

УДК 621.313

*А.В. КАЧУРА, А.М. СЪЯНОВ, Р.М. ПОЛЯКОВ***МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА НА БАЗЕ ВЕНТИЛЬНОГО РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Запропонована математична модель замкненої системи електропривода (ЕП) на базі вентильного реактивного двигуна (ВРД). У результаті об'єднання польової моделі ВРД і колової моделі системи керування отримана коло-польова модель ЕП на основі методу скінчених елементів. Модель враховує конструктивні особливості двигуна й дозволяє досліджувати ЕП у динамічних режимах роботи. На основі запропонованої моделі отримані електромагнітні й електромеханічні параметри серійного ВРД SRM-57-100-4 у режимі пуску.

**Ключові слова:** вентильний реактивний двигун, замкнена система електроприводу, система керування, метод скінчених елементів, динамічний режим роботи, режим пуску.

Предложена математическая модель замкнутой системы электропривода (ЭП) на базе вентильного реактивного двигателя (ВРД). В результате объединения полевой модели ВРД и цепной модели системы управления получена цепе-полевая модель ЭП на основе метода конечных элементов. Модель учитывает конструктивные особенности двигателя и позволяет исследовать ЭП в динамических режимах работы. На основе предложенной модели получены электромагнитные и электромеханические параметры серийного ВРД SRM-57-100-4 в режиме пуска.

**Ключевые слова:** вентильный реактивный двигатель, замкнутая система электропривода, система управления, метод конечных элементов, динамический режим работы, режим пуска

The distribution of switched reluctance motors (SRM) is due to their specific properties: high reliability due to the absence of sliding contacts, precise positioning, wide range of regulation. These properties allow the use of SRM in various adjustable electric drives in conjunction with semiconductor control systems. The complexity of the study of such systems is a correct representation of both the control system itself and the motor, taking into account their mutual influence and energy exchange. In addition, as a rule, SRM have a rather specific design, which limits the use of classical design methods for their calculation and causes the use of numerical methods. The paper presents a mathematical model of a closed electric system on the rotor position and speed based on the switched reluctance motor. As a result of the unification of the SRM field model constructed on the basis of the Laplace and Poisson equations and the circuit model of the control system, a circuit-field ED model is obtained on the basis of the finite element method. The model takes into account the design features of the motor and allows you to explore the ED in dynamic modes of operation. An algorithm for switching power inverter keys for four phases of the SRM is developed. From the obtained values of magnetic induction, tension tensors and the electromagnetic moment of the motor are calculated. Electromagnetic and electromechanical parameters of the serial SRM SRM-57-100-4 in the start-up mode are obtained for the proposed model.

**Keywords:** switched reluctance motor, closed-loop electric drive system, control system, finite element method, dynamic operation mode, start mode

**Введение.** Неотъемлемой частью высокотехнологичного оборудования являются электроприводы на базе вентильных реактивных двигателей. Данные ЭП находят применение в разнообразных устройствах: робототехнике, медицинском оборудовании, станках с числовым программным обеспечением, множительной и компьютерной технике. Распространение ВРД обусловлено их свойствами: прецизионное позиционирование, широкий диапазон регулирования, высокая надёжность. В связи с этим актуальной является задача исследования электромагнитных параметров и характеристик ВРД в составе систем управляемого ЭП.

**Постановка задачи.** При создании ЭП на базе ВРД возникает необходимость согласования электромеханической и схмотехнической части с учётом их взаимного влияния. К основным трудностям, возникающим при построении корректной модели “система управления - ВРД”, можно отнести: необходимость учёта взаимного энергообмена между двигателем и электронным коммутатором, явно выраженная зубчатая структура статора и ротора ВРД, нелинейность свойств материалов, несинусоидальность индукции в воздушном зазоре.

В работе рассмотрена цепе-полевая математическая модель ЭП на базе ВРД SRM-57-100-4

производства ТОВ “Електротехніка” (г. Николаев), применяемый в аппарате искусственной вентиляции легких серии “Бриз-Т”. Магнитная система ВРД выполнена с соотношением полюсов статора к ротору 8/6, статорный и роторный пакеты набраны из электротехнической стали марки 2211, толщина пластин 0,5 мм. Активная длина статора и ротора 28 мм. Конструктивные параметры двигателя приведены на рис. 1, его технические данные - в табл. 1.

