

*Є. І. ДРУЖИНІН*, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»;  
*А. С. БЕЛОМИТЦЕВ*, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ГІДРОМЕХАНІЧНИХ СИЛОВИХ ПЕРЕДАЧ НА БАЗІ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ**

В статтю представлено універсальний аналітичний алгоритм для моделювання динамічних процесів в силових передачах транспортних засобів з гідрооб'ємними приводами, оснований на використанні векторно-матричної форми запису загального варіаційного рівняння механіки в спеціальній системі комп'ютерної алгебри. Приведено деякі результати розв'язання задачі аналізу вказаного класу систем.

**Ключові слова:** загальне варіаційне рівняння механіки, векторно-матричні рівняння, силова передача, гідрооб'ємний привод, система комп'ютерної алгебри.

**Вступ.** Силові передачі (СП) транспортних машин з об'ємними гідроприводами (ОГ) і диференціальними механізмами (ДМ), що мають ряд переваг у порівнянні з чисто механічними СП, міцно увійшли в сучасну практику зарубіжного і вітчизняного машинобудування [1-6]. Зазвичай ОГ в поєднанні з ДМ використовуються в системах турбонадуву двигунів внутрішнього згоряння, а також для забезпечення більш високих якісних показників розвороту транспортних засобів [1]. Динамічні процеси, що мають місце в механічній частині СП і в рідині, як робочому тілі ОГ, характеризуються широкими частотними спектрами, які часто перетинаються, що призводить до додаткових труднощів моделювання, пов'язаних як з автоматизованою побудовою рівнянь руху гідромеханічних силових передач (ГМСП), так і з аналізом взаємовпливу рідини і різних вузлів СП.

**Постановка проблеми.** При розгляді класу дискретних моделей ГМСП, які описуються системами звичайних диференціальних рівнянь, зазначені вище труднощі можна усунути, якщо використовувати наведені в [3, 4] моделі інерційних, дисипативних і пружних характеристик об'ємної гідропередачі (ОГП), а також вираження моментів, що діють на ротори гідромашин (ГМ) ОГП з боку робочої рідини (РР). Необхідно зазначити, що ці моделі були отримані на основі інтегральних оцінок інерційних, дисипативних і пружних властивостей ОГП з урахуванням їх конструктивних особливостей. Крім того, достовірність отриманих результатів при використанні цих моделей гарантується, коли допустимо не брати до уваги вплив високочастотних хвиль тиску і швидкостей в магістралях ОГП на динаміку решти СП. Оскільки дискретні моделі ГМСП, як правило, мають велике число ступенів вільності та є структурно складними, то процес безпомилкового складання рівнянь їх руху

без застосування ЕОМ може виявитися проблематичним. Окрім того, слід зазначити, що у багатьох силових установках вимушені коливання є причиною втомних руйнувань елементів СП і вимагають спеціального розрахункового дослідження. Особливо актуальною є задача розрахунку таких коливань в установках, що містять потужне джерело збудження у вигляді поршневого двигуна внутрішнього згоряння, що характерно для колісних та гусеничних транспортних машин, сільськогосподарської техніки, суднових і тепловозних установок.

З урахуванням викладеного, розробка і реалізація аналітичних алгоритмів опису та розрахунків дискретних моделей ГМСП на основі спеціальної системи комп'ютерної алгебри є актуальною проблемою.

**Мета статті.** Метою статті є опис алгоритму складання рівнянь руху дискретних моделей СП, з використанням системи комп'ютерної алгебри, опис інерційних, пружних, дисипативних і силових властивостей ОГП, аналітичних і чисельних алгоритмів розрахунку динамічної поведінки ГМСП на прикладі СП з ОГП і ДМ.

**Опис алгоритму.** Аналітичний опис дискретних моделей ГМСП здійснюється у вихідних даних в формульному вигляді на макромові спеціальної системи комп'ютерної алгебри, що дозволяє автоматизувати побудову рівнянь руху в векторно-матричній формі загального рівняння механіки. при цьому вважається, що дискретна модель повністю визначається сукупністю її інерційних, дисипативних, пружних і силових елементів. введемо в розгляд вектори значень цих елементів

$$\vec{J} = \{J_1, J_2, \dots, J_i\}, \vec{D} = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}, \vec{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_l\}, \vec{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}, \quad (1)$$

вектори їх координат

$$\vec{\eta} = \{\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_i\}, \vec{\theta} = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}, \vec{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_l\}, \vec{\psi} = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_m\}, \quad (2)$$

а також вектор узагальнених координат  $\vec{\zeta} = \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n\}$ .

Крім того, вводяться векторні функції (структури)

$$\vec{f}_1 = \{f_{11}, f_{12}, \dots, f_{1i}\}, \vec{f}_2 = \{f_{21}, f_{22}, \dots, f_{2k}\}, \vec{f}_3 = \{f_{31}, f_{32}, \dots, f_{3l}\}, \vec{f}_4 = \{f_{41}, f_{42}, \dots, f_{4m}\}, \quad (3)$$

які дозволяють відповідно координати інерційних, дисипативних, пружних і силових елементів визначити через узагальнені координати:

$$\vec{\eta} = \vec{f}_1(\vec{\zeta}), \quad \vec{\theta} = \vec{f}_2(\vec{\zeta}), \quad \vec{\xi} = \vec{f}_3(\vec{\zeta}), \quad \vec{\psi} = \vec{f}_4(\vec{\zeta}), \quad (4)$$

використовуючи введені величини, можна визначити вектори різних сил (інерції, дисипації, пружності), необхідні для складання рівнянь руху на основі принципу Даламбера-Лагранжа (загального варіаційного рівняння механіки), який буде мати вигляд

$$\left( J \ddot{\vec{\eta}} + \left( D \dot{\vec{\theta}} + \delta \vec{\theta} \right) + \left( C \vec{\xi} + \delta \vec{\xi} \right) = \left( \vec{P} + \delta \vec{\psi} \right), \quad (5)$$

де  $J, D, C$  – симетричні матриці інерції, дисипації і пружності, розмірність

яких визначається відповідно розмірністю векторів  $\vec{J}, \vec{D}, \vec{C}$ . При цьому:

$$\delta \vec{\eta} = \frac{\partial \vec{f}_1(\vec{\zeta})}{\partial \vec{\zeta}} \delta \vec{\zeta}, \quad \delta \vec{\theta} = \frac{\partial \vec{f}_2(\vec{\zeta})}{\partial \vec{\zeta}} \delta \vec{\zeta}, \quad \delta \vec{\xi} = \frac{\partial \vec{f}_3(\vec{\zeta})}{\partial \vec{\zeta}} \delta \vec{\zeta}, \quad \delta \vec{\psi} = \frac{\partial \vec{f}_4(\vec{\zeta})}{\partial \vec{\zeta}} \delta \vec{\zeta}; \quad \ddot{\eta} = \ddot{f}_1(\vec{\zeta}), \quad \dot{\theta} = \dot{f}_2(\vec{\zeta}). \quad (6)$$

Ввівши позначення для структурних матриць інерції, дисипації, пружності і силових впливів

$$\frac{\partial \vec{f}_j(\vec{\zeta})}{\partial \vec{\zeta}} = S_j,$$

запишемо (5) у вигляді

$$\left( J \ddot{\eta}, S_1 \delta \vec{\zeta} \right) + \left( D \dot{\theta}, S_2 \delta \vec{\zeta} \right) + \left( C \vec{\xi}, S_3 \delta \vec{\zeta} \right) = \left( \vec{P}, S_4 \delta \vec{\zeta} \right). \quad (7)$$

Скориставшись властивістю спряженості матриць  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , будемо мати

$$\left( S_1^T J \ddot{\eta}, \delta \vec{\zeta} \right) + \left( S_2^T D \dot{\theta}, \delta \vec{\zeta} \right) + \left( S_3^T C \vec{\xi}, \delta \vec{\zeta} \right) = \left( S_4^T \vec{P}, \delta \vec{\zeta} \right). \quad (8)$$

Для голономних систем варіації узагальнених координат  $\delta \vec{\zeta}$  – довільні, отже, з (8) отримаємо систему диференціальних рівнянь у векторно-матричній формі

$$S_1^T J \ddot{\eta} + S_2^T D \dot{\theta} + S_3^T C \vec{\xi} = S_4^T \vec{P}. \quad (9)$$

