему координат через $Ox_1x_2x_3$, а систему координат, пов'язану з головними осями інерції — через $Oy_1y_2y_3$. Зв'язок між цими системами координат зі спільним початком координат відображається так:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y}, \tag{1}$$

де

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

* Фис Михайло Михайлович; ✉ Mykhailo.M.Fys@lpnu.ua, fysmikhail@gmail.com

Зворотній перехід від однієї системи координат до іншої, відповідно, здійснюється

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{X}, \tag{2}$$

де

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Формула для динамічного стиснення H [1] в системі координат $Oy_1y_2y_3$ має вигляд:

$$H = \frac{-C_{20}}{\int_\tau \delta(y_1^2 + y_2^2)\, d\tau} = \frac{-C_{20}}{2\left(C_{20} - \int_\tau \delta y_3^2\, d\tau\right)}, \tag{4}$$

де C_{20} — коефіцієнт розкладу потенціалу в ряд Лапласа при сферичній функції другого порядку (його вигляд подано нижче).

Для її представлення в планетарній системі координат опишемо та перевіримо алгоритм переходу від однієї системи координат до іншої. Одночасно при цьому встановимо формули для кутів повороту та кутів Ейлера.

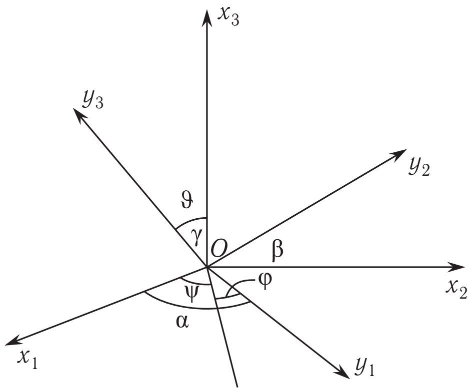

Рис. 1. Кути поворотів системи координат та кути Ейлера

Потенціал, поданий рядом за многочленами Лежандра [1]

$$V = \frac{G}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \int_\tau \delta \left(\frac{\rho}{R}\right)^n P_n(\cos\gamma)\, d\tau = \sum_{n=0}^{\infty} V_n, \tag{5}$$

де γ — кут між радіус-векторами точок $P(x_1, x_2, x_3)$ та $Q(\xi, \eta, \zeta)$; $\cos\gamma = \frac{\xi x_1 + \eta x_2 + \zeta x_3}{\rho R}$; ρ, R — довжини цих векторів.

В прямокутній системі координат $Ox_1x_2x_3$ доданок V_2 рівності (5) набуде вигляду

$$V_2 = \frac{GM}{2R^4}\left(x_1^2(-C_{20} + 6C_{22}) + x_2^2(-C_{20} - 6C_{22}) + 2C_{20}x_3^2 + 6C_{21}x_1x_3 + 6S_{21}x_2x_3 + 12S_{22}x_1x_2\right). \tag{6}$$

Величини (стоксові постійні другого порядку) в співвідношенні (6) визначаються як

$$C_{20} = \frac{1}{MR^2} \int_\tau \delta\left(\zeta^2 - \frac{1}{2}(\xi^2 + \eta^2)\right) d\tau, \qquad C_{22} = \frac{1}{4MR^2} \int_\tau \delta\left(\xi^2 - \eta^2\right) d\tau,$$

$$C_{21} = \frac{1}{MR^2} \int_\tau \delta(\zeta\xi)\, d\tau, \qquad S_{21} = \frac{1}{MR^2} \int_\tau \delta(\zeta\eta)\, d\tau, \qquad S_{22} = \frac{1}{MR^2} \int_\tau \delta(\xi\eta)\, d\tau.$$

Доданок V_2 можна трактувати як квадратичну форму від змінних x_1, x_2 та x_3, а саме

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{X}^T \mathbf{D} \mathbf{X},$$

де

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -C_{20} + 6C_{22} & 6S_{22} & 3C_{21} \\ 6S_{22} & -C_{20} - 6C_{22} & 3S_{21} \\ 3C_{21} & 3S_{21} & 2C_{20} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{X}^T = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}.$$

Перехід від системи координат X ($Ox_1x_2x_3$) до Y ($Oy_1y_2y_3$) визначається перетворенням величини

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{Y}^T \left(\mathbf{A}^{-1}\right)^T \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{Y}.$$

Матриця $\mathbf{D}'$ квадратичної форми в системі координат Y ($Oy_1y_2y_3$), де $\mathbf{D}' = \left(\mathbf{A}^{-1}\right)^T \mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}$, має діагональний вигляд в системі координат, осі якої — головні осі інерції.