Для расчета характеристик и электромагнитных параметров ВРД применен метод конечных элементов (МКЭ) [1], который позволяет корректно описать сложную геометрию двигателя с учетом нелинейных свойств материалов в стационарных и переходных режимах работы. При этом приняты следующие допущения:

- 1) модель преобразователя частоты представляется в виде идеального инвертора, который питается от источника постоянного напряжения бесконечной мощности;
- 2) модель двигателя является плоской и рассматривается в прямоугольной системе координат;
- 3) плотность тока в обмотке распределяется равномерно по всему сечению;
- 4) упрощены мелкие конструктивные детали (технологические канавки, крепежные выемки и отверстия).

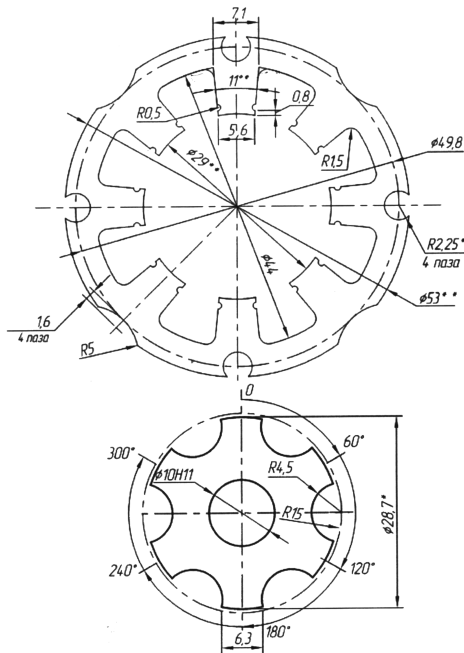


Рис. 1 – Пластины статора и ротора ВРД

Таблица 1 – Технические данные ВРД

Номинальный момент, Н·м	0,05
Номинальная мощность, Вт	21
Номинальное напряжение, В	24
Максимальная частота вращения, об/мин	4500
Максимальный момент, Н·м	0,1
Глубина регулирования	1:500
Момент инерции ротора, кг·м <sup>2</sup>	0,0000055
Масса, кг	0,75
Способ охлаждения	IC0040
Степень защиты	IP54

Целью работы является создание цепи-полевой модели замкнутой системы ЭП на базе ВРД SRM 57-100-4 для исследования переходных режимов работы с учетом энергообмена между коммутатором и двигателем.

**Результаты работы.** В преобразователе частоты электромагнитные процессы зависят от ряда факторов: соединения нагрузки, ее характера, алгоритма переключения вентиля, схемы инвертора. Рассмотрим модель однополярного преобразователя со звеном постоянного тока. При коммутации ключей инвертора в однополярном режиме график напряжения представляет собой знакопостоянную импульсную функцию с периодом коммутации 60 эл. град. (рис. 2).

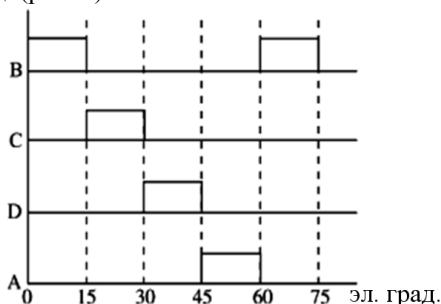


Рис. 2 – График коммутации ключей инвертора

Математически импульсная функция может быть описана уравнениями вида:

$$u(\theta) = \begin{cases} +u_{пБ}, & 0 < \theta < \frac{\pi}{12}; \\ +u_{пС}, & \frac{\pi}{12} < \theta < \frac{2\pi}{12}; \\ +u_{пD}, & \frac{2\pi}{12} < \theta < \frac{3\pi}{12}; \\ +u_{пА}, & \frac{3\pi}{12} < \theta < \frac{4\pi}{12}; \end{cases} \quad (1)$$

где  $u_{пк}$  – напряжение источника питания соответствующей фазной обмотки инвертора;

$\theta = \Omega \cdot t$  – время в угловых единицах, определяемых частотой  $\Omega$  выходного напряжения инвертора.

Основываясь на математической модели, рассмотренной в [2, 3], система уравнений, описывающая ВРД, может быть представлена как

$$\begin{cases} -\nabla\chi(\sqrt{\nabla\vec{A}}) = 0 - \text{воздушный зазор}; \\ -\nabla\chi(\sqrt{\nabla\vec{A}}) = 0 - \text{статор}; \\ -\nabla\chi(\sqrt{\nabla\vec{A}}) = \frac{N_w \cdot i_x}{S_w} - \text{паз статора}; \\ -\nabla\chi(\sqrt{\nabla\vec{A}}) = -v \left( \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \text{ротор}; \\ -\nabla\chi(\sqrt{\nabla\vec{A}}) = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} - v \left( \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \text{вал}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\nabla$  – оператор набла;

$v$  – удельное магнитное сопротивление стали;

$\vec{A}$  – векторный магнитный потенциал;

$x$  – индекс соответствующей фазной обмотки;

$i$  – ток в фазной обмотке;

$N_w, S_w$  – число витков и площадь поперечного сечения фазной обмотки;

$\sigma$  – удельная электрическая проводимость;

$v$  – скорость вращения ротора.

В прямоугольной двумерной системе координат система (2) трансформируется к виду:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = 0 - \text{зазор}; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = 0 - \text{статор}; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = \frac{N_w \cdot i_x}{S_w} - \text{паз статора}; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -v \left( \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \text{ротор}; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} - v \left( \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \text{вал}. \end{cases} \quad (3)$$

Система (3) должна быть дополнена уравнениями равновесия напряжения для каждой фазной обмотки

$$\{u_x\} = [r_x]\{i_x\} + \frac{N_w l}{S_w} \left\{ \int_{S_w} \frac{\partial A}{\partial t} dS_w \right\} + L_n \frac{d\{i_x\}}{dt} \quad (4)$$

и основным уравнением динамики вращательного движения

$$M - M_c = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (5)$$

где  $\{u_x\}$  – вектор фазных напряжений;

$[r_x]$  – матрица омических сопротивлений фазной обмотки двигателя;

$\{i_x\}$  – вектор токов в фазных обмотках;

$L_n$  – индуктивность лобовых частей;

$l$  – длина проводника;

$M$  – величина электромагнитного момента;

$M_c$  – статический момент сопротивления на валу;

$J$  – момент инерции ротора;

$\omega$  – угловая скорость вращения ротора.

Задача по решению (3) сводится к краевой задаче решения уравнений Пуассона относительно векторного магнитного потенциала  $\vec{A}$ . Приведем краевую задачу к вариационной и применим МКЭ [4, 5]. При этом система (3) трансформируется к виду

$$S \times A + N \times \frac{\partial A}{\partial t} = C \times i,$$

где  $S$ ,  $C$ ,  $N$  определены в [2].

Определив значения магнитной индукции в каждой точке поля области ВРД, электромагнитный момент, действующий на ротор, может быть вычислен через тензоры напряжений [6]:

$$\vec{M} = \oint_S [\vec{r} \vec{T}_n] dS = \bar{q}_x M_x + \bar{q}_y M_y + \bar{q}_z M_z,$$

где

$$M_x = \bar{q}_x \vec{M} = \oint_S (y T_{nz} - z T_{ny}) dS;$$

$$M_y = \bar{q}_y \vec{M} = \oint_S (z T_{nx} - x T_{nz}) dS;$$

$$M_z = \bar{q}_z \vec{M} = \oint_S (x T_{ny} - y T_{nx}) dS.$$

Здесь  $T_{nx}, T_{ny}, T_{nz}$  – компоненты тензора напряжений по осям системы координат.

Помимо инвертора напряжения и ВРД рассматриваемый электропривод включает систему управления (рис. 3), состоящую из: 1) задатчика скорости; 2) датчика положения ротора; 3) датчика скорости; 4) датчика тока обмотки статора; 5) силового IGBT коммутатора; 6) системы управления коммутатором; 7) обратной связи по положению ротора; 8) обратной связи по скорости.

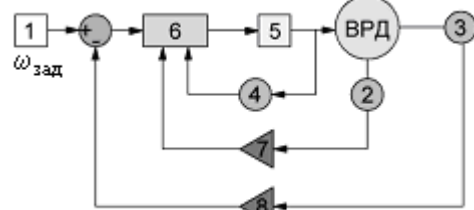


Рис. 3 – Система управления ВРД

Объединив полевую модель ВРД с цепной моделью системы управления (рис. 4), получим цепепольную модель замкнутой системы электропривода с обратной связью по скорости и положению ротора. Получая информацию о текущем положении ротора и его скорости на основе показаний соответствующих датчиков, система управления формирует знакопостоянные импульсы с последовательностью фаз B-C-D-A смещением 15 эл. град, поступающие на силовой инвертор. Инвертор подключает к источнику постоянного напряжения +24В соответствующую фазную обмотку ВРД.