Замінімо вектори координат векторними функціями, що визначають структури

$$S_1^T \vec{f}_1 + S_2^T D \dot{f}_2 + S_3^T C \vec{f}_3 = S_4^T \vec{P}. \quad (10)$$

Рівняння (10) є узагальненою математичною моделлю динамічних процесів, що мають місце в дискретних моделях ГМСП. Для широкого класу систем, у тому числі і для ГМСП, структури  $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$  є постійними і лінійними. З урахуванням цього рівняння (10) набуде вигляду:

$$S_1^T J S_1 \ddot{\zeta} + S_2^T D S_2 \dot{\zeta} + S_3^T C S_3 \zeta = S_4^T \vec{P}. \quad (11)$$

### **Модель інерційних, пружних і дисипативних властивостей ОГП.**

Оскільки на основних (сталих) режимах роботи СП з двигунами внутрішнього згорання крутильні коливання серед усіх можливих є найбільш інтенсивними, то інерційні властивості ОГП доцільно моделювати моментами інерції зосереджених мас ГМ. При цьому вони усереднюються за один оборот роторів насоса і гідромотора, оскільки для широкого ряду моделей ГМ змінна складова не перевищує 1-2 % від середнього за оборот значення. Визначення пружних властивостей ОГП зводиться до обчислення моментів, що діють з боку стисливої рідини на зосереджені маси роторів насоса і гідромотора. При цьому передбачається, що РР підпорядковується закону Гука, порожнини стиснення, що включають в себе магістралі високого та низького тисків, а

також прийомні і віддаючі камери ГМ, в будь-який момент часу є замкнутими і розділені між собою перемичками розподільників об'ємних ГМ, а рівняння нерозривності потоку РР завжди має місце. З урахуванням наведених зауважень, моменти, що діють з боку стисливою РР, на ротори ГМ мають вигляд

$$\begin{cases} M_H = C_G (tg \gamma_H \cdot \alpha_H - tg \gamma_M \cdot \alpha_M) tg \gamma_H \\ M_M = C_G (tg \gamma_M \cdot \alpha_M - tg \gamma_H \cdot \alpha_H) tg \gamma_M, \end{cases} \quad (12)$$

де  $\gamma_H, \gamma_M$  – кути нахилу шайби насоса і опорного диску гідромотора;  $\alpha_H, \alpha_M$  – узагальнені координати, що визначають кутові переміщення роторів ГМ при крутильних коливаннях;  $C_G$  – еквівалентна жорсткість РР, що визначається за формулою

$$C_G = [2r^4 R^2 z^2 (\chi_1 + \chi_2)] / V_0, \quad (13)$$

тут  $r, R, z$  – відповідно радіус плунжера, радіус рознесення осей циліндрів і кількість плунжерів ГМ;  $V_0$  – сумарний об'єм РР в порожнинах стиснення (високого і низького тиску).

Переходячи до питання визначення демпфуючих характеристик, необхідно відзначити, що серед різних видів втрат потужності в ОГП (механічних, об'ємних, гідравлічних) враховувалися лише втрати, пов'язані з тертям рухомих частин ГМ (плунжер-циліндр; ротор-розподільний диск; під'ятники-упорний диск), оскільки саме вони виявляються істотними при крутильних коливаннях. Крім того, брався до уваги той факт, що ОГП мають слабкі дисипативні характеристики в порівнянні з іншими вузлами СП, і що важливими є не залежності зміни моментів сил тертя на періоді, а тільки їх інтегральні оцінки за цикл коливань. Таким чином, дисипативні властивості ОГП фактично оцінювалися величиною коефіцієнта еквівалентного в'язкого тертя, що визначався з умови рівності роботи сил тертя в парах ГМ і роботи сил еквівалентного в'язкого тертя

$$\beta = 4(M_1 + M_2 + M_3) / \Phi \omega_B \pi, \quad (14)$$

де  $\Phi$  – амплітуда коливань ротора ГМ;  $\omega_B$  – частота впливу, що обурює;  $M_1, M_2, M_3$  – відповідно, приведені до валу ГМ моменти сил тертя в парах: плунжер-циліндр, ротор-розподільний диск, під'ятники-упорний диск. Вирази моментів складним чином залежать від конструктивних параметрів ГМ і режимів роботи ОГП [4]. Як приклад розглянемо розрахунок різних видів руху системи турбонаддуву ДВС транспортного засобу, що включає в себе ОГП, ДМ і три роликівих механізму вільного ходу. Модель системи наведена на рис. 1.

