

УДК 539.3

Д. В. БРЕСЛАВСЬКИЙ, С. О. ПАЩЕНКО, О. А. ТАТАРІНОВА

РОЗРАХУНКИ ПОВЗУЧОСТІ ПРИ НЕПЕРЕРВНОМУ ЗРОСТАННІ ТЕМПЕРАТУРИ

В статті надано математичну постановку трьохвимірних задач повзучості та нестационарної теплопровідності. Як метод розв'язання використано метод скінченних елементів. Описано розроблені алгоритми, які є основою створеного програмного забезпечення. Отримано константи до рівняння стану повзучості бронзи у широкому діапазоні температур. Проведено одночасний розв'язок сформульованих задач на прикладі нагрівання бронзового стрижня та визначено достовірність роботи розробленого програмного забезпечення.

Ключові слова: повзучість, рівняння стану, теплопровідність, температура, метод скінченних елементів, бронзовий стрижень.

Вступ. Повзучість матеріалів може істотно обмежувати довготривалі властивості елементів конструкцій [1]. У більшості випадків істотні деформації повзучості мають місце при підвищених температурах, коли температура процесу є більшою за 0.3-0.5 від температури плавлення [2]. Для врахування залежності функції швидкості деформації повзучості від температури використовують різні залежності, однією з найбільш поширених та фізично обґрунтованих з яких є експоненціальна [3]. Для отримання розподілу температури у конструкції використовують розв'язки задач стаціонарної чи нестационарної теплопровідності. На теперішній час у більшості робіт (див., наприклад, [4-7]) виконуються розрахунки при постійних температурах, чи при їхньому змінюванні в обмежених діапазонах за часом чи за координатами точок в конструкції. Окремим випадком є циклічне змінювання температури за часом, яке, зокрема, є випадком наведених вище умов. Для моделювання цього процесу використовують ефективний метод осереднення на періоді змінювання температури за часом та отримують осереднені рівняння стану, в яких застосовується значення незмінної за часом температури [8]. Розглядаючи ці задачі, можливо зробити висновок, що в усіх з них знаходження температурних полів передують розрахункам повзучості, в яких попередньо знайдені розподіли температури грають роль початкових умов.

Між іншим, на практиці зустрічаються процеси, що характеризуються постійним зростанням температури в усіх точках твердого деформованого тіла внаслідок його постійного нагріву. При цьому такі тіла знаходяться під дією істотних механічних навантажень. Подібні задачі виникають при моделюванні зварювання, газового різання, технологічних процесів у металургії тощо. Дуже важливими є задачі визначення деформування авіаційних конструкцій при надзвуковому нагріванні [9]. Ще одною царинною застосування розглянутих постановок є аналіз аварійних режимів у ядерних реакторах [10]. Для адекватної оцінки змінювання напруженого стану в навантаженому твердому тілі при його постійному нагріванні необхідно застосовувати метод розв'язання, що є побудованим на базі математичної постановки задачі, в якій рівняння нестационарної теплопровідності та початково-крайової задачі повзучості мають розв'язуватись одночасно. Рівняння стану мають вірно відбивати залежність

швидкості деформації повзучості від температури в усьому діапазоні її змінювання. В даній роботі зроблено спробу надання таких постановки, методу та алгоритмів, які покладено в основу розробленого прикладного програмного забезпечення для розв'язання задач теорії повзучості при неперервному зростанні температури.

Математична постановка задачі термовзучості. Розв'яжемо тривимірну задачу термовзучості в замкненій області Ω , що обмежена поверхнею S , яка задається у вигляді системи рівноваги Нав'є (1), записаної в тензорному вигляді [1]:

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} = \bar{X}_i, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

де σ_{ij} – тензор напружень, \bar{X}_i – вектор об'ємних сил.