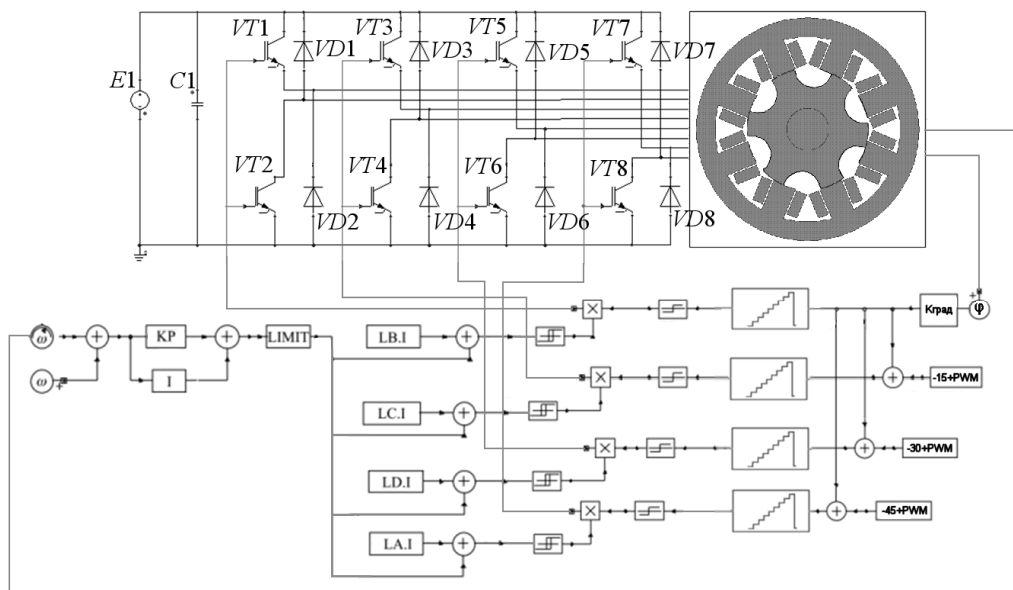


Рис. 4 – Структурная схема замкнутой системы ЭП на базе ВРД

На основе разработанной математической модели выполнен расчет режима пуска ВРД SRM 57-100-4 до скорости задания 157 рад/сек. В результате моделирования получены зависимости угла поворота ротора (рис. 5), электромагнитного момента (рис. 6), токов в фазных обмотках (7). На рис. 8 представлены графики распределения магнитной индукции в сечении ВРД для различных моментов времени.

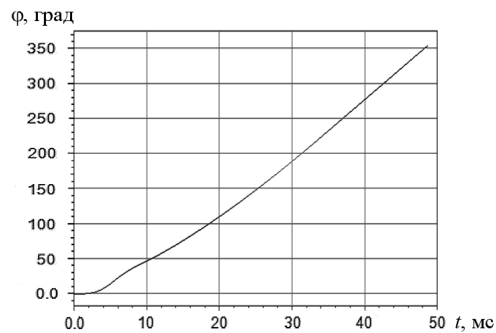


Рис. 5 – Зависимость угла поворота ротора ВРД

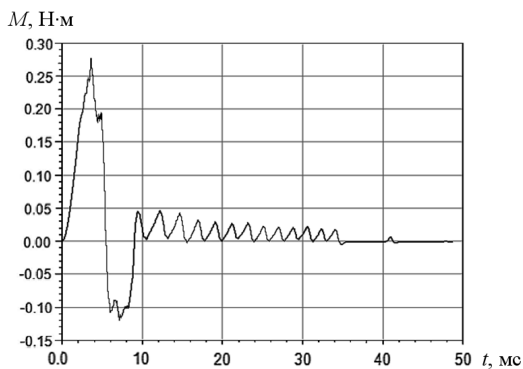


Рис. 6 – График переходного процесса электромагнитного момента

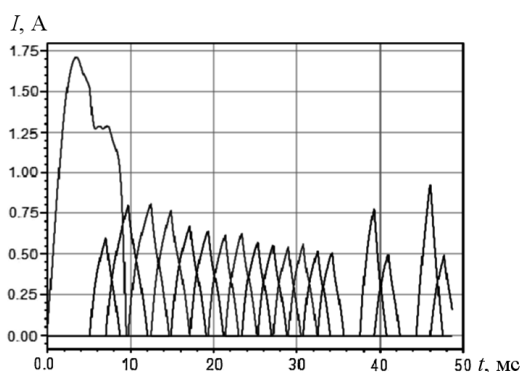


Рис. 7 – Графики переходных процессов токов в фазных обмотках ВРД

**Выводы.** На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы: 1) конечно-элементная модель ВРД может быть объединена с цепной моделью силового коммутатора и его системой управления, формируя тем самым замкнутую систему электропривода с обратными