Модель представлена 21 ступенями вільності. За узагальнені координати обрані кути повороту наведених мас окремих інерційних елементів ГМСП. Інерційних елементів – 34, пружних – 20, дисипативних – 14, силових – 12. На рисунку наведені співвідношення між кутами повороту 4-х ланок ДМ ( $\Phi_1$  – водило;  $\Phi_2$  – епіцикл;  $\Phi_C$  – сателіт;  $\Phi_{Ц}$  – центральна шестерня). Пунктиром

позначений кінематичний зв'язок між цими ж ланками.  $Z_E, Z_C$  – кількість зубів епіциклу і сателіта. Виключно, з метою економії, значення конструктивних параметрів ГМСП не наводяться. У таблиці наведено частотний спектр ГМСП.

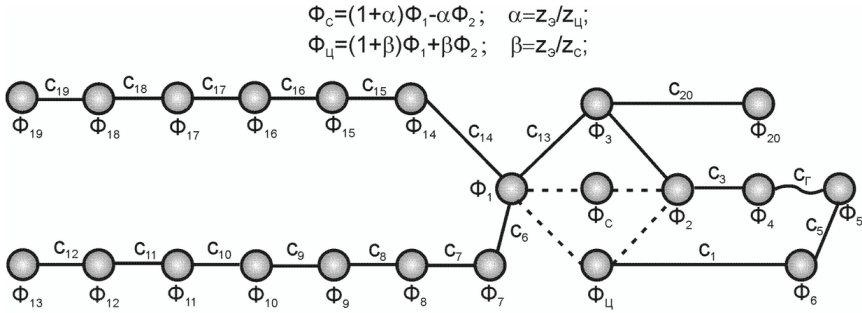


Рисунок 1 – розрахункова схема системи турбонадува двигуна

Таблиця 1 – Власні частоти розрахункової схеми ГМСП.

№	рад/с	Гц	Власні значення
1	0	0	0
2	11,9527	1,90234	1.42868e+02
3	95,4981	15,19899	9.11989e+03
4	203,8386	32,44192	4.15502e+04
5	325,8327	51,85788	1.06167e+05
6	409,9413	65,24418	1.68052e+05
7	1784,6954	284,04309	3.18514e+06
8	2009,1658	319,76866	4.03675e+06
9	2663,8317	423,96198	7.09600e+06
10	2886,8885	459,46257	8.33413e+06
11	4030,5435	641,48092	1.62453e+07
12	4268,9538	679,42509	1.82240e+07
13	5152,6715	820,07314	2.65500e+07
14	6515,2527	1036,93467	4.24485e+07
15	7354,7227	1170,54048	5.40919e+07
16	8391,6513	1335,57279	7.04198e+07
17	9107,5183	1449,50656	8.29469e+07
18	9734,4314	1549,28288	9.47592e+07
19	10253,7835	1631,94034	1.05140e+08
20	10463,7612	1665,35931	1.09490e+08
21	14513,2252	2309,85153	2.10634e+08

На рис. 2 наведена частина скелетних кривих ГМСП.

На рис. 3 та 4 наведені АЧХ 1-го інерційного і 1-го пружного елементів ГМСП.

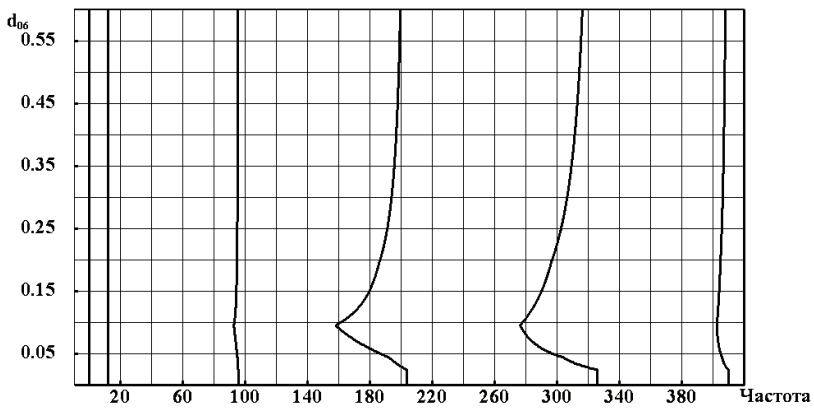


Рисунок 2 – Скелетні криві ГМСП.

