

Д.П. КАРШЕНОВ, асп., Институт электродинамики НАН Украины, Мариуполь

УТОЧНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ m-ПУЛЬСНЫХ РЕГУЛИРУЕМЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ СО СМЕШАНОЙ RLC-НАГРУЗКОЙ В ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Аналитическим методом получены точные расчетные формулы коэффициентов гармонических составляющих тока и коэффициенты несинусоидальности тока, связывающие выход и вход произвольного m-пульсного регулируемого вентильного преобразователя и представляющие собой расчетную модель схемы замещения источниками тока высших гармоник. Библиогр.: 7 назв.

Ключевые слова: источники тока, высшие гармоники, нелинейный элемент, вентильный преобразователь.

Введение. В настоящее время в технической литературе [1-14] предложено достаточно большое количество математических моделей для описания электронных преобразовательных систем, позволяющих смоделировать параметры преобразования электроэнергии и режимы работы электрической сети. Однако в предложенных математических моделях отсутствуют общие, универсальные закономерности моделирования режимов и параметров преобразователей электроэнергии. Модели, которые известны в настоящее время, позволяют определить содержание гармонических составляющих в кривой входного тока различных выпрямителей в зависимости от параметров конкретного выпрямителя.

С другой стороны, математические модели преобразовательной техники, которые описаны в технической литературе позволяют выполнять расчеты с высокой долей погрешности. Это связано с тем, что физика работы выпрямительных устройств в предложенных решениях достаточно сложна. Содержание и доля гармонических составляющих в кривой тока, питающего m-пульсный регулируемый выпрямитель, представляет служную задачу, поскольку ток питающий m-пульсный выпрямитель является функцией не только числа пульсаций выпрямленного напряжения, но и параметров цепи выпрямителя. Теоретически, изначально используя лишь традиционные методы теоретических основ электротехники и, не располагая необходимым комплектом осциллограмм рабочих процессов, трудно получить детерминированное, логически обоснованное и явное описание процессов в этих схемах.

© Д. П. Каршенов, 2013

Эти трудности можно преодолеть, если сформулировать и систематизировать факты, полученные теоретическим путем и частично путем имитационного компьютерного моделирования, и опираясь на них решить эту задачу. Ее решение создаст необходимый информационный базис для формирования точных расчетных моделей.

В работе [2] уже предложена универсальная математическая модель m-пульсных регулируемых выпрямителей. Однако в указанной работе сделано допущение, что в цепи постоянного тока – ток идеально сглажен нагрузкой, либо сглаживающим фильтром (индуктивностью, емкостью) и ток содержит только постоянную составляющую, то есть отсутствуют пульсации в цепи постоянного тока. Указанное допущение дает погрешность расчетов коэффициентов высших гармонических составляющих входного тока и коэффициента несинусоидальности входного тока.

Постановка задачи. Целью настоящей работы является уточнение математической модели универсального m-пульсного регулируемого выпрямителя с произвольной топологией и работающего на смешанную RLC-нагрузку, предложенной в работе [2]. Задача состоит в уточнении формул высших гармонических составляющих входного тока m-пульсного выпрямителя позволяющих представить указанный выпрямитель в виде источников тока.

Результаты исследований.

Система питающих напряжений синусоидальная и симметричная:

$$u_A(t) = U_{\max} \cdot \sin(\omega t); u_B(t) = U_{\max} \cdot \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}); u_C(t) = U_{\max} \cdot \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}).$$

Общая формула выпрямленного напряжения для m-пульсного тиристорного выпрямителя, согласно ранее выполненным расчетам [2] имеет вид

$$U_d = \frac{m\sqrt{6}U_{rms.f}}{\pi} \sin \frac{\pi}{m} \left(\cos(\alpha) - 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left[\left(\frac{\cos((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\cos((km+1)\alpha)}{km+1} \right) \cos(km\omega t) + \left(\frac{\sin((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\sin((km+1)\alpha)}{km+1} \right) \sin(km\omega t) \right] \right). \quad (1)$$