В цьому випадку алгоритм приведення наступний. Визначаємо власні значення матриці $\mathbf{D}$ з умови

$$\begin{vmatrix} -C_{20} + 6C_{22} - \lambda & 6S_{22} & 3C_{21} \\ 6S_{22} & -C_{20} - 6C_{22} - \lambda & 3S_{21} \\ 3C_{21} & 3S_{21} & 2C_{20} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \tag{7}$$

В розгорнутій формі (7) має вигляд

$$\lambda^3 - p_2\lambda - p_3 = 0, \tag{8}$$

де

$$p_1 = \mathrm{SP}(\mathbf{D}) = 0, \qquad p_2 = 4C_{20}^2 + 9C_{21}^2 + 9S_{21}^2 + 36C_{22}^2 + 36S_{22}^2, \qquad p_3 = \det(\mathbf{D}).$$

Оскільки матриця $\mathbf{D}$ симетрична, то всі її власні значення є дійсними числами. Тому корені рівняння (8) для цього випадку в тригонометричній формі наступні [1]:

$$\lambda_1 = 2\sqrt{\frac{p_2}{3}}\cos\left(\frac{\alpha}{3}\right), \qquad \lambda_2 = -2\sqrt{\frac{p_2}{3}}\cos\left(\frac{\alpha}{3}+\frac{\pi}{3}\right), \qquad \lambda_2 = -2\sqrt{\frac{p_2}{3}}\cos\left(\frac{\alpha}{3}-\frac{\pi}{3}\right), \qquad \cos\alpha = \frac{p_3}{2\left(\frac{p_2}{3}\right)^{3/2}}.$$

Подібний розв'язок знаходимо в роботі [12], де він представлений в схожому, але дещо іншому вигляді.

Корені рівняння можна шукати наближеними методами, наприклад, методом Ньютона [2]. Результати обчислень для даних моделі GEM-10B [7] наведено в табл. 1, числове значення коренів отримано з точністю $4{,}3\cdot 10^{-19}$.

Таблиця 1

Корені рівняння	Числове значення коренів рівняння
λ_1	1,09352902468196
λ_2	1,07174202630901
λ_3	−2,16527105099097

Власні вектори $\mathbf{U}^i$ для значень λ_i одержуємо з системи рівнянь

$$\begin{pmatrix} -C_{20}+6C_{22}-\lambda & 6S_{22} & 3C_{21} \\ 6S_{22} & -C_{20}-6C_{22}-\lambda & 3S_{21} \\ 3C_{21} & 3S_{21} & 2C_{20}-\lambda \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t_1^i \\ t_2^i \\ t_3^i \end{pmatrix}, \qquad i = 1,2,3.$$

Їх також можна знайти одним з методів побудови власних векторів матриці $\mathbf{D}$, наприклад, методом Крилова [2].

Даний алгоритм:

$$\mathbf{U}^i = \sum_{j=0}^{3} q_{ji}\mathbf{V}^{n-j-i},$$

де $q_{0i} = 1$, $q_{ji} = p_j + \lambda_i q_{j-1i}$, $i = j = 1,2,3$; $\mathbf{V}^0$ — довільний вектор, наприклад, $\mathbf{V}^0 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$; $\mathbf{V}^i = \mathbf{D}\mathbf{V}^{i-1}$, $i = 1,2,3$.

Розв'язки задають матрицю зв'язку

$$A = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_1^2 & t_1^3 \\ t_2^1 & t_2^2 & t_2^3 \\ t_3^1 & t_3^2 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Результати обчислень власних векторів матриці обома способами подаємо у табл. 2 та табл. 3.

Після повороту системи координат матриця $\mathbf{D}$ матиме вигляд

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix},$$

при цьому стоксові постійні другого порядку в новій системі координат запишуться $C'_{20} = \frac{\lambda_3}{2}$, $C'_{22} = \frac{\lambda_1-\lambda_2}{2}$, а тому значення для наведеного прикладу будуть такими (табл. 4).

Елементи матриці $\mathbf{A}$ $\left((a_{ij}) = (t_i^j), i = j = 1,2,3\right)$ дають можливість визначити кути між осями двох систем координат, а саме

$$\gamma = \arccos\frac{a_{33}}{\sqrt{a_{13}^2+a_{23}^2+a_{33}^2}}, \qquad \beta = \arccos\frac{a_{22}}{\sqrt{a_{12}^2+a_{22}^2+a_{32}^2}}, \qquad \alpha = \arccos\frac{a_{11}}{\sqrt{a_{11}^2+a_{21}^2+a_{31}^2}}.$$

Відповідно, кути Ейлера ϑ, φ, ψ визначаються:

якщо $\vartheta \neq 0$, то $\vartheta = \arccos a_{33}$, $\psi = \arcsin\left(\frac{a_{13}}{\sin\vartheta}\right)$, $\varphi = \arcsin\left(\frac{a_{31}}{\sin\vartheta}\right)$;

якщо $\vartheta = 0$, то $\psi = \alpha$, $\varphi = \beta$.