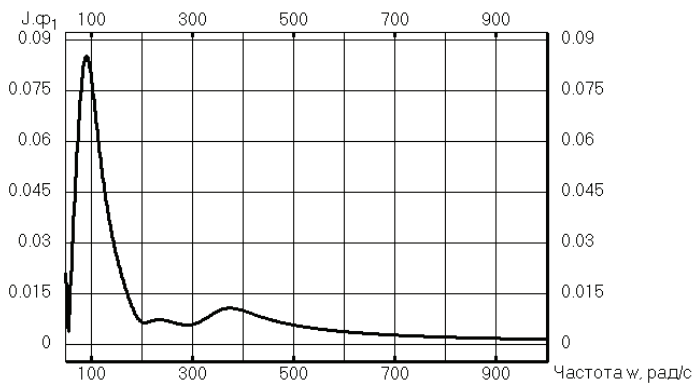


Рисунок 3 – АЧХ 1-го інерційного елемента ГМСП

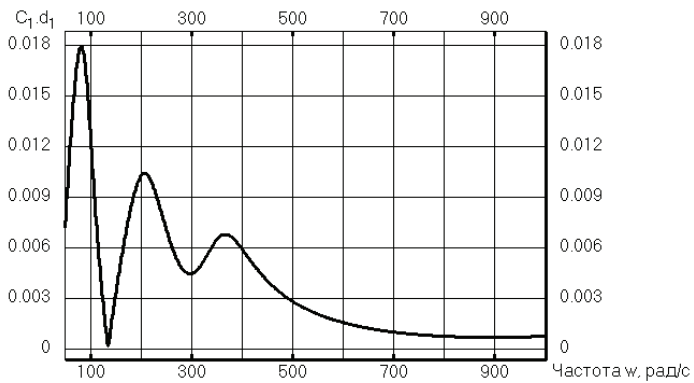


Рисунок 4 – АЧХ 1-го пружного елемента ГМСП

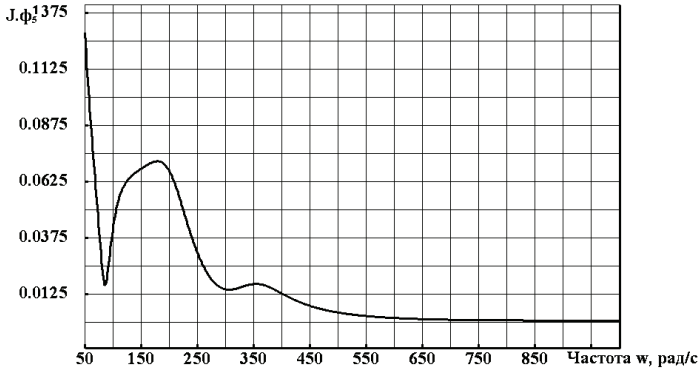


Рисунок 5 – АЧХ 5-го інерційного(гідромотор) елемента ГСМП

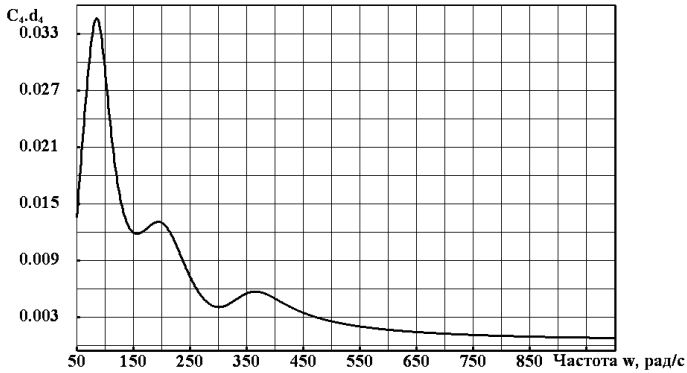


Рисунок 6 – АЧХ 4-го пружного(гідроб'ємний зв'язок) елемента ГСМП

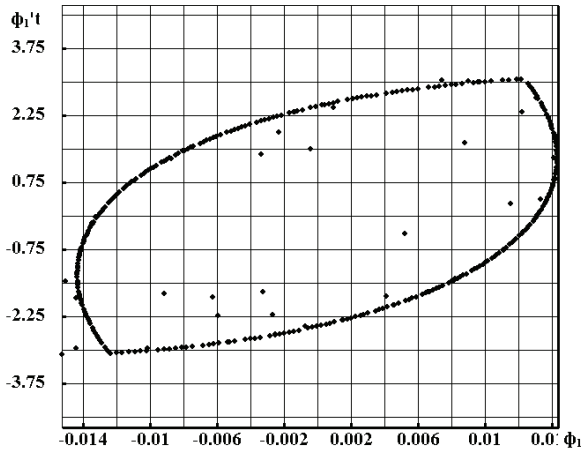


Рисунок 7 – Стробоскопічний портрет 1-го інерційного елемента ГСМП

На рис. 5 і 6 наведені АЧХ 5-го інерційного і 4-го пружного елементів ГМСП.

На рис. 7 наведено стробоскопічний портрет 1-го інерційного елемента ГСМП.

**Висновки.** У статті демонструється універсальність наведеного методу аналітичного і чисельного моделювання динаміки дискретних систем із застосуванням системи комп'ютерної алгебри на прикладі силової передачі транспортного засобу з об'ємним гідроприводом і диференціальними механізмами

**Список літератури:** 1. *Александров Е.Е.* Автоматизированное управление гидрообъемными трансмиссиями и механизмами поворота гусеничных машин. – Х.: ХГПУ, 1995. – 176 с. 2. *Вейц В.Л.* Динамические расчеты приводов машин / *Вейц В.Л., Кочура А.Е., Мартыненко А.М.* – Л.: Машиностроение, 1971. – 352 с. 3. *Дружинин Е.И.* Динамические модели силовых цепей машин с гидрообъемными передачами / *Дружинин Е.И., Штейнвольф Л.И.* // Теория механизмов и машин. – 1984. – Вып. 36. – С. 95-101. 4. *Дружинин Е.И.* Определение демпфирующих характеристик аксиально-плунжерных гидрообъемных машин. / *Дружинин Е.И., Штейнвольф Л.И.* // Теория механизмов и машин. – 1984. – Вып. 37. – С. 47-53. 5. *Пасынков Р.М.* Расчет гидрообъемных трансмиссий с учетом динамических нагрузок / *Пасынков Р.М., Гайцгори М.М.* // Вестник машиностроения. – 1967. – № 10. – С. 47-51. 6. *Беломытцев А.С.* Исследование вынужденных нелинейных колебаний привода распределительного вала топливных насосов дизеля с антивибратором / *Беломытцев А.С., Дружинин Е.И., Ларин А.А.* // Вестник НТУ «ХПИ». – 1999. – Вып. 29. – С. 27-33.

*Надійшла до редколегії 27.12.2013*

УДК 621.01

**Дослідження динаміки гідромеханічних силових передач на базі системи комп'ютерної алгебри / Є. І. Дружинін, А. С. Бєлємітєв // Вісник НТУ «ХП». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХП», 2013. – № 63 (1036). – С. 47-54. – Бібліогр.: 6 назв.**

У статті наведено універсальний аналітичний спосіб моделювання динамічних процесів в силових передачах транспортних засобів з гідрооб'ємними приводами, заснований на використанні векторно-матричної форми запису загального варіаційного рівняння механіки та спеціальної системи комп'ютерної алгебри. Представлені деякі результати вирішення задачі аналізу зазначеного класу систем.

**Ключові слова:** загальне варіаційне рівняння механіки, векторно-матричні рівняння, силова передача, гідрооб'ємний привод, система комп'ютерної алгебри.

An analytical method of universal simulation of dynamic processes in the power transmissions of transport vehicles with hydrostatic drive, based on the use of vector-matrix forms of the general variational equations of mechanics and special computer algebra system are present. Some results of solving the problem of analysis of this class of systems.

**Keywords:** variational equations of mechanics, vector-matrix equations, power transmission, hydrostatic drive, special computer algebra system.