УДК 624.04:539.3

Д. В. БРЕСЛАВСКИЙ; А. А. ЧУПРЫНИН; Н. В. СЕРЕДА

ПОЛЗУЧЕСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Статья посвящена описанию расчетного метода оценивания ползучести железобетонных конструкций. Рассмотрены уравнения, описывающие ползучесть, их применение для различных режимов нагружения и сортов бетона. Приведена методика проведения расчетов, позволяющая определять напряженно -деформированное состояние железобетонных конструкций при кратковременном и длительном нагружении на основе метода конечных элементов (МКЭ). Рассмотрен пример расчета ползучести железобетонной плиты безбалочного перекрытия, приведены данные о релаксации напряжений через десять лет эксплуатации.

Ключевые слова: ползучесть, железобетонная конструкция, изохрона, МКЭ, тонкая пластина.

Введение. Одной из наиболее важных задач при конструировании является обеспечение надежности конструкций на весь период эксплуатации. Двумя определяющими факторами надежности являются период и условия эксплуатации, описываемые набором параметров. При достижении временем использования конструктивных элементов критического значения, начинается период интенсивного износа. При этом интенсивность отказов возрастает до среднего значения долговечности [1].

Кратковременные испытания позволяют оценить качество строительных конструкций, их прочность, деформируемость, выявить ошибки при возведении и проектировании. Длительные испытания дают возможность оценить износ конструкции в период эксплуатации. При исследовании железобетонных конструкций необходимо учитывать ряд особенности данного материала. Железобетон – физически нелинейный, комплексный, неоднородный материал, характеризующийся малой трещиностойкостью, особенно при растяжении.

Существующие и используемые нормативные документы, предписывая методику учета особенностей эксплуатации железобетона, приводят расчетные соотношения только для линейных элементов (брус, стержень, балка) только для наиболее характерных режимов работы. В настоящее время лишь для небольшой части новых железобетонных сооружений для анализа прочности возможно использование линейных и приводимых к ним расчетных схем.

Для большей их части, включающей тонкостенные пространственные конструкции, в которых реализуется сложное напряженное состояние, необходимо использовать полную постановку задачи, так как простейшие методики расчета, основанные на базовых гипотезах о характере распределения напряжений и деформаций в сечениях, не дают адекватного описания реального объекта [2]. Это требует отказа от отраслевых методик расчета.

Для феноменологических методов основой являются опытно-статистический анализ параметров системы и расчетная оценка деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций. В результате получаемых обобщенных результатов формулируются новые гипотезы, необходимые для построения прикладной теории и описывающие новые модели и методы решения задач [3]. В большинстве экспериментальных исследований для длительного деформирования бетона мгновенные деформации и деформации ползучести определяются отдельно. Это обуславливает гипотезу об аддитивности деформаций.

Исходя из необходимости экспериментального изучения ползучести и учитывая наследственный по времени характер деформирования бетона, важнейшее значение уделяется выбору эталонных режимов нагружения и построению связей между напряжениями, деформациями и временем. При этом оценка достоверности полученных уравнений при любых возможных режимах нагружения [4] требует сравнения получаемых результатов с экспериментально полученными эталонными значениями.

Как правило, для бетона в теориях деформирования в виде эталонного режима принимаются нагружение с постоянными по времени напряжениями:

$$\sigma = \text{const}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0 . \qquad (1)$$

По опытным данным строятся кривые ползучести, которые соответствуют постоянным по времени фиксированным напряжениям при однородном напряженно-деформированном состоянии исследуемых элементов. Кроме того, устанавливаются соотношения для изохрон σ-ε, соответствующим разным моментам времени. В расчетах наиболее часто используется выражение:

$$S_n = \sigma S_n^0 ,$$

где S_n - функция напряжений; $S^0{}_n$ - функция, определяющая характер нелинейной зависимости.

Традиционно при неубывающих режимах нагружения для описания линейной ползучести используется принцип суперпозиции. Затем Б. Персоц [5] показал, что принцип аддитивности деформаций справедлив и для нелинейной ползучести тоже. А.А. Гвоздев обосновал [6] его справедливость при любых режимах нагружения: и для убывающих режимов, и для ступенчатого нагружения. Для ступенчатого нагружения с использованием гипотезы об аддитивности деформаций можно получить кривую ползучести ε_n для режимного нагружения [7], и следующее выражение для деформаций бетона:

$$\varepsilon_n(t,t_0) = \sum_{i=0}^{n} \Delta\varepsilon_{ni}(t,t_i), \qquad (2)$$

где

$$\Delta\varepsilon_{ni}(t,t_i) = \frac{1}{E^M(t)} S_M\left[\Delta\sigma(t)\right] + C_0^*(t,t_i) S_n\left[\Delta\sigma(t_i)\right], \qquad (3)$$

где S_n – функция напряжения; $C_0^*(t,t_i)$ – мера ползучести i-того этапа (деформация ползучести в момент времени t от действия единичного напряжения, приложенного в момент времени t_i).