Значення кутів α, β, γ повороту системи координат та кутів Ейлера для планети Земля: $\gamma = \vartheta = 0^\circ\, 0'\, 0{,}36''$, $\beta = \varphi = \alpha = 14^\circ\, 26'\, 47''$ (в розглянутому випадку).

Таблиця 2. Власні вектори, знайдені безпосередньо

	$\mathbf{U}^1$	$\mathbf{U}^2$	$\mathbf{U}^3$
t_1^i	0,966246790985225	−0,25761820897902	$0{,}257\,446\,492\,682\cdot10^{-6}$
t_1^i	−0,257618203763369	0,966246789511678	$-0{,}175\,454\,421\,746\cdot10^{-5}$
t_1^i	$-0{,}700\,759\,377\,19\cdot10^{-6}$	$7{,}214\,637\,525\,154\cdot10^{-6}$	0,999999999998428

Таблиця 3. Власні вектори, знайдені методом Крилова

	$\mathbf{U}^1$	$\mathbf{U}^2$	$\mathbf{U}^3$
t_1^i	0,966246789090181	−0,2576182108710	$-0{,}700\,772\,058\,8\cdot10^{-6}$
t_1^i	−0,25761820787451	−0,9662467898880	$-0{,}162\,900\,724\,8\cdot10^{-5}$
t_1^i	$0{,}257\,446\,553\,239\cdot10^{-6}$	$0{,}175\,454\,415\,65\cdot10^{-5}$	0,999999999998428

Таблиця 4. Значення стоксових постійних другого порядку

Система координат	Стоксові постійні	
$Ox_1x_2x_3$	$C_{20}=-0{,}108\,263\,552\,549\,029\cdot10^{-2}$	$C_{22}=0{,}157\,459\,306\,911\,990\cdot10^{-5}$
$Oy_1y_2y_3$	$C'_{20}=-0{,}108\,263\,552\,549\,551\cdot10^{-2}$	$C'_{22}=0{,}181\,558\,319\,671\,357\cdot10^{-5}$

Таблиця 5. Різниці значень густин в двох системах координат та їх величина в планетарній системі

Відносний радіус, ρ	$\varphi=45°,\ \lambda=45°$		$\varphi=30°,\ \lambda=30°$	
	$\delta_2\times\delta_C,\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$\Delta\delta_2\times\delta_C,\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$\delta_2\times\delta_C,\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$\Delta\delta_2\times\delta_C,\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
0	1,9193327	$1{,}989\,519\,660\,128\cdot10^{-11}$	1,9193327	$1{,}989\,519\,660\,120\cdot10^{-11}$
0,1	1,9039788	$2{,}189\,966\,729\,010\cdot10^{-10}$	1,9039316	$1{,}260\,166\,306\,157\cdot10^{-10}$
0,2	1,8579169	$8{,}163\,011\,014\,751\cdot10^{-10}$	1,8577281	$4{,}443\,809\,327\,675\cdot10^{-10}$
0,3	1,7811472	$1{,}811\,696\,809\,391\cdot10^{-9}$	1,7807223	$9{,}750\,146\,365\,197\cdot10^{-10}$
0,4	1,6736696	$3{,}205\,518\,816\,422\cdot10^{-9}$	1,6729143	$1{,}717\,838\,141\,591\cdot10^{-9}$
0,5	1,5354840	$4{,}997\,606\,498\,015\cdot10^{-9}$	1,5343039	$2{,}672\,931\,666\,476\cdot10^{-9}$
0,6	1,3665906	$7{,}187\,101\,647\,545\cdot10^{-9}$	1,3648912	$3{,}840\,372\,956\,383\cdot10^{-9}$
0,7	1,1669893	$9{,}775\,833\,440\,276\cdot10^{-9}$	1,1646762	$5{,}219\,672\,012\,213\cdot10^{-9}$
0,8	0,9366801	$1{,}276\,179\,703\,737\cdot10^{-8}$	0,9336589	$6{,}811\,440\,449\,975\cdot10^{-9}$
0,9	0,6756630	$1{,}614\,707\,426\,176\cdot10^{-8}$	0,67183983	$6{,}811\,440\,449\,974\cdot10^{-9}$
1	0,3839380	$1{,}992\,845\,643\,659\cdot10^{-8}$	0,3792173	$1{,}063\,196\,365\,306\cdot10^{-8}$

