

С. ДАРИЯ ЗАДЕ, аспирант, НТУ «ХПИ»

ЧИСЛЕННАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОНАПРАВЛЕННО АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ

Данная статья посвящена исследованию эффективных характеристик однонаправленно армированных композитов. Результаты получены при помощи ПК ANSYS. В результате численного исследования напряженного состояния представительской ячейки были определены эффективные упругие свойства однонаправленно армированного композита.

Ключевые слова: однонаправленный композит, эффективные упругие свойства.

Введение. Первые работы в области механики структурно-неоднородных сред были посвящены исследованиям эффективных механических характеристик микронеоднородных материалов по правилу механического смешивания [1, 2]. В 1946 году И. М. Лифшиц и Л. Н. Розенцвейг [3] предложили рассчитывать макроскопические свойства поликристаллов, решая стохастическую краевую задачу. Этот математический метод моделирования был развит впоследствии в трудах основоположников современной механики композитных материалов стохастической структуры В. А. Ломакина [4], Л. П. Хорошуна [5], Т. Д. Шермергора [6], Г. А. Ванина [7], М. Берана [8], Н. А. Алфутова [9] и многих других ученых. В настоящее время достигнуты значительные результаты прогнозирования эффективных линейно и нелинейно-упругих свойств, упругопластических и вязкоупругих характеристик, процессов деформирования и разрушения структурно-неоднородных материалов.

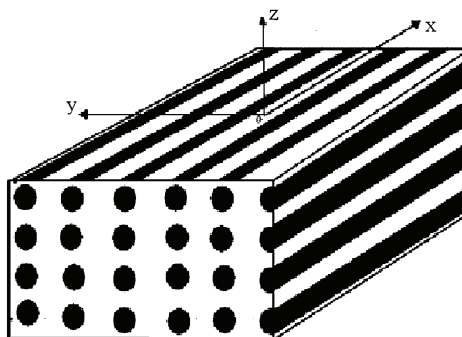


Рисунок 1 – Схема армирования композита

Рассмотрим композиционный материал, однонаправленно армированный волокнами, параллельными оси x (рис. 1).

В объемах, значительно превышающих радиус волокна, композит может рассматриваться как однородный ортотропный материал. Напряженное и деформированное состояния такого однородного материала характеризуется средними по объему V величинами:

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV; \quad \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV. \quad (1)$$

В системе ортогональных декартовых координат, совпадающей с плоскостями симметрии однородного ортотропного материала, закон Гука имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_x \rangle &= b_{11} \langle \varepsilon_x \rangle + b_{12} \langle \varepsilon_y \rangle + b_{13} \langle \varepsilon_z \rangle; \\ \langle \sigma_y \rangle &= b_{21} \langle \varepsilon_x \rangle + b_{22} \langle \varepsilon_y \rangle + b_{23} \langle \varepsilon_z \rangle; \\ \langle \sigma_z \rangle &= b_{31} \langle \varepsilon_x \rangle + b_{32} \langle \varepsilon_y \rangle + b_{33} \langle \varepsilon_z \rangle; \\ \langle \tau_{xy} \rangle &= b_{44} \langle \gamma_{xy} \rangle; \quad \langle \tau_{yz} \rangle = b_{55} \langle \gamma_{yz} \rangle; \quad \langle \tau_{zx} \rangle = b_{66} \langle \gamma_{zx} \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь b_{ij} – упругие постоянные эквивалентного однородного материала.

Матрица упругих постоянных является симметричной, то есть $b_{ij} = b_{ji}$. Для квадратной схемы армирования упругие свойства рассматриваемого композита одинаковы в направлениях z и y . Вследствие этого имеет место равенство:

$$b_{22} = b_{33}; \quad b_{21} = b_{31}; \quad b_{55} = b_{66}. \quad (3)$$

Целью настоящей работы является определение этих характеристик по известным упругим свойствам волокон и связующего. Материал волокон и связующего предполагается изотропным.

Для численного исследования выделяется минимальный представительский объем (рис 2), грани которого являются плоскостями симметрии геометрической структуры композита.

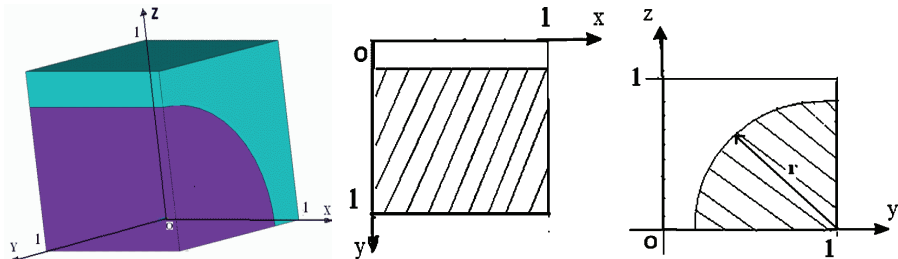


Рисунок 2 – Схема минимального представительского объема

Для нахождения эквивалентных упругих постоянных b_{ij} выполняется анализ напряженного состояния представительского объема в условиях, мо-

делирующих один из видов одноосного деформированное состояния или чистого сдвига в трех плоскостях.

Первый численный эксперимент моделирует одноосное растяжение осредненного материала в направлении оси x .

Средние значения компонентов тензора деформации при этом имеют значения

$$\langle \varepsilon_x \rangle = 10^{-3}; \quad \langle \varepsilon_y \rangle = 0; \quad \langle \varepsilon_z \rangle = 0; \quad \langle \gamma_{xy} \rangle = 0; \quad \langle \gamma_{yz} \rangle = 0; \quad \langle \gamma_{xz} \rangle = 0. \quad (4)$$

Граничные условия для структурного анализа представительского объема, соответствующие этому виду деформирования композита, следующие:

На грани $x = 1$:

$$u_x = 10^{-3}; \quad \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0.$$

здесь u_x – перемещение в направлении оси x .

На остальных гранях задаются условия симметрии относительно соответствующих в плоскостей.

Для численного анализа методом конечных элементов применен программный комплекс ANSYS. Для моделирования использовали элемент SOLID 95 с 20 узлами конечно-элементная имела 15436 элементов (рис. 3) [10].

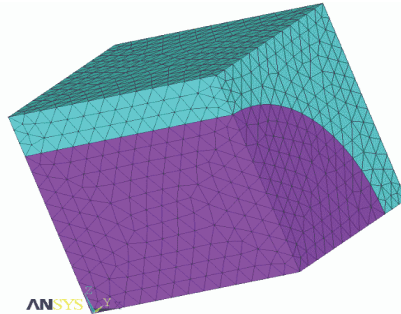


Рисунок 3 – Схема разбиения конструкции на КЭ

После завершения анализа в постпроцессоре вычислялись средние значения напряжений:

$$\langle \sigma_x \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \sigma_x dydz; \quad \langle \sigma_y \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \sigma_y dx dz; \quad \langle \sigma_z \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \sigma_z dx dy. \quad (5)$$

Результаты первого численного эксперимента позволяют определить на основе соотношений (2) три упругие характеристики эквивалентного материала

$$b_{11} = \frac{\langle \sigma_x \rangle}{\langle \varepsilon_x \rangle}; \quad b_{21} = \frac{\langle \sigma_y \rangle}{\langle \varepsilon_x \rangle}; \quad b_{31} = \frac{\langle \sigma_z \rangle}{\langle \varepsilon_x \rangle}. \quad (6)$$

Численный анализ представительского объема дает возможность исследовать его напряженно-деформированное состояние и оценить локальную

концентрацию напряжений. На рис. 4 представлены результаты для первого численного эксперимента.

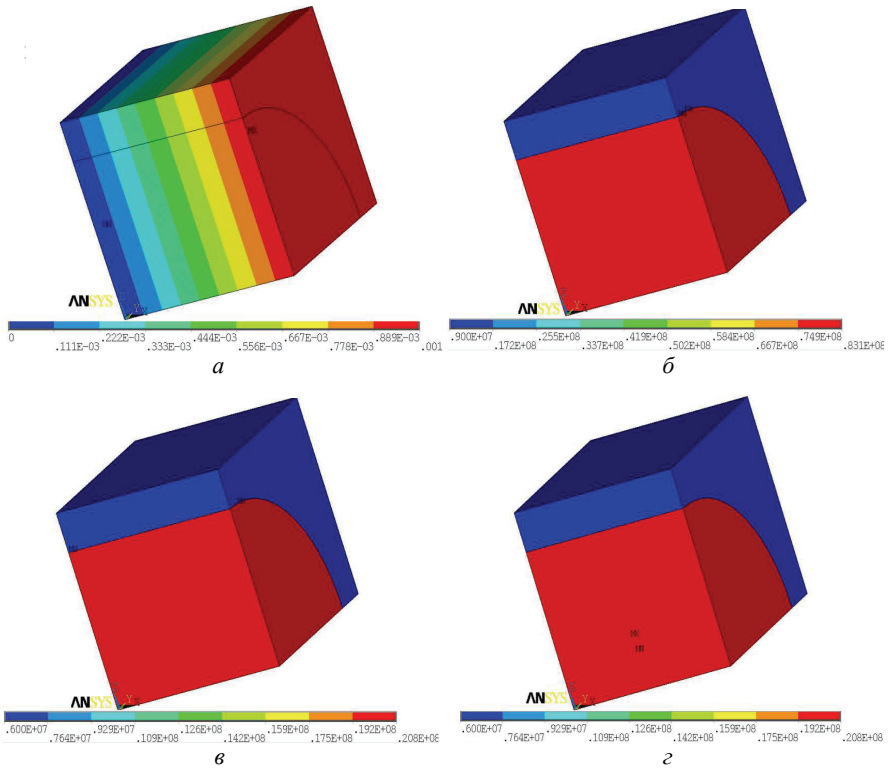


Рисунок 4 – Результаты для первого численного эксперимента: а – перемещение вдоль оси x при $u_x = 10^{-3}$; б-г – распределение нормальных напряжений σ_x , σ_y , σ_z .

Второй численный эксперимент моделирует одноосное деформирование в направлении оси y . Средние значения компонентов тензора деформации при этом имеют значение

$$\langle \varepsilon_x \rangle = 0; \quad \langle \varepsilon_y \rangle = 10^{-3}; \quad \langle \varepsilon_z \rangle = 0; \quad \langle \gamma_{xy} \rangle = 0; \quad \langle \gamma_{yz} \rangle = 0; \quad \langle \gamma_{xz} \rangle = 0. \quad (7)$$

Для структурного анализа представительского объема, граничные условия, соответствующие этому виду деформирования композита, являются следующими:

На грани $y = 1$:

$$u_y = 10^{-3}; \quad \tau_{xy} = \tau_{zy} = 0.$$

здесь u_y – перемещение в направлении оси y .

На остальных гранях задаются условия симметрии относительно соответствующих плоскостей. Средние значения напряжений вычислялись в

постпроцессоре после завершения анализа:

$$\langle \sigma_y \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \sigma_y dx dz ; \quad \langle \sigma_z \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \sigma_z dx dy . \quad (8)$$

Результаты второго численного эксперимента позволяют определить на основе соотношений (2) следующие упругие постоянные

$$b_{22} = \frac{\langle \sigma_y \rangle}{\langle \varepsilon_y \rangle} ; \quad b_{32} = \frac{\langle \sigma_z \rangle}{\langle \varepsilon_y \rangle} . \quad (9)$$

Третий численный эксперимент моделирует сдвиг материала в плоскости xy . Средние значения компонентов тензора деформации при этом имеют значение:

$$\langle \varepsilon_x \rangle = 0 ; \quad \langle \varepsilon_y \rangle = 0 ; \quad \langle \varepsilon_z \rangle = 0 ; \quad \langle \gamma_{xy} \rangle = 10^{-3} ; \quad \langle \gamma_{yz} \rangle = 0 ; \quad \langle \gamma_{xz} \rangle = 0 . \quad (10)$$

На грани $x = 1$:

$$u_y = 10^{-3} ; \quad \sigma_x = \tau_{xz} = 0 .$$

На гранях $y = 0, y = 1$:

$$u_x = 0 ; \quad \sigma_y = \tau_{yz} = 0 ,$$

здесь u_y – перемещение грани $x = 1$ в направлении оси y .

На грани $x = 0$ перемещение во всех направлениях равно нулю, на гранях $x = 1; z = 0; z = 1$ задаются условия симметрии относительно соответствующих в плоскостей.

После завершения анализа в постпроцессоре вычислялись средние значения напряжений:

$$\langle \tau_{xy} \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \tau_{xy} dy dz . \quad (11)$$

Результаты третьего численного эксперимента позволяют определить на основе соотношений (2) упругую характеристику эквивалентного материала

$$b_{44} = \frac{\langle \tau_{xy} \rangle}{\langle \gamma_{xy} \rangle} . \quad (12)$$

Четвертое численное исследование моделирует сдвиг материала в плоскости yz . Средние значения компонентов тензора деформации при этом имеют значение

$$\langle \varepsilon_x \rangle = 0 ; \quad \langle \varepsilon_y \rangle = 0 ; \quad \langle \varepsilon_z \rangle = 0 ; \quad \langle \gamma_{xy} \rangle = 0 ; \quad \langle \gamma_{yz} \rangle = 10^{-3} ; \quad \langle \gamma_{xz} \rangle = 0 . \quad (13)$$

На грани $z = 1$:

$$u_y = 10^{-3} ; \quad \sigma_z = \tau_{zx} = 0 .$$

На гранях $y = 0; y = 1$:

$$u_z = 10^{-3} ; \quad \sigma_y = \tau_{yx} = 0 ,$$

здесь u_y – перемещение грани $z = 1$ в направлении оси y .

На грани $z = 0$ перемещение во всех направлениях равно нулю; на гранях $x = 0; x = 1; z = 1$ задаются условия симметрии относительно соответст-

вующих плоскостей.

После завершения анализа в постпроцессоре вычислялись средние значения напряжений

$$\langle \tau_{yz} \rangle = \int_0^1 \int_0^1 \tau_{yz} dy dx . \quad (14)$$

Результаты четвертого численного эксперимента позволяют определить на основе соотношений (2) упругую характеристику эквивалентного материала

$$b_{55} = \frac{\langle \tau_{zy} \rangle}{\langle \gamma_{zy} \rangle} . \quad (15)$$

Для решения практических задач часто используется закон Гука в прямой форме

$$\langle \varepsilon \rangle = [A] \cdot \langle \sigma \rangle . \quad (16)$$

где $[A]$ – обратная матрица упругих постоянных $[A] = [B]^{-1}$.

На основе матрицы $[A]$ определяем упругие характеристики свойства, включая модули упругости, коэффициенты Пуассона и модули сдвига эквивалентного материала

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{E_x}; & a_{22} &= \frac{1}{E_y}; & a_{33} &= \frac{1}{E_z}; \\ a_{12} &= -\frac{\nu_{yx}}{E_y} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x}; & a_{13} &= -\frac{\nu_{zx}}{E_z} = -\frac{\nu_{xz}}{E_x}; & a_{23} &= -\frac{\nu_{zy}}{E_z} = -\frac{\nu_{yz}}{E_y}. \end{aligned}$$

$$G_{xy} = b_{44}; \quad G_{yz} = b_{55}; \quad G_{zx} = b_{66} . \quad (17)$$

Таблица 1 – расчет эффективных упругих постоянных

Параметр		Значение	Единица измерения
Модуль упругости	E_x	43840	МПа
	E_y	18050	
	E_z	18050	
Модуль сдвига	G_{xy}	4100	МПа
	G_{xz}	4900	
	G_{yz}	4900	
Коэффициент Пуассона	ν_{xy}	0,18	–
	ν_{xz}	0,18	
	ν_{yz}	0,33	

Численные расчеты. Механические свойства матрицы типа эпоксидного полимера следующие: $E_m = 4200$ МПа; $G_m = 1500$ МПа, $\nu_m = 0,4$, для волокна с модулем упругости $E_a = 74800$ МПа; $G_a = 31000$ МПа; коэффициент Пуассона $\nu_a = 0,2$ [3,6].

Для композита с постоянным радиусом $0 < r < 1$ для волокна коэффици-

ент объемного содержания определяется из соотношения (см. рис. 2):

$$\xi = \frac{1}{4} \pi r^2. \quad (18)$$

В табл. 1 даны упругие свойства при $\xi = 0,636$.

Выводы. Разработана методика нахождения эффективных упругих характеристик однонаправленно армированных волокнистых композитов.

Были определены эффективные упругие свойства стеклопластики с использованием программного комплекса ANSYS. Исследования проводились методом конечных элементов.

Список литературы: 1. *Voigt W.* Lehrbuch der Kristallphysic. – В.: Teubner, 1928. – 962 S. 2. *Reuss A.* Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle // *Z. Angew. Math. u. Mech.* – 1929. – Bd. 9, №. 4. – S. 49-64. 3. *Лифшиц И. М., Розенцвейг Л. Н.* К теории упругих свойств поликристаллов // *ЖЭТФ.* – 1946. – Т. 16, вып. 11. – С. 967-980. 4. *Ломакин В. А.* Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. – М.: Наука, 1980. – 512 с. 5. *Хорошун Л. П., Вецало Ю. А.* К теории эффективных свойств идеальнопластических композитных материалов // *Прикл. мех.* – 1987. – Т. 23, № 1. – С. 86-90. 6. *Шермергор Т. Д.* Теория упругости микронеоднородных сред. – М.: Наука, 1977. – 400 с. 7. *Ванин Г. А.* Микромеханика композиционных материалов. – К.: Наукова думка, 1985. – 304 с. 8. *Beran M.* Statistical continuum theories. – N.-Y.: Interci. Publ., 1968. – 493 p. 9. *Алфутов Н. А.* Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. 10. *Jahedmotlagh H. R., Nooban. M. R., Eshraghee. M. A.* ANSYS. – Tehran University, 2006.

Поступила в редколлегию 25.04.2013

УДК 539.3

Численная методика определения эффективных характеристик однонаправленно армированных композитов / С. Дария Заде // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 58 (1031). – С. 71-77. – Бібліогр.: 10 назв.

Стаття присвячена дослідженню ефективних характеристик однонаправленно армованих композитів. Результати отримані за допомогою ПК ANSYS. В результаті чисельного дослідження напруженого стану представницької комірки були визначені ефективні пружні властивості однонаправлено армованого композиту.

Ключові слова: однонаправлений композит, ефективні пружні властивості.

This paper is devoted to the study of effective characteristics of unidirectionally reinforced composites. The results were obtained using ANSYS software. As a result of numerical studies of stress state in a representative cell were determined the effective elastic properties of unidirectionally reinforced composite.

Keywords: unidirectional composite, effective elastic properties.