Решение задачи ползучести железобетонных плит. Перейдем от малых приращений к дифференциалам в выражении (3) и проинтегрируем его по частям. После приведения подобных слагаемых получаем:

$$\Delta\varepsilon_{ni}(t,t_0)=\frac{1}{E^M(t)}S_M\left[\Delta\sigma(t)\right]+C_0^*(t,t_i)S_n\left[\sigma(t_i)\right]- \\ -\int_{t_0}^{t}S_n\left[\sigma(\tau)\right]\frac{d}{d\tau}C_0^*(t,\tau)d\tau. \quad (4)$$

Первое слагаемое в правой части - мгновенная деформация; второе - деформация неустановившейся ползучести (кратковременная ползучесть), третье – деформация установившейся ползучести.

Используя выражение (4), можно получить соотношения для деформаций ползучести при разных режимах нагружения. Например, при отсутствии неустановившейся ползучести ($C_0^*(t,t_i)=0$):

$$\varepsilon(t,t_0)=\frac{1}{E^M(t)}S_M\left[\sigma(t)\right]-\int_{t_0}^{t}S_n\left[\sigma(\tau)\right]\frac{d}{d\tau}C_0^*(t,\tau)d\tau. \quad (5)$$

Для линейной постановки:

$$\varepsilon(t,t_0)=\frac{\sigma(t)}{E^M(t)}-\int_{t_0}^{t}\sigma(\tau)\frac{d}{d\tau}C_0^*(t,\tau)d\tau. \quad (6)$$

Следуя подходу Ю.Н. Работнова [8], используют квазилинейное представление неравновесного деформирования твердых тел. В работе С.В. Бондаренко [9] отмечается точность применения этого подхода в большинстве случаев при решении нелинейных задач ползучести железобетона. В этой же работе предложено реологическое уравнение для оценки сопротивления строительных конструкций режимным нагружениям в виде:

$$\varepsilon(t,t_0)=S_0\sigma(t)\left\{\sigma(t)\left[\frac{1}{E^M(t)}+C_0^*(t,t_i)\right]\right\}- \\ -\int_{\tau_0}^{\tau}\sigma(\tau)\frac{d}{d\tau}C_0^*(t,\tau)d\tau. \quad (7)$$

В этом выражении структура единой функции нелинейности повторяет структуру частных функций, а ее параметры вычисляются с помощью несложных процедур. Предложенная модель может быть обобщена на случай воздействий, при которых в бетоне развиваются длительные деформации при сложном напряженном состоянии, если предположить, что характер их развития тот же, что и при одноосном растяжении-сжатии, а модуль упругости при сдвиге не зависит от времени. Рассматривая случаи ползучести при постоянных напряжениях, длительность действия нагрузки учтем, используя изохроны, которые представляют собой пучок кривых, выходящих из начала координат, каждая из которых соответствует моменту времени t. Метод изохронных кривых был впервые предложен в работах Ю.Н. Работнова для металлов. Для бетонов он впервые использован в работах П.И. Васильева [5].

В произвольный момент времени деформации можно представить в виде [1]:

$$\varepsilon(\sigma,t)=\frac{\sigma(t)}{E(t)}\left(1+C_0^*(t,\tau)\right), \quad (8)$$

где t – момент времени, в который определяется деформация; τ – момент приложения нагрузки; $C_0^*(t,\tau)$ – мера ползучести (деформация ползучести в момент времени t от действия единичного напряжения, приложенного в момент времени τ), которую можно определить следующим образом:

$$C_0^*(t,\tau)=\xi\cdot\theta(\tau)\cdot\left(1-e^{-\phi(t-\tau)}\right), \quad (9)$$

где $\xi=\left[1{,}3-0{,}79\cdot e^{-0{,}404m_0}\right];$

$\cdot\left[1{,}27-0{,}01334\cdot(\Phi-40)\right]\cdot\left[1+0{,}0482\cdot e^{(T-20)}\right]$ - параметр, характеризующий условный возраст бетона (m_0 - часть конструкции (в %), которая контактирует с воздухом, Ф – относительная влажность воздуха, Т – средняя температура эксплуатации); $\theta(\tau)=A_1/\tau+C_0$ - функция, характеризующая процесс старения бетона; ($A_1=0{,}7$ сут., $C_0=0{,}5$ - постоянные, определяемые из опыта [5, 2]); ϕ $[\text{сут}^{-1}]$ - коэффициент, позволяющий в явном виде выделить время в уравнениях состояния. Для бетонов различных классов он принимает следующие значения: B10 – 2,423, B15 – 2,346, B20 – 2,323, B25 – 2,306, B30 – 2,302, B35 – 2,299, B40 – 2,297, B45 – 2,296, B50 – 2,295.

Предложенные здесь функции построены из условия минимизации количества аппроксимирующих констант, которые определяются из базовых стандартных экспериментов.

Полученные кривые при одноосном напряженном состоянии можно обобщить и для произвольного, в частности двухосного, которое возникает при изгибе тонкостенных конструкций. Это семейство кривых допускает применение в задачах ползучести решения, полученного при пластическом деформировании для заданной зависимости σ = σ(ε).

В данной постановке теория малых упругопластических деформаций Илюшина [10] используется в расчетах на ползучесть при произвольном напряженном состоянии.

В расчетах используется зависимость, полученная на основании гипотезы о несжимаемости материала и предположения, что направления главных нормальных напряжений и главных линейных деформаций совпадают:

$$\varepsilon_1=\frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i}(\sigma_1-\sigma_0);\ \varepsilon_2=\frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i}(\sigma_2-\sigma_0);\ \gamma=\frac{3\varepsilon_i}{2\sigma_i}\tau, \quad (10)$$

где σ_0 - гидростатическое давление; σ_i, ε_i - интенсивность напряжений и деформаций соответственно.

Как известно [8], связь между ними не зависит от вида напряженного состояния.

Численное моделирование напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций, как правило, основано на методе конечных элементов

(МКЭ).

Решение геометрически и физически нелинейных задач сводятся к линеаризации исходных уравнений, то есть поиску решения нелинейных уравнений, который осуществляется решением рекуррентной последовательности линейных.

Рассмотрим метод решения задачи ползучести тонкостенных элементов по схеме МКЭ. Обычно при ползучести напряженно-деформированное состояние медленно изменяется по времени и процесс деформирования относится к классу квазистационарных.

В физических уравнениях для нахождения дополнительных напряжений, вызванных деформациями ползучести, используются значения деформаций ползучести. Вместе с тем конкретизация уравнений состояния позволяет определить деформации ползучести, исходя из уровня напряжений. Разрешить это противоречие можно, используя уравнения (8-9), которые позволяют определить уровень накопленных деформаций ползучести при заданном уровне напряжений.

Таким образом, процесс решения задачи ползучести тонкостенных конструктивных элементов при произвольном нагружении, деформирующихся в условиях ползучести, предполагает определение следующих неизвестных. Это основные неизвестные, относительно которых задача может быть разрешена: перемещения точек срединной поверхности; вектор деформаций; вектор обобщенных силовых факторов, приложенных к срединной поверхности. Кроме того, необходимо определение вспомогательных векторов неизвестных, которые позволяют осуществить конкретизацию и замыкание в смысле полноты систем уравнений, и обеспечить их разрешимость: вектора напряжений, деформаций ползучести.

Так, разрешающие уравнения, характерные для МКЭ, сформулированы на базе основных неизвестных. Хотя другие неизвестные и будут присутствовать в формулировке разрешающей системы, но они принимаются при решении уравнений МКЭ известными. Способ их подсчета оказывается алгоритмически вполне определенным теми соотношениями, которые для них предложены выше.

Пример расчета. Приведенные формулы использованы при исследовании деформирования железобетонной плиты перекрытия размером 6х6 м, толщиной 20 см, опертой на четыре угловые колонны сечением 40х40 см. Материал плиты – бетон класса B25. Интегральная распределенная нагрузка составила q = 10 кН/м^2 (собственный вес и расчетная нагрузка).

В этом случае реализован итерационный подход. Для фиксированного момента времени при известных дополнительных силах, вызванных деформациями ползучести, проблема сводится к необходимости решения задачи об упругом деформировании пластины, нагруженной дополнительными фиктивными силами. Соотношения для дополнительных фиктивных узловых нагрузок в задачах ползучести использованы для выбранных пластинчатых конечных элементов в конечноэлементном комплексе.

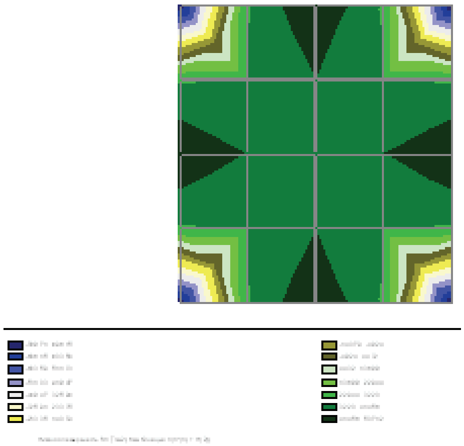

Рисунок 1 – Интенсивность напряжений σ_i на нижней поверхности исследуемой плиты (t = 0)

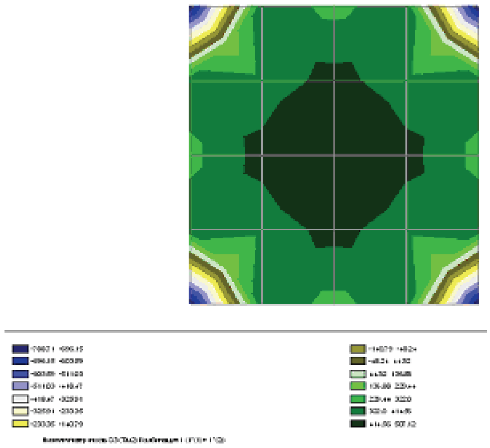

Рисунок 2 - Интенсивность напряжений σ_i на нижней поверхности исследуемой плиты (t = 10 лет)

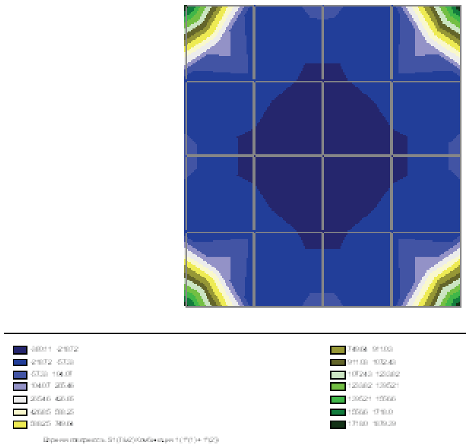

Рисунок 3 - Интенсивность напряжений σ_i на верхней поверхности исследуемой плиты (t = 0)

Для решения нелинейной задачи использованы функции, которые обеспечивают сходимость линейной задаче: исследования показали, что достаточно адекватная модель получается при интегральной оценке напряженного состояния конечного элемента. В этом случае физические характеристики, определенные в центральной точке, распространяются на всю область конечного элемента (что показывает удовлетворительные результаты при использовании большого количества элементов). От такого подхода можно отказаться, если применять численное интегрирование.

На рис. 1-4 приведены распределения интенсивности напряжений в начальный момент времени и через 10 лет на нижней и верхней поверхностях плиты. Из графиков следует, что имеет место существенное перераспределение напряжений в процессе эксплуатации, при этом максимальные значения уменьшаются незначительно.

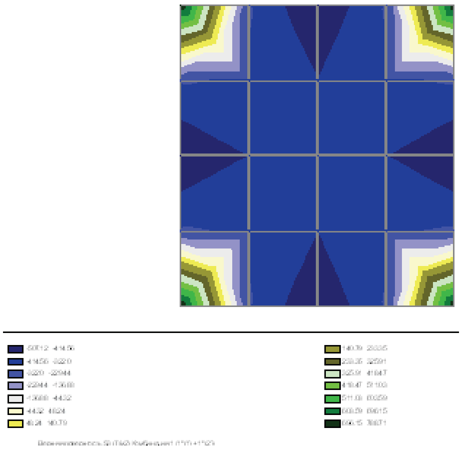

Рисунок 4 - Интенсивность напряжений σ_i на верхней поверхности исследуемой плиты (t = 10 лет)

Выводы. В работе предложена модель длительного деформирования железобетонных элементов конструкций, позволяющая проводить расчеты напряженно-деформированного состояния пластинчатых конструкций, изготовленных из различных марок бетона, при разнообразных условиях эксплуатации. Использование предложенной модели позволяет проводить адекватный анализ надежности и долговечности железобетонных конструкций. Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности использования программных комплексов конечноэлементного анализа для исследования процесса ползучести железобетонных конструкций.

Список літератури: **1.** *В.С. Шмуклер.* Новый метод натурных испытаний / *В.С. Шмуклер, А.А. Чупрынин, Р. Аббаси* // Бетон и железобетон в Украине. – 2010. - №5. – С. 13-24. **2.** *Кловании С.Ф.* Метод конечных элементов в нелинейной механике железобетона / *С. Ф. Кловании.* – Запорожье: ИПО Запорожье, 2009. – 400 с. **3.** *Бондаренко В.М.* Диалектика механики железобетона / *В. М. Бондаренко* // Бетон и железобетон. – 2002. – № 1. – С. 24-36. **4.** *Prandtl L.* Spannungsverteilung in Plastichen Korpern / *L. Prandtl* // Proc. of 1 st Int. Congr. of Appl. Mech. – 1924. – P. 43-54. **5.** *Васильев П.И.* Связь между напряжениями и деформациями в бетоне при сжатии с учетом влияния времени / *П. И. Васильев* // Изв. ВНИИГидротехники. – 1951. – №45. – С. 78-92. **6.** *Гвоздев А.А.* Развитие теории железобетона в СССР / *А. А. Гвоздев* // Бетон и железобетон. – 1964. – № 8. – С. 3-7. **7.** *Арутюнян Н.Х.* Теория ползучести неоднородных тел / *Н. Х. Арутюнян, В. Б. Колмановский.* – М.: Наука, 1983. – 425 с. **8.** *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций / *Ю. Н. Работнов.* – М.: Наука, 1966. – 752 с. **9.** *Бондаренко С.В.* Усиление железобетонных конструкций при реконструкции зданий / *С. В. Бондаренко, Р. С. Санжаровский.* – М.: Стройиздат, 1990. – 526 с. **10.** *Ильюшин А.А.* Пластичность / *А. А. Ильюшин.* – М.: АН СССР, 1963. – 424 с.

Bibliography (transliterated): **1.** Shmukler V.S. (2010). New method of full-scale tests / Shmukler, V.S., Chuprynin, A.A. & Abbasi, R.H. // Concrete and reinforced concrete in Ukraine, 5, 13-24. Print. **2.** Klovanich S.F. (2009). Finite element method in nonlinear mechanics of reinforced concrete. Ukraine, Zaporozhye: IPO Zaporozhye, 400. Print. **3.** Bondarenko V.M. (2002). Dialectics of mechanics of reinforced concrete. Concrete and reinforced concrete, Moscow, Russia: 1, 24-36. Print. **4.** Prandtl L. (1924). Spannung sverteilung in Plastichen Korpern. Proc. of 1-st Int. Congr. of Appl. Mech., 43-54. Print. **5.** Vasilev P.I. (1951). The relationship between stresses and strains in the concrete in compression taking into account the influence of time. Proceedings VNII Of Hydraulic Engineering, Moscow, Russia: 45, 78-92. Print. **6.** Gvozdev A.A. (1964). The development of the theory of reinforced concrete in the USSR. Concrete and reinforced concrete, Moscow, Russia: 8, 3-7. Print. **7.** Arutunian N.H., Kolmanovskiy V.B. (1983). The theory of creep of inhomogeneous bodies. Moscow, Russia: Science, 425. Print. **8.** Rabotnov Yu.N. (1966). The creep of structural elements. Moscow, Russia: Science, 752. Print. **9.** Bondarenko V.M., Sanzharovsky R.S. (1990). Strengthening of reinforced concrete structures in the reconstruction of buildings. Moscow, Russia: Stroyizdat, 526. Print. **10.** Ilyushin A.A. (1963). Plasticity. Moscow, Russia: AnUSSR, 424. Print.

Поступила (received) 11.10.2015

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Бреславский Дмитрий Васильевич – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «ХПИ», заведующий кафедры Систем и процессов управления; тел.: (057) 707 64 54; e–mail: brdm@kpi.kharkov.ua.

Breslavsky Dmytro Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Control Systems and Processes, National Technical University "KhPI"; tel.: (057) 707 64 54; e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua.

Чупрынин Александр Алексеевич – кандидат технических наук, доцент, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А.Н. Бекетова, доцент кафедры Теоретической и строительной механики; тел.: (057) 707-31-26; e-mail: sasha.chupr@gmail.com.

Chuprynin Aleksandr Alekseevych – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Kharkiv National University of Municipal Economy, Associate Professor at the Department of Theoretical and structural mechanics; tel.: (057) 707-31-26; e-mail: sasha.chupr@gmail.com.

Середа Наталья Васильевна – кандидат технических наук, доцент, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А.Н. Бекетова, доцент кафедры Теоретической и строительной механики; тел.: (057) 707-31-26; e-mail: sasha.chupr@gmail.com.

Sereda Natalia Vasilyvna – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Kharkiv National University of Municipal Economy, Associate Professor at the Department of Theoretical and structural mechanics; tel.: (057) 707-31-26; e-mail: natalisereda@mail.ru.