Рівність (2) в розгорнутій формі з урахуванням (3) виглядатиме як

$$\begin{cases} y_1=b_{11}x_1+b_{12}x_2+b_{13}x_3,\\ y_2=b_{21}x_1+b_{22}x_2+b_{23}x_3,\\ y_3=b_{31}x_1+b_{32}x_2+b_{33}x_3. \end{cases} \tag{9}$$

Для отримання (4) скористаємось співвідношенням (9), матимемо:

$$H=-\frac{C_{20}}{2}\cdot\frac{1}{C_{20}-\int_\tau\delta\big(b_{31}^2x_1^2+b_{32}^2x_2^2+b_{33}^2x_3^2-2\,(b_{31}b_{32}x_1x_2+b_{31}b_{33}x_1x_3+b_{32}b_{33}x_2x_3)\ d\tau\big)}. \tag{10}$$

Інтегральні вирази, що входять в формули (10) та (4), відповідно

$$I_{pqs}=\frac{1}{Ma_l^N}\int_\tau\delta x_1^px_2^qx_3^s\,d\tau,\qquad I'_{pqs}=\frac{1}{Ma_l^N}\int_\tau\delta y_1^py_2^qy_3^s\,d\tau, \tag{11}$$

називають *степеневими моментами густини* [6] (вони ж моменти інерції в теоретичній чи небесній механіці [8]). Параметри зовнішнього гравітаційного поля до другого порядку включно визначаються сукупністю моментів відповідного порядку (визначають тензор інерції небесного тіла [12]). Тому вираз (10) в позначеннях (11) набуде вигляду [11]

$$H=\frac{C_{20}}{2\big(C_{20}(1+b_{31}^2+b_{32}^2)+2C_{22}(b_{31}^2+b_{32}^2)-(b_{31}^2+b_{32}^2+b_{33}^2)I_{002}+b_{31}b_{32}S_{22}+2b_{31}b_{33}C_{21}+2b_{32}b_{33}S_{21}\big)}, \tag{12}$$

звідки

$$I_{002}=\frac{1}{b_{31}^2+b_{32}^2+b_{33}^2}\left(-\frac{C_{20}}{2H}+C_{20}(1+b_{31}^2+b_{32}^2)+2C_{22}(b_{31}^2+b_{32}^2)+b_{31}b_{32}S_{22}+2b_{31}b_{33}C_{21}+2b_{32}b_{33}S_{21}\right).$$

Використавши співвідношення між стоксовими постійними та степеневими моментами, запишемо решту елементів тензора інерції

$$I_{200}=2C_{22}-C_{20}+I_{002},\qquad I_{020}=-2C_{22}-C_{20}+I_{002},\qquad I_{101}=C_{21},\qquad I_{011}=S_{21},\qquad I_{110}=2S_{22}.$$

Розглянемо окремий випадок, коли одна з осей двох систем координат співпадає з віссю обертання планет, а дві інші розташовані в площині екватора [10]. Використання такої системи координат дозволяє безпосередньо прив'язувати положення точок, що досліджуються, з їх розміщенням на карті без перетворення. Вигляд формул для динамічного стиснення при переході до цієї системи координат не змінюється. Це випливає з інваріантності стоксових постійних C_{n0}, в тому числі і C_{20} а також з формули (4). Тому співвідношення для степеневих моментів є загальноприйнятими формулами, взятими, наприклад, з [7]. При цьому потреба приведення стоксових постійних в систему $Oy_1y_2y_3$ зникає, тільки для функції розподілу мас 2-го порядку необхідно враховувати доданки з многочленами W_{110}, W_{101}, W_{011} [7], а тому врахування значень S_{21}, C_{21}, S_{22} в обчисленнях, проведених в [8, 9], можна вважати обґрунтованим.