связями по положению ротора и скорости ВРД; 2) из рис. 5-7, следует, что использование замкнутой системы ЭП позволяет обеспечить практически линейный характер изменения положения ротора. При этом наблюдается пятикратный бросок пускового момента на промежутке времени 10 мс. Дальнейший разгон двигателя сопровождается уменьшением пускового момента с последующей его стабилизацией на уровне 0,025-0,05 Н·м;

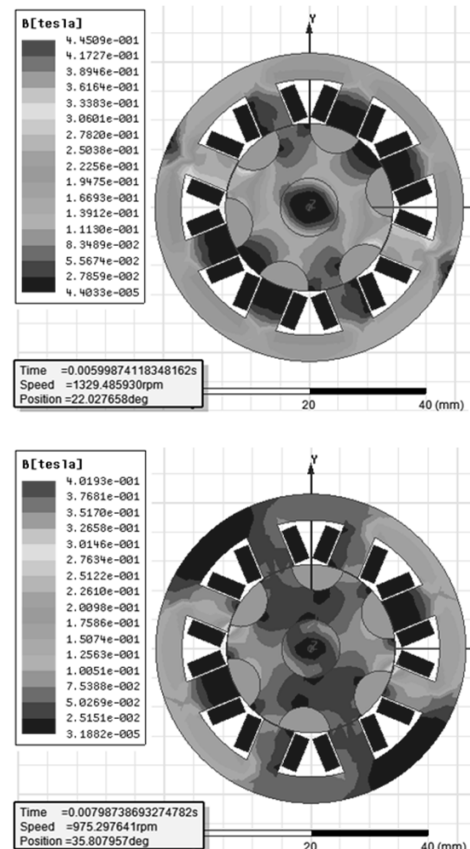


Рис. 8 – Распределение магнитной индукции в сечении ВР

3) установлено, что двигатель достигает требуемой скорости задания за 35 мс. При этом величина пускового тока возрастает до 1,7 А с последующим снижением до 0,5 А; 4) на промежутке времени 36-38 мс и 42-44 мс наблюдается снижение тока и электромагнитного момента до 0 А и 0 Н·м соответственно, что объясняется выключением определенных фазных обмоток двигателя инвертором на основе сигналов системы управления при увеличении скорости вращения ротора ВРД выше заданной.

#### Список литературы

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд – М.: Мир, 1979. – 392 с.
2. Качура А. В. Разработка математической модели вентильного реактивного двигателя на основе метода конечных элементов для систем точного позиционирования / А. В. Качура, А. М. Сьянов // Збірник наукових праць Дніпродзержинського

- державного технічного університету. Технічні науки. – 2015. – Вип. 1. – С. 87-93.
3. Качура А. В. Математическое моделирование вентильного реактивного двигателя с уменьшенным моментом инерции / А. В. Качура, Л. Ю. Мороз, А. М. Сьянов // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету. Технічні науки. – 2015. – Вип. 2. – С. 127-135.
  4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич – М.: Мир, 1975. – 541 с.
  5. Сильвестр П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестр, Р. Феррари. Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 229 с.
  6. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах: Учеб. пособие для вузов по спец. "Электромеханика" / А. В. Иванов-Смоленский – М.: Высш. шк., 1989. – 312 с.

## References (transliterated)

1. Segerlind L. *Primenenie metoda konechnykh elementov* [Application of the finite element method]. Moscow, Mir, 1979, 392 p.
2. A. V. Kachura, A. M. Sjanov. *Razrabotka matematicheskoy modeli ventily'nogo reaktivnogo dvigatelja na osnove metoda konechnykh elementov dlya sistem tochnogo pozicionirovaniya* [Development of a mathematical model of a switched reluctance motor based on the finite element method for precision positioning] *Zbirnik naukovih*

- prac' Dniprodzerzhyn'skogo derzhavnogo tehničnogo universitetu. Tehnichni nauki – Collection of scientific papers of Dniprodzerzhynsk state technical University. Engineering science.* 2015, Release 1, pp. 87-93.
3. Kachura A. V., Moroz L. Ju., Sjanov A. M. *Matematicheskoe modelirovanie ventily'nogo reaktivnogo dvigatelja s umen'shennym momentom inercii* [Mathematical modeling of switched reluctance motor with a reduced moment of inertia] *Zbirnik naukovih prac' Dniprodzerzhyn'skogo derzhavnogo tehničnogo universitetu. Tehnichni nauki – Collection of scientific papers of Dniprodzerzhynsk state technical University. Engineering science.* 2015, Release 2, pp. 127-135.
  4. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tehnike*. [Finite element method in engineering]. Moscow, Mir, 1975. 541 p.
  5. Silvestr P., Ferrari R. *Metod konechnykh elementov dlya radioinzhenеров i inzhenerov-elektrikov*. [Finite element method for radio engineers and electrical engineers] Per. s angl. Moscow, Mir, 1986. 229 p.
  6. Ivanov-Smolenskij A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinah: Ucheb. posobie dlya vuzov po spec. "Elektromehaniка"*. [Electromagnetic forces and energy conversion in electrical machines: Textbook for universities on spec. "Electrician"], Moscow, Vyssh. shk., 1989. 312 p.

Поступила (received) 15.04.2017

## Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Математическое моделирование замкнутой системы электропривода на базе вентильного реактивного двигателя на основе метода конечных элементов / А.В. Качура, А.М. Сьянов, Р.М. Поляков // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: "Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії". – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 1 (1223). – С. 52–56. – Библиогр.: 6 назв. – ISSN 2409-9295.**

**Математическое моделирование замкнутой системы электропривода на базе вентильного реактивного двигателя на основе метода конечных элементов / А.В. Качура, А.М. Сьянов, Р.М. Поляков // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: "Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії". – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 1 (1223). – С. 52–56. – Библиогр.: 6 назв. – ISSN 2409-9295.**

**Mathematical modeling of the closed loop system of the electric drive on the basis of the switched reluctance motor with finite element method / A. V. Kachura, A. M. Syanov, R. M. Polyakov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: "Electric machines and electromechanical energy conversion." – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No. 1 (1223). – P. 52–56. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2409-9295.**

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Качура Олексій Вікторович**, кандидат технічних наук, доцент, Дніпродзержинський державний технічний університет, доцент кафедри електротехніки та електромеханіки, тел. +38 (0569) 55-20-05, e-mail: fem@ukr.net

**Качура Алексей Викторович**, кандидат технических наук, доцент, Днепродзержинский государственный технический университет, доцент кафедры электротехники и электромеханики, тел. +38 (0569) 55-20-05, e-mail: fem@ukr.net

**Kachura Alexey Viktorovich**, Candidate of technical Sciences, Associate Professor, Dneprodzerzhinsk state technical University, Associate Professor at the Department of electrical engineering and electromechanics, tel. +38 (0569) 55-20-05, e-mail: [fem@ukr.net](mailto:fem@ukr.net)

**Сьянов Александр Михайлович**, доктор технічних наук, професор, Дніпродзержинський державний технічний університет, декан факультету електроніки та комп'ютерної техніки, тел. +38 (0569) 55-13-61, e-mail: alexandr.sianov@gmail.com

**Сьянов Александр Михайлович**, доктор технических наук, профессор, Днепродзержинский государственный технический университет, декан факультета электроники и компьютерной техники, тел. +38 (0569) 55-13-61, e-mail: alexandr.sianov@gmail.com

**Syanov Alexander Mikhailovich**, Doctor of technical Sciences, Professor, Dneprodzerzhinsk state technical University, Dean of the faculty of electronics and computer technology, tel. (0569) 55-13-61, e-mail: [alexandr.sianov@gmail.com](mailto:alexandr.sianov@gmail.com)

**Поляков Роман Михайлович**, аспірант, Дніпродзержинський державний технічний університет, аспірант кафедри апаратури радіозв'язку, радіомовлення і телебачення, тел. +38 (0569) 55-13-61

**Поляков Роман Михайлович**, аспірант, Днепродзержинский государственный технический университет, аспірант кафедри апаратури радіосвязи, радиовещания и телевидения, тел. +38 (0569) 55-13-61

**Polyakov Roman Mikhailovich**, Postgraduate student, Dneprodzerzhinsk state technical University, postgraduate student of the Department of equipment of radio communication, broadcasting and television, tel. +38 (0569) 55-13-61