Для дослідження властивостей деформації тіла в кожній його точці розглянемо тензор повної деформації, що внаслідок гіпотези про адитивність деформацій є сумою тензорів пружних деформацій e_{ij} , тензора температурних деформацій e^T_{ij} та тензора деформацій повзучості e^c_{ij} відповідно (2):

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + e^T_{ij} + e^c_{ij}, \quad (2)$$

де $e^T_{ii} = \alpha_i T$, α_i ($i = 1, 2, 3$) – коефіцієнт лінійного розширення. Системи геометричних та фізичних рівнянь відповідно матимуть вигляд:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \sigma_{ij} = D_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - e^c_{kl}), \quad (3)$$

де D_{ijkl} – тензор пружних властивостей матеріалу. Тензор деформацій повзучості визначають за рівняннями стану [1-3]:

$$\dot{e}^c_{ij} = \mu \frac{\partial \dot{g}}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (4)$$

де \dot{g} – потенціал швидкості деформації повзучості, який залежить від компонент тензора напружень та його інваріантів.

В залежності від того, який вигляд має даний потенціал, виділяють ту або іншу гіпотезу повзучості, наприклад, течіння або зміцнення.

Для опису процесів накопичення прихованого руйнування внаслідок повзучості застосовують підходи континуальної механіки пошкоджуваності [3]. Кінетичне рівняння для параметру пошкоджуваності ω приймаємо у вигляді [1,3]:

$$\dot{\omega} = \frac{D \cdot (\sigma_e)^r}{(1 - \omega)^l}, \quad (5)$$

де l, r, D – коефіцієнти, що визначаються з кривих повзучості матеріалів; σ_e – еквівалентне напруження, яке визначається за критерієм руйнування, що відповідає даному матеріалу.

Крайові умови у вигляді функції заданих переміщень задаються наступним чином:

$$\bar{\varphi}|_{S_1} = \bar{\varphi}_0, \quad (6)$$

де $\bar{\varphi}$ – вектор переміщень; $\bar{\varphi}_0$ – його задане значення на поверхні S_1 .

Крайові умови на деякій поверхні S_2 у вигляді заданих поверхневих сил задаються наступним чином:

$$\sigma_{ij} n_j |_{S_2} = p_j, \quad (7)$$

де n_j – вектор-нормаль до поверхні, на якій прикладено силу; p_j – вектор поверхневих сил.

Вважаємо, що в початковий момент часу параметр пошкоджуваності та деформація повзучості відповідно приймають нульові значення:

$$\omega(0) = 0, \quad e^e_{ij}(0) = 0. \quad (8)$$

Для знаходження значень температур $T(x, y, z, t)$

на цій же області Ω для того часового інтервалу розв'язується трьохвимірною задачею нестационарної теплопровідності, що задається у вигляді наступного рівняння [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + f(x, y, z, t), \end{aligned} \quad (9)$$

де $f(x, y, z, t)$ – функція розподілу теплових джерел; $k_x(T), k_y(T), k_z(T)$ – коефіцієнти теплопровідності в напрямках осей OX, OY, OZ відповідно, що залежать від температури.

Крайові умови другого роду (теплообмін за законом Неймана) на деякій поверхні S_3 має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial n} |_{S_3} = q(t), \quad (10)$$

де $\frac{\partial T}{\partial n}$ – проекція температурного градієнта на нормаль до поверхні S_3 ; $q(t)$ – інтенсивність теплового потоку.

Вважаємо, що на деякій поверхні S_3 задано крайові умови Дирихле у вигляді функції теплового режиму:

$$T|_{S_3} = h(t), \quad (11)$$

де $h(t)$ – функція заданого температурного режиму.

Початкові умови мають вигляд:

$$T(x, y, z, 0) = \psi(x, y, z), \quad (12)$$

де $\psi(x, y, z)$ – функція початкового розподілу температури в момент часу $t_0 = 0$.