Для перевірки даного твердження обчислимо коефіцієнти розкладу до другого порядку включно

$$b'_{002} = \frac{7}{2}a_3^2\delta_C(5I_{002} - I_{000}), \qquad b'_{200} = \frac{7}{2}a_1^2\delta_C(5I_{200} - I_{000}), \qquad b'_{020} = \frac{7}{2}a_2^2\delta_C(5I_{020} - I_{000}),$$

$$b'_{110} = \frac{35}{2}a_1a_2\delta_C I_{110}, \qquad b'_{101} = \frac{35}{2}a_1a_3\delta_C I_{101}, \qquad b'_{011} = \frac{35}{2}a_2a_3\delta_C I_{011},$$

$$b'_{000} = \delta_C, \qquad b'_{001} = a_3\delta_C I_{001} = 0, \qquad b'_{010} = a_2\delta_C I_{010},$$

$$b'_{001} = a_1\delta_C I_{100} = 0.$$

За формулами [6], а також за величинами наведеними в даній роботі, обчислюємо значення функції модельного розподілу δ_2 [6] в планетарній системі координат та різниці $\Delta\delta_2$ в двох системах координат. Результати обчислень розміщаємо в табл. 5.

3. ВИСНОВКИ

Запропонований та апробований в роботі метод приведення величин з однієї системи координат в іншу дозволяє представляти динамічне стиснення в довільній системі координат.

Елементи матриці зв'язку визначають кутові характеристики: кути повороту та кути Ейлера.

Подані в статті дослідження підтверджують обґрунтованість використання методики побудови тривимірних моделей густини планет.

Приведений в роботі числовий приклад підтверджує можливість використання стоксових постійних гравітаційного поля без попереднього їх уточнення для побудови тривимірних моделей густини планет.

1. *Грушинский Н.П.* Теория фигуры Земли. — М.: Наука, 1976. — 518 с.
2. *Демидович Б.П., Марон И.А.* Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1969. — 658 с.
3. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика: основные задачи и методы. — М.: Наука, 1968. — 799 с.
4. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1973. — 831 с.
5. *Марченко А.Н.* Преобразование стоксовых постоянных при вращении координатной системы // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. — 1977. — №25. — С.46–55.
6. *Мещеряков Г.А., Фыс М.М.* Трехмерная и референцная плотностные модели Земли // Геофизический журнал. — 1986. — Т. 8, №4. — С.68–75.
7. *Мещеряков Г.А.* Задачи теории потенциала и обобщенная Земля. — М.: Наука, 1991. — 216 с.
8. *Мещеряков Г.А., Голикова А.В., Дейнека Ю.П.* О некоторых новых моделях Земли // Геофизический сборник АН УССР. — 1974. — №60. — С.72–80.
9. *Мещеряков Г.А., Дейнека Ю.П.* Об эллипсоидальном распределении плотности земных недр // Геофизический сборник АН УССР. — 1978. — №86. — С.46–53.
10. *Фис М.М.* Приведення фундаментальних сталих у загальну планетарну систему відліку і використання їх при побудові тривимірних функцій розподілу мас планет // Вісник геодезії та картографії. — 2008. — №4. — С.11–13.
11. *Фис М.М., Зазуляк П.М., Волос В.О., Покотило І.Я.* Про формули представлення динамічного стиску в довільній планетарній системі координат // Український міжвідомчий науково-технічний збірник «Геодезія, картографія і аерофотознімання». — 2003. — Вип. 64. — С.97–98.
12. *Marchenko A.N., Schwintzec P.* Estimation of the Earths tensor of inertia from recent global gravity field solutions // Journal of Geodesy. — Springer-Verlag, 2003. — P.495–509. https://doi.org/10.1007/s00190-002-0280-7

Алгоритм и основные формулы приведения фундаментальных постоянных к планетарной системе координат

Фыс М.М., Брыдун А.М., Юркив М.И.

Национальный университет «Львовская политехника», 79013, г. Львов, ул. Карпинского, 6

Описан один из алгоритмов приведения параметров гравитационного поля планеты и ее динамического сжатия в планетарную систему координат. На примере показана возможность его применения при построении трехмерных моделей распределения масс недр небесного тела, а также сделано сравнение значений плотности в двух системах координат, которое подтверждает их равенство.

Ключевые слова: гравитационное поле планеты; общепланетарная система координат; динамическое сжатие.

The algorithm and the basic formulas of the reduction of fundamental constants to the planetary coordinate system

Fys M.M., Brydun A.M., Yurkiv M.I.

Lviv Polytechnic National University, 79013, Lviv, Karpinskyi street 6

In this article one of the algorithms for the construction of parameters of the planet gravitational field and its dynamical ellipticity into a planetary coordinate system is presented. The example shows the possibility of its application in the construction of three-dimensional models of the distribution of the masses of the celestial body and a comparison of the density values in two coordinate systems is performed, which confirms their equality.

Keywords: planet's gravitational field; planetary reference system; dynamical ellipticity.

Надійшла до редакції	/ Received	12.07.2018
Виправлена авторами	/ Revised	11.11.2018
Прийнята до друку	/ Accepted	21.11.2018