Для удобства последующих расчетов и исследований в формулы выпрямленного напряжения для m-пульсного тиристорного выпрямителя отдельные части выражения целесообразно заменить вспомогательными коэффициентами:

$$U_{d\max} = \frac{m\sqrt{6}U_{rms.f}}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{m} \right); E'_{km} = \left(\frac{\cos((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\cos((km+1)\alpha)}{km+1} \right);$$

$$E''_{km} = \left(\frac{\sin((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\sin((km+1)\alpha)}{km+1} \right);$$

$$E_{km} = \sqrt{(E'_{km})^2 + (E''_{km})^2} = \sqrt{\left(\frac{\cos((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\cos((km+1)\alpha)}{km+1} \right)^2 + \left(\frac{\sin((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\sin((km+1)\alpha)}{km+1} \right)^2};$$

$$\varphi_{km} = \arctg \left(\frac{\frac{\cos((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\cos((km+1)\alpha)}{km+1}}{\frac{\sin((km-1)\alpha)}{km-1} - \frac{\sin((km+1)\alpha)}{km+1}} \right).$$

Согласно [2], суммарный ток в цепи выпрямленного тока

$$i_d(t) = U_{d \max} \left(\frac{\cos(\alpha)}{R_n} - \sum_{k=1}^{\infty} \left[(-1)^k \left(\left(\frac{E'_{km} R_n - km\omega L_n E''_{km}}{(R_n)^2 + (km\omega L_n)^2} - E''_{km} km\omega C \right) \cos(km\omega t) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \left(\frac{E'_{km} km\omega L_n + R_n E''_{km}}{(R_n)^2 + (km\omega L_n)^2} + E'_{km} km\omega C \right) \sin(km\omega t) \right) \right] \right) \quad (2)$$

Представим сопротивления:

$$\text{- полное сопротивление нагрузки: } z_{nkm} = \sqrt{R_n^2 + (km\omega L_n)^2}; \quad (3)$$

$$\text{- индуктивное сопротивление нагрузки: } x_{nkm} = km\omega L_n; \quad (4)$$

$$\text{- емкостное сопротивление: } x_{ckm} = \frac{1}{km\omega C}; \quad (5)$$

Формулу выпрямленного тока (2) можно записать через модуль и фазу в виде:

$$i_d(t) = I_{d0} + \sum_{k=1}^{\infty} [I_{d(km)} \cdot \cos(km\omega t + \varphi_{\text{э}km})], \quad (6)$$

где

- постоянная составляющая выпрямленного тока:

$$I_{d0} = \frac{U_{d \max} \cdot \cos(\alpha)}{R_n}; \quad (7)$$

- модуль тока в цепи выпрямленного тока:

$$I_{d(km)} = -(-1)^k \cdot U_{d \max} \sqrt{\left(\frac{E'_{km} R_n - x_{nkm} E''_{km}}{z_{nkm}^2} - \frac{E''_{km}}{x_{ckm}} \right)^2 + \left(\frac{E'_{km} x_{nkm} + R_n E''_{km}}{z_{nkm}^2} + \frac{E'_{km}}{x_{ckm}} \right)^2}; \quad (8)$$

- фазный угол тока в цепи выпрямленного тока:

$$\varphi_{\text{э}km} = \arctg \left(\frac{x_{ckm} (E'_{km} x_{nkm} + R_n E''_{km}) + E'_{km} z_{nkm}^2}{x_{ckm} (E'_{km} R_n - E''_{km} x_{nkm}) - E'_{km} z_{nkm}^2} \right). \quad (9)$$

Коммутационная функция m -пульсного регулируемого выпрямителя, согласно [2] имеет вид:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{6 \sin \left[(m \cdot k \mp 1) \frac{\pi}{3} \right]}{m \cdot (m \cdot k \mp 1) \cdot \sin \left[(m \cdot k \mp 1) \frac{\pi}{m} \right]} \sin \left((mk \mp 1) \left(\omega t - (j_i - 1) \frac{2\pi}{3} + \alpha \right) \right) \right]; \quad (10)$$

$$H_{(m \cdot k \mp 1)} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{6 \sin \left[(m \cdot k \mp 1) \frac{\pi}{3} \right]}{m \cdot (m \cdot k \mp 1) \cdot \sin \left[(m \cdot k \mp 1) \frac{\pi}{m} \right]}; \quad (11)$$

$$\gamma_{(m \cdot k \mp 1)} = (mk \mp 1) \left(\alpha - (j_i - 1) \frac{2\pi}{3} \right); \quad (12)$$

$$h(t) = \sum_{k=0}^{\infty} [H_{(m \cdot k \mp 1)} \sin((mk \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(mk \mp 1)})]; \quad (13)$$