Метод розв'язання задачі теорії повзучості та нестационарної теплопровідності. Для розв'язання задачі використовуємо метод скінченних елементів [12]. Проведемо дискретизацію області Ω на скінченні

елементи. Для кожного елемента введемо до розгляду варіаційний функціонал потужності [2]:

$$\begin{aligned} \int_{V^{(\beta)}} \dot{\sigma}_{ij}^{(\beta)} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij}^{(\beta)} dV = \int_{V^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{V^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{V^{(\beta)}} dV + \int_{S^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{S^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{S^{(\beta)}} dS + \\ + \sum_{i=1}^k \dot{\phi}_i^{d^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{d^{(\beta)}}, \end{aligned} \quad (13)$$

де $\dot{\sigma}_{ij}^{(\beta)}$ – тензор швидкостей напружень; $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(\beta)}$ – тензор повних швидкостей деформації; $\dot{P}_i^{V^{(\beta)}}$ – тензор швидкості об'ємних сил; $\dot{P}_i^{S^{(\beta)}}$ – тензор швидкості поверхневих сил; $\dot{P}_i^{d^{(\beta)}}$ – тензор швидкості зосереджених сил; $\dot{\phi}_i^{V^{(\beta)}}$, $\dot{\phi}_i^{S^{(\beta)}}$, $\dot{\phi}_i^{d^{(\beta)}}$ – швидкості переміщень, викликаних дією об'ємних, поверхневих та зосереджених сил відповідно; β – номер скінченного елемента; $V^{(\beta)}$ – об'єм елемента; $S^{(\beta)}$ – площа елемента, на якій прикладено силу.

Розв'язання задачі будемо знаходити у швидкостях переміщень. Застосуємо восьмивузловий трилінійний скінченний елемент [12]. Представимо шуканий розв'язок у вигляді інтерполяційного ряду:

$$\dot{\phi} \approx \left(\sum_{i=1}^K \dot{u}_i N_i, \sum_{i=1}^K \dot{v}_i N_i, \sum_{i=1}^K \dot{w}_i N_i \right)^T, \quad (14)$$

де $\dot{u}_i, \dot{v}_i, \dot{w}_i$ – швидкості вузлових переміщень;

$N_i = \begin{pmatrix} x - x_j \\ x_i - x_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y - y_j \\ y_i - y_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z - z_j \\ z_i - z_j \end{pmatrix}$ – трилінійні базисні функції.

Зв'язок повного тензора швидкості деформацій зі швидкістю переміщень має наступний вигляд:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = B_{ijk} \dot{\phi}_k, \quad (15)$$

де B_{ijk} – тензор зв'язку швидкостей переміщень з швидкостями деформацій.

Зв'язок тензора швидкості напруження з тензором швидкості повної деформації приймає вигляд:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}. \quad (16)$$

Праві частини виразів (15) та (16) представляють собою згортку тензорів по «глухих» індексах. Підставляючи отримані співвідношення (15) та (16) до виразу (13), отримуємо наступний функціонал:

$$\begin{aligned} \int_{V^{(\beta)}} \dot{\varepsilon}_{ij}^{T^{(\beta)}} D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^{(\beta)} dV = \int_{V^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{V^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{V^{(\beta)}} dV + \\ + \int_{S^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{S^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{S^{(\beta)}} dS + \sum_{i=1}^k \dot{\phi}_i^{d^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{d^{(\beta)}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Підставляючи до виразу (17) з урахуванням (2) повний тензор швидкості деформацій, виражений через суму швидкостей пружного, температурного та тензора деформацій повзучості, отримуємо:

$$\begin{aligned} \int_{V^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{T^{(\beta)}} B_{ij}^{T^{(\beta)}} D_{ijkl}^{(\beta)} B_{kl}^{(\beta)} \cdot \dot{\phi}_i^{(\beta)} dV + \\ + \int_{V^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{Temp^{(\beta)}} B_{ij}^{Temp^{(\beta)}} D_{ijkl}^{(\beta)} B_{kl}^{(\beta)} \cdot \dot{\phi}_i^{Temp^{(\beta)}} dV + \\ + \int_{V^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{Creep^{(\beta)}} B_{ij}^{Creep^{(\beta)}} D_{ijkl}^{(\beta)} B_{kl}^{(\beta)} \cdot \dot{\phi}_i^{Creep^{(\beta)}} dV = \\ = \int_{S^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{S^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{S^{(\beta)}} dS + \int_{V^{(\beta)}} \dot{\phi}_i^{V^{(\beta)}} \cdot \dot{P}_i^{V^{(\beta)}} dV + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{i=1}^k \dot{\varphi}_i^{d(\beta)} \cdot \dot{P}_i^{d(\beta)}, \quad (18)$$

де $\dot{\varphi}_i^{(\beta)}$, $\dot{\varphi}_i^{Temp(\beta)}$, $\dot{\varphi}_i^{Creep(\beta)}$, $\dot{\varphi}_i^{V(\beta)}$, $\dot{\varphi}_i^{S(\beta)}$, $\dot{\varphi}_i^{d(\beta)}$ – компоненти вектора швидкостей переміщень на елементі β .

Складова швидкості переміщення $\dot{\varphi}_i^{(\beta)}$ виникає від дії пружних сил на елементі, складова швидкості $\dot{\varphi}_i^{Temp(\beta)}$ – від дії температурних сил, складова швидкості $\dot{\varphi}_i^{Creep(\beta)}$ – від дії об’ємних сил, обумовлених деформацією повзучості, а складові $\dot{\varphi}_i^{V(\beta)}$, $\dot{\varphi}_i^{S(\beta)}$, $\dot{\varphi}_i^{d(\beta)}$ обумовлені дією об’ємних, поверхневих та зосереджених навантажень на елементі, індекс T означає транспонування.

У зв’язку з тим, що компоненти локального вектора швидкості переміщення на елементі β входять до глобальної, то варіація по локальних компонентах зводиться до варіації глобального вектора швидкості переміщення.

Знаходячи варіацію виразу (18) за компонентами $\delta\dot{\varphi}$, отримуємо рівняння задачі термповзучості у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} & \sum_{\beta=1}^K \left[\int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{T(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} B_{kl}^{(\beta)} dV \right] \cdot \{\dot{\varphi}_i^{(\beta)}\} = - \\ & - \sum_{\beta=1}^K \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{T(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot (\dot{e}_{ij})_0 dV - \\ & - \sum_{\beta=1}^K \left(\int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{T(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot \dot{e}_{ij}^c dV + \int_{V^{(\beta)}} \dot{P}_i^{V(\beta)} dV + \int_{S^{(\beta)}} \dot{P}_i^{S(\beta)} dS \right) + \\ & + \sum_{\beta=1}^K \sum_{i=1}^k \dot{P}_i^{d(\beta)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Переходячи до векторно-матричної форми запису виразу (19), отримуємо рівняння для знаходження компонент вектора швидкості переміщень на елементі:

$$[K^\beta] \cdot \{\dot{\varphi}^\beta\} = \dot{E}^{Temp(\beta)} + \dot{E}^{Creep(\beta)} + \dot{P}^{V(\beta)} + \dot{P}^{S(\beta)} + \dot{P}^{d(\beta)}, \quad (20)$$

де $K^\beta = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{T(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} B_{kl}^{(\beta)} dV$ – матриця жорсткості на елементі;

$\dot{E}^{Temp(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{T(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot (\dot{e}_{ij})_0 dV$ – вектор об’ємних сил, викликаних швидкістю температурних деформацій;

$\dot{E}^{Creep(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} B_{ij}^{T(\beta)} D_{ijkl}^{(\beta)} \cdot \dot{e}_{ij}^c dV$ – вектор об’ємних сил, викликаних швидкістю деформації повзучості;

$\dot{P}^{V(\beta)} = \int_{V^{(\beta)}} \dot{P}_i^{V(\beta)} dV$ – вектор швидкості об’ємних сил;

$\dot{P}^{S(\beta)} = \int_{S^{(\beta)}} \dot{P}_i^{S(\beta)} dS$ – вектор швидкості поверхневих сил;

$\dot{P}^{d(\beta)} = \sum_{i=1}^k \dot{P}_i^{d(\beta)}$ – вектор швидкості зосереджених сил.

Матриця B «вбирає» в себе базисні функції, а ма-

триця D описує властивості матеріалу

Застосовуючи даний підхід для кожного елемента, знаходимо локальні матриці вкладу та результуючу глобальну матрицю жорсткості:

$$[K] \cdot \{\dot{\varphi}\} = \dot{E}^{Temp} + \dot{E}^{Creep} + \dot{P}^V + \dot{P}^S + \dot{P}^d. \quad (21)$$

Розв’язання СЛАР проводимо за допомогою методу Холецкого, тому що матриця вихідної системи є додатно визначеною.

Отриманий вектор швидкості переміщення підставляємо до виразів (3), записаних через швидкості, і знаходимо компоненти тензорів швидкості напруження і швидкості деформації. Застосовуючи чисельну схему інтегрування Ейлера, на кожному кроці за часом знаходяться вузлові переміщення, напруження та деформації відповідно:

$$\begin{aligned} \varphi(t + \Delta t) &= \varphi(t) + \dot{\varphi} \cdot \Delta t, \quad \varepsilon_{ij}(t + \Delta t) = \varepsilon_{ij}(t) + \dot{\varepsilon}_{ij} \cdot \Delta t, \\ \sigma_{ij}(t + \Delta t) &= \sigma_{ij}(t) + \dot{\sigma}_{ij} \cdot \Delta t. \end{aligned} \quad (22)$$

В початковий момент часу при $t = 0$ складові вектора переміщення $\varphi(0)$, тензора повної деформації $\varepsilon_{ij}(0)$ та тензора напруження $\sigma_{ij}(0)$ знаходяться із розв’язання задачі термпружності. При $t = 0$ складова повзучості у тензорі повних деформацій буде відсутня. Розв’язання задачі термпружності проводиться у переміщеннях, тобто СЛАР (21) для початкового моменту часу $t = 0$ запишеться у вигляді:

$$[K] \cdot \{\varphi\} = E^{Temp} + \bar{P}^V + \bar{P}^S + \bar{P}^d. \quad (23)$$

В результаті розв’язання даної задачі буде визначено $\varphi(0)$, а по співвідношенням (3) – $\varepsilon_{ij}(0)$ та $\sigma_{ij}(0)$ відповідно, які є початковими умовами для інтегрування системи рівнянь (21), що відповідає задачі термповзучості. Знаходження температурного поля для визначення температурних деформацій відбувається шляхом розв’язання задачі нестационарної теплопровідності, метод та алгоритм якого з використанням даного скінченного елемента наведений у [13].

Для розв’язання задачі термповзучості розроблений раніше програмний засіб [13] було доповнено відповідними методами, які дозволяють знаходити швидкості температурних деформацій на кожному кроці інтегрування з урахуванням механічних навантажень на конструкцію. Задачі нестационарної теплопровідності та теорії повзучості розв’язуються у послідовному порядку на кожному кроці інтегрування за часом.

Розв’язання задачі термповзучості стрижня.

Виконаємо дослідження придатності описаного алгоритму на прикладі задачі деформування при повзучості стрижня, який для його скінченноелементного моделювання представимо як трьохвимірне тіло – циліндр. В розрахунках внаслідок симетрії скінченноелементну сітку побудуємо до чверті циліндру. Остаточно прийнята до розрахунків сітка складалась з 850 елементів та 914 вузлів. За дослідженнями збіжності чисельної схеми інтегрування крок за часом для методу Ейлера обрано 0,001 с.

Розміри стрижня прийнято наступними: радіус $R = 5$ см, довжина $L = 100$ см. Вважаємо, що правий торець стрижня жорстко закріплено, а лівий знахо-

диться під дією розтягуючого навантаження, інтенсивність якого складає 3 МПа.

В початковий момент часу розподіл температурного поля є рівномірним, а його значення складає 20 °С. Починаючи з цього моменту, стрижень з правого торця прогрівається рівномірним тепловим потоком, інтенсивність якого складає:

$$q|_{L=100} = 10 \frac{Bm}{\text{мм}^2}, \quad (24)$$

Коефіцієнт теплопровідності для бронзи при температурі 20 °С складає $k_x = k_y = k_z = 56$ Вт/мм К, а при температурі 950 °С – $k_x = k_y = k_z = 32$ Вт/мм К. В роботі застосовано лінійну апроксимацію залежності зміни коефіцієнта теплопровідності від температури:

$$k(T) = -\frac{24}{930} \cdot T + \frac{5256}{93}. \quad (25)$$

Рівняння стану для деформації повзучості конкретизуємо з застосуванням експоненціальної залежності від температури та закону Нортона (гіпотези течіння) [3]:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = B \cdot \sigma^n \cdot e^{-\left(\frac{Q}{T}\right)}. \quad (26)$$

Значення констант B , Q , n визначаються шляхом обробки експериментальних кривих повзучості при різних рівнях температур та навантажень [1,3]. В результаті обробки даних, наведених у роботах [14, 15], при температурах $T_1 = 150$ °С, $T_2 = 150$ °С, $T_3 = 950$ °С та навантаженнях $\sigma_1 = 500$ МПа, $\sigma_2 = 740$ МПа, $\sigma_3 = 1,7$ МПа було отримано наступні константи для закону (17):

$$B = 3,823 \cdot 10^3 \text{ (МПа}^{-1}\text{)}^n/\Gamma, n = 3,437, \\ Q = 5,852 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{С}. \quad (27)$$

Застосуємо рівняння стану (26) з знайденими константами (27) до розрахунків повзучості бронзового стрижня. Одночасно з задачею термповзучості розв'язуємо задачу нестационарної теплопровідності та визначимо для цього ж стрижня функцію змінювання температури від координат та часу. Час розрахунку – 10 хв. На рис. 1 надано графік змінювання температури від часу на правому торці стрижня внаслідок неперервної дії теплового потоку.

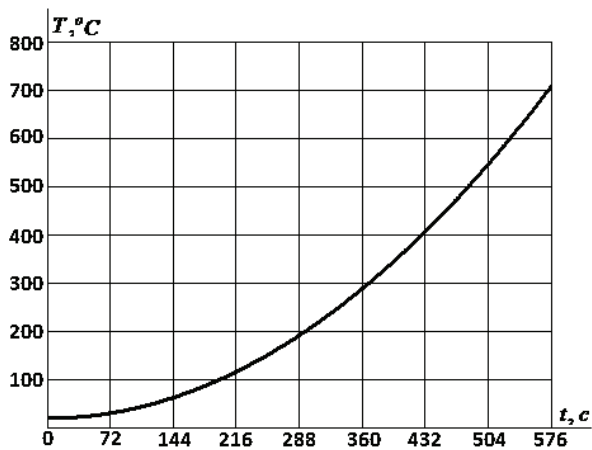


Рисунок 1 – Змінювання температури від часу на правому торці стрижня

Як видно з графіку, має місце істотне зростання температури, яка за 10 хв підвищується до 707 °С.

Рис. 2 містить результати розрахунків – графік залежності деформації повзучості стрижня від часу (перша шкала осі абсцис) та температури (друга шкала). Як видно з графіку, властивості повзучості сплаву, що розглядається, при заданому напруженні розтягу починають істотно виявлятися, починаючи з температури 400 °С. До цього значення деформації є відмінним від нуля, але достатньо малим. За менш, ніж за 200 с стрижень набуває деформації, що перевищує 18 %. Після цього розрахунок був зупинений. Для більш точного опису повзучості стрижня у цей часовий інтервал необхідно отримання констант до кінетичного рівняння для параметру пошкоджуваності типу (5), в якому враховано залежність від температури (див, наприклад [7]).

Обрану задачу можливо розв'язати у одновимірній постановці, приймаючи до уваги незмінне значення напруження у стрижні про розтягу. Проведені розрахунки продемонстрували збіжність отриманої залежності з наведеною на рис. 2, що надає можливість зробити висновок про задовільну якість першого тестування методу та алгоритму.

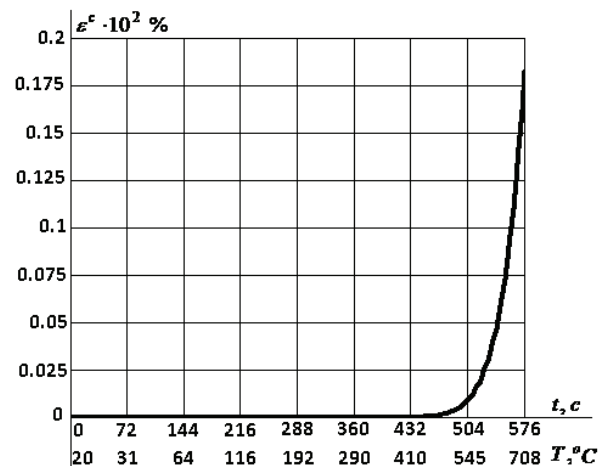


Рисунок 2 – Залежність деформації повзучості стрижня від температури та часу

Висновки. В статті розроблено метод та алгоритм одночасного розрахунку задач нестационарної теплопровідності та термповзучості. За експериментальними даними знайдено константи для рівняння стану повзучості бронзи для широкого діапазону температур. На спеціальному прикладі перевірено можливість застосування методу до розрахунків повзучості при зростанні температури.

Список літератури: 1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю. Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 2. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 399 с. 3. Lemaître J. Mechanics of solid materials / J. Lemaître, J.-L. Chaboche. – Cambridge: University press, 1994. – 556 p. 4. Shibli A. Creep and fracture in high-temperature components: design and life assessment / A. Shibli, S. Holdsworth, G. Merckling. – London: Destech Publications, 2005. – 1131 p. 5. Naumenko K. Multi-axial thermo-mechanical analysis of power

plant components from 9-12%cr steels at high temperature / K. Naumenko, A. Kutschke, Ye. Kostenko, T. Rudolf // Engineering Fracture Mechanics 78. – 2011. – P. 1657–1668. **6.** Laengler F. A constitutive model for inelastic behavior of casting materials under thermo-mechanical loading / F. Laengler, K. Naumenko, H. Altenbach, M. Ievdokymov // Journal of Strain Analysis. – 2014. – P. 1–8. **7.** Бреславський Д. В. Модель циклічної термоповзучості для тіл обертання / Д. В. Бреславський, Ю. Н. Корытко, О. К. Морачковський // Проблеми прочності. – К.: 2011. – № 2. – С. 33–46. **8.** Breslavsky D. V. Creep and damage in shells of revolution under cyclic loading and heating / D. V. Breslavsky, O. K. Morachkovsky, O. A. Tatarinova // International Journal of Nonlinear Mechanics. – 2014. – № 66. – P. 87–95. **9.** Замула Г. Н. Ползучесть подкрепленных панелей при нестационарном нагреве / Г. Н. Замула, С. Н. Иванов // Ученые записки ЦАГИ. – 1976. – Т. 7, № 7. – С. 115–126. **10.** Ма Б. М. Материалы ядерных энергетических установок / Б. М. Ма. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 408 с. **11.** Беляев М. М. Математичні методи теплопровідності / М. М. Беляев, О. А. Рядно. – К.: Вища школа, 1992. – 415 с. **12.** Морган О. Конечные элементы и аппроксимации / О. Морган, К. Зенкевич. – М.: Мир, 1986. – 309 с. **13.** Бреславський Д. В. Розробка алгоритмічного та програмного забезпечення для розв'язку трьохвимірних нестационарних задач теплопровідності методом скінченних елементів / Д. В. Бреславський, С. О. Пащенко // Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2012. – № 67. – С. 31–38. **14.** Бреславський Д. В. Уравнения состояния циклической ползучести бронзовых сплавов / Д. В. Бреславський, О. М. Хорошилов, О. А. Татарінова // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2007. – № 38. – С. 36–41. **15.** Арзамасова Б. Н. Конструкционные материалы. Справочник / Б. Н. Арзамасова. – М.: Машиностроение, 1990. – 668 с.

Bibliography (transliterated): 1. Rabotnov Ju. N. Polzuchest' jelementov konstrukcij. Moscow: Nauka press, 1966. Print. 2.

Malinin N. N. Prikladnaja teorija plastichnosti i polzuchesti. Moscow: Mashinostroenie press, 1975. Print. 3. Lemaitre, J. and J.-L. Chaboche. Mechanics of solid materials. Cambridge: University press, 1994. Print. 4. A. Shibli, S. Holdsworth, G. Merckling Creep and fracture in high-temperature components: design and life assessment. Destech Publications, 2005. Print. 5. K. Naumenko, A. Kutschke, Ye. Kostenko, T. Rudolf Multi-axial thermo-mechanical analysis of power plant components from 9-12%cr steels at high temperature. Engineering Fracture Mechanics 78: 1657-1668. Print. 6. F. Laengler, K. Naumenko, H. Altenbach, M. Ievdokymov A constitutive model for inelastic behavior of casting materials under thermo-mechanical loading. Journal of Strain Analysis: 1-8. Print. 7. D. V. Breslavskyy, Yu. N. Korytko, O. K. Morachkovskyy Model' tsyklichnoyi termopovzuchosti dlya til obertannya. Problemy prochnosti: 33–46. Print. 8. D. V. Breslavsky, O. K. Morachkovsky, O. Tatarinova Creep and damage in shells of revolution under cyclic loading and heating. International Journal of Nonlinear Mechanics: 87–95. Print. 9. G. N. Zamula, S. N. Ivanov Polzuchest' podkreplennykh panelej pri nestacionarnom nagreve. Uchenye zapiski CAGI: 115–126. Print. 10. Ma B.M. Materialy jadernyh jenergeticheskikh ustanovok. Moscow: Energoatomizdat, 1987. Print. 11. M. M. Byelyayev, O. A. Ryadno. Matematychni metody teploprovodnosti. Kyiv: Vyshcha shkola, 1992. Print. 12. Morgan O. Konechnye jelementy i approksimacii. Moscow: Mir, 1986. Print. 13. D. V. Breslavsk'ky, S.O.Pashchenko Rozrobka alhorytmichnoho ta proqramnoho zabezpechennya dlya rozvyazku tr'okhvimirnykh nestatsionarnykh zadach teploprovodnosti metodom skinchennykh elementiv. Dynamika i mitsnist' mashyn: 2012. No 67. 31–38. Print. 14. D. V. Breslavsk'kij, O. M. Horoshilov, O. A. Tatarinova Uravnenija sostojanija ciklicheskoj polzuchesti bronzovykh splavov. Visnik NTU «KhPI»: 2007. No 38. 36 – 41. Print. 15. B. N. Arzamasova. Konstrukcionnye materialy. Moscow: Mashinostroenie, 1990. Print.

Надійшла (received) 21.12.2015

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Бреславський Дмитро Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри систем і процесів управління, НТУ «ХПІ»; тел.: (057)-707-64-54; e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua.

Breslavsky Dmytro Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Control Systems and Processes, NTU "KhPI"; tel.: (057)-707-64-54; e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua.

Пащенко Сергій Олександрович – аспірант, НТУ «ХПІ»; тел.: (057)-370-44-70; e-mail: Molat@mail.ru.

Paschenko Serhii Oleksandrovych – Postgraduate Student, NTU "KhPI"; tel.: (057)-370-44-70; e-mail: Molat@mail.ru.

Татарінова Оксана Андріївна – кандидат технічних наук, доцент, НТУ «ХПІ»; тел.: (057)-707-64-54; e-mail: ok.tatarinova@gmail.com

Tatarinova Oksana Andriivna – Candidate of Technical Sciences, Dozent, NTU "KhPI"; tel.: (057)-707-60-58; e-mail: ok.tatarinova@gmail.com