

**В. М. ДЕЕВ**, канд. техн. наук, доц., Пермский государственный педагогический университет, Россия

## О НЕКОТОРЫХ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМАХ

В статье рассмотрено комплексное число – кватернион, содержащее три мнимых единицы.

**Ключевые слова:** кватернион, мнимая единица.

В 1853 г. У.Р.Гамильтон изобрел новое комплексное число – кватернион, содержащее три мнимых единицы  $i, j, k$ , удовлетворяющие следующим зависимостям

$$i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = -1. \quad (1)$$

Кватернион Гамильтона имеет вид

$$K_{\Gamma} = A + \alpha i + \beta j + \gamma k, \quad (2)$$

где  $A$  – действительное число, состоящее из действительных единиц,  $\alpha, \beta, \gamma$  – действительные числа. Мнимая единица  $i$  уже была известна. Бомбелли Раффазле (1530–1579) уже использовал формулу  $i = \sqrt{-1}$  и развил элементарную теорию действий (арифметических) с мнимыми и комплексными числами, опередив математику своего времени. Однако до создания ТФКП было еще далеко. Заслуга Гамильтона заключалась в введении трех мнимых единиц. Вскоре он догадался, как перемножать введенные им мнимые единицы. Эти правила приведены в работе [1]. В 1847 г. Гамильтон ввел новый термин – вектор, который был комплексной составляющей кватерниона. Вектор Гамильтона может быть записан в виде

$$V_{\Gamma} = \alpha i + \beta j + \gamma k. \quad (3)$$

Мы говорим, что Гамильтон придумал новый термин. Однако ясно, что, наряду с кватернионом  $K_{\Gamma}$ , он создал еще новый математический объект – вектор  $V_{\Gamma}$ . Связь кватерниона  $K_{\Gamma}$  и вектора  $V_{\Gamma}$  следует из

$$K_{\Gamma} = A + V_{\Gamma}. \quad (4)$$

Правила умножения мнимых единиц, данные в [1], годятся только для вектора  $V_{\Gamma}$ . При умножении кватернионов Гамильтона через черную точку нужно к этим правилам прибавить еще следующие зависимости

$$A \cdot A = A^2; \quad i \cdot A = iA; \quad j \cdot A = jA; \quad k \cdot A = kA. \quad (5)$$

Мы вводим эту поправку, опираясь на утверждение Мартина Ома (1792–1872) – брата известного физика Георга Ома. М. Ом предложил считать мнимую единицу особым действительным числом. Кватернион и вектор явились самыми удачными комплексными структурами. Гамильтон сумел их внедрить в физику и технику.

В этой работе мы пытаемся расширить эти системы и вводим комплекс-

ные числа, которые называем  $n$ -кватернионами и  $n$ -векторами. Эти системы отличаются от кватернионов и векторов тем, что содержат  $n$  мнимых единиц, причем  $n > 3$ . Число  $n$  может быть целым натуральным числом 4, 5, 6, ... и т.д.

Рассмотрим для примера 4-кватернион и 4-вектор, которые имеют вид

$$4K_{\Gamma} = A + \alpha i + \beta j + \gamma k + \delta l; \quad (6)$$

$$4V_{\Gamma} = \alpha i + \beta j + \gamma k + \delta l. \quad (7)$$

В (6) и (7) фигурируют мнимые единицы  $i, j, k, l$  и действительное число  $A$ . Запишем систему умножения единиц. Эти правила следующие

$$i \cdot j = k; \quad j \cdot k = l; \quad k \cdot l = i; \quad l \cdot i = j. \quad (8)$$

$$j \cdot i = -k; \quad k \cdot j = -l; \quad l \cdot k = -i; \quad i \cdot l = -j. \quad (9)$$

Для каждого  $n$  мы получаем систему аналогично (8), (9), но содержащих в каждой части по  $n$  уравнений.

Рассматривая  $n$ -кватернионы (6), видим, что они образуют алгебру над действительными числами  $A, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  с образующими  $i, j, k, l$ , которые удовлетворяют уравнениям (8), (9) и уравнения имеем в виде

$$\left. \begin{aligned} A \cdot A &= A^2; \\ i \cdot A &= iA; \\ j \cdot A &= jA; \\ k \cdot A &= kA; \\ l \cdot A &= lA. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Расширение системы  $n$ -кватернионов приводит к  $n$ -мерной алгебре и позволяет решать задачи, связанные с технологией – многомерные задачи.

**Список литературы:** 1. Алексеев К.Б., Деев В.М., Машина И.В., Петрокас А.В. О некоторых числовых системах // Вісник НТУ «ХП». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХП», 2012. – Вип. 67 – С. 9-11. 2. Деев В.М., Машина И.В. Новая трактовка теории определителей // Вісник НТУ «ХП». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХП», 2012. – Вип. 55 – С. 64-66.

*Поступила в редколлегию 20.09.2013.*

УДК 539.3

**О некоторых комплексных числовых системах / В. М. Деев** // Вісник НТУ «ХП». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХП», 2013. – № 58 (1031). – С. 78-79. – Бібліогр.: 2 назв.

У статті розглянуто комплексне число – кватерніон, яке містить три уявних одиниці.

**Ключові слова:** кватерніон, уявна одиниця.

Quaternion, containing three imaginary units is considered in the article.

**Keyword:** quaternion, imaginary unit.