Для модельного описания и последующего исследования входных токов питания m -пульсного регулируемого тиристорного выпрямителя, найдем фазные токи из формулы выпрямленного тока и соответствующих коммутационных функций для каждой из фаз:

$$i_A(t) = h_A(t) \cdot i_d(t), \quad i_B(t) = h_B(t) \cdot i_d(t), \quad i_C(t) = h_C(t) \cdot i_d(t). \quad (14)$$

После подстановки формул (6) и (13) в (14) получим

$$i_j(t) = h_j(t) \cdot i_d(t) = \\ = \sum_{k_1=0}^{\infty} [I_{d0} \cdot H_{(k_1 \cdot m \mp 1)} \sin((k_1 \cdot m \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(k_1 \cdot m \mp 1)})] + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left[I_{d(km)} \cdot \cos(k \cdot m\omega t + \varphi_{\text{э}km}) \cdot \left(\sum_{k_1=0}^{\infty} (H_{(k_1 \cdot m \mp 1)} \sin((k_1 \cdot m \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(k_1 \cdot m \mp 1)})) \right) \right]; \quad (15)$$

$$i_j(t) = \sum_{k_1=0}^{\infty} [I_{d0} \cdot H_{(k_1 \cdot m \mp 1)} \sin((k_1 \cdot m \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(k_1 \cdot m \mp 1)})] + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sum_{k_1=0}^{\infty} [I_{d(km)} \cdot H_{(k_1 \cdot m \mp 1)} \cdot \sin((k_1 \cdot m \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(k_1 \cdot m \mp 1)}) \cdot \cos(km\omega t + \varphi_{\text{э}km})] \right] = \\ = \sum_{k_1=0}^{\infty} [I_{d0} \cdot H_{(k_1 \cdot m \mp 1)} \sin((k_1 \cdot m \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(k_1 \cdot m \mp 1)})] +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sum_{k_j=0}^{\infty} \left[I_{d(km)} \cdot H_{(k_j \cdot m \mp 1)} \cdot \sin(((k_1 - k) \cdot m \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(k_j \cdot m \mp 1)} - \varphi_{\varepsilon km}) + \right. \right. \\ \left. \left. I_{d(km)} \cdot H_{(k_j \cdot m \mp 1)} \cdot \sin(((k_1 + k) \cdot m \mp 1) \cdot \omega t + \gamma_{(k_j \cdot m \mp 1)} + \varphi_{\varepsilon km}) \right] \right];$$

$v = m \cdot k \mp 1$, где $k = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Первая гармоника

$$i_{j1}(t) = I_{d0} \cdot H_1 \cdot \sin(\omega t + \gamma_1) \pm \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \mp 1)} \sin(\omega t \mp \gamma_{(k \cdot m \mp 1)} \pm \varphi_{mk}) \right]. \quad (16)$$

Высшие гармонические составляющие тока (при $v > 1$)

$$i_{jv}(t) = I_{d0} \cdot H_v \cdot \sin(v \cdot \omega t + \gamma_v) \pm \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{k \cdot m \pm v}{|k \cdot m \pm v|} I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \pm v)} \sin(v \cdot \omega t \pm \gamma_{(k \cdot m \pm v)} \mp \varphi_{mk}) \right]. \quad (17)$$

Если принять, что $\varphi_{0-m} \equiv 0$, то функция входного тока m -пульсного регулируемого выпрямителя примет вид

$$i_{jv}(t) = \pm \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{k \cdot m \pm v}{|k \cdot m \pm v|} I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \pm v)} \sin(v \cdot \omega t \pm \gamma_{(k \cdot m \pm v)} \mp \varphi_{mk}) \right]. \quad (18)$$

Таким образом, выполненные исследования показали, что физика работы выпрямительных устройств в предложенных решениях достаточно сложна и любая гармоническая составляющая входного тока регулируемого многопульсного выпрямителя состоит из геометрической суммы векторов, частота которых одинакова и равна номеру гармоники, а амплитуды и фазы зависят от коммутационной функции и функции выпрямленного тока.

Действующее значение тока любой гармонической составляющей (18) выражают через мгновенное значение следующим образом:

$$I_{jv} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{jv}^2(t) dt};$$

$$I_{jv} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \pm v)}}{2} \right)^2}. \quad (19)$$

Следовательно, действующее значение гармоники входного тока регулируемого многопульсного выпрямителя равно корню квадратному из суммы квадратов действующих значений ее отдельных составляющих и не зависит от угла сдвига фаз этих составляющих. Иными словами, действующее значение входного тока регулируемого многопульсного выпрямителя зависит от величин I_{dmk} , $H_{(k \cdot m \pm v)}$ и не зависит от величин $\gamma_{(k \cdot m \pm v)}$, φ_{mk} .

Учитывая формулы (19), спектр гармоник входного тока регулируемого m -пульсного выпрямителя в относительных единицах представляет собой коэффициенты высших гармонических составляющих тока (коэффициент несинусоидальности тока).

$$K_{Ij(v)} = I_{j(v)}^* = \frac{I_{j(v)}}{I_{j(1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{\infty} (I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \pm v)})^2}{\sum_{k=0}^{\infty} (I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \pm 1)})^2}}, \quad (20)$$

$$THD_{Ij} = K_{Ij} = I_j^* = \frac{\sqrt{\sum_{v=2}^{\infty} I_{j(v)}^2}}{I_{j(1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{v=2}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{\infty} (I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \pm v)})^2 \right)}{\sum_{k=0}^{\infty} (I_{dmk} \cdot H_{(k \cdot m \pm 1)})^2}}, \quad (21)$$

где v - номер гармоники;

$I_{j(v)}$ - действующее значение тока v -ой гармоники;

$K_{Ij(v)}$ - коэффициент v -ой гармонической составляющей тока, в о.е.;

K_{Ij} - коэффициент несинусоидальности кривой тока, в о.е.

Таким образом, аналитическим методом уточнены расчетные модели управляемого вентильного преобразователя как источника токов высших гармоник. Формулы дают возможность с необходимой точностью определить действующее значение гармоник фазного тока для любого управляемого вентильного преобразователя и рассчитать коэффициенты высших гармонических составляющих тока и коэффициенты несинусоидальности тока. С помощью полученных точных значений коэффициентов высших гармонических составляющих можно определить реальные действующие значения генерируемых токов высших гармоник.

Список литературы: 1. Волков И.В. Каршенов Д.П. Универсальные математические модели m -пульсных выпрямителей со смешанной RLC-нагрузкой в цепи постоянного тока / Волков И.В. Каршенов Д.П. // Техническая электродинамика. – 2012. - №4. 2. Волков И.В. Каршенов Д.П. Математические модели и схемы замещения m -пульсных регулируемых выпрямителей / Волков И.В. Каршенов Д.П. // Вестник НТУ «ХПИ», Тем. выпуск «Энергетика: надежность и энергоэффективность» – №23. - 2012. – 189с. 3. Галкин В.И. Промышленная электроника: Учеб. пособие / Галкин В.И. – Мн.: Выш.шк., 1989. – 336 с. 4. Гумен М.Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. // М.Б. Гумен, А.М. Гуржій, В.М. Снівак, Ю.Г. Савченко; За ред. М.Б. Гумена. – К.: Вища шк., 2004. – 391с. 5. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л. Качество электроэнергии на промышленных предприятиях. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 2005. – 261 с. 6. Забродин Ю.С. Промышленная электроника: Учебник для вузов / Забродин Ю.С. – М.: Высш.школа, 1982 – 496 с. 7. Каршенов Д.П. Малоискажающие многопульсные несимметричные трехфазные выпрямительные системы / Каршенов Д.П. // Труды Института электродинамики. – 2012. - №34. 8. Levin M., Волков И.В., Пентегов И.В., Рымар С.В., Ларченко Б.Б. Улучшение качества электроэнергии в электросетях с мощными

12-пульсными выпрямителями с помощью гексагональных автотрансформаторных устройств./ *Levin M., Волков И.В., Пентегов И.В., Рымар С.В., Ларченко Б.Б.* // Техническая электродинамика, Тем. выпуск. Силовая электроника и энергоэффективность. Ч. 1.- К.: ИЭД НАНУ, 2002.-С 23-27. **9.** *Маевский О.А.* Энергетические показатели вентиляльных преобразователей./ *Маевский О.А.* – М.: Энергия, 1978. – 320 с. **10.** *Мерабишвили П.Ф., Ярошенко Е.М.* Нестационарные электромагнитные процессы в системах с вентилями./ *Мерабишвили П.Ф., Ярошенко Е.М.* – Казань: Штиинца, 1980. – 208 с. **11.** *Пентегов И.В., Волков И.В., Levin M.* Устройства подавления высших гармоник тока./ *Пентегов И.В., Волков И.В., Levin M.* // Техническая электродинамика, Тем. вып. «Проблемы современной электродинамики», Ч.1., К.-2002, С.- 13-22. **12.** *Пентегов И.В., Волков И.В., Levin M.* Схемы подавления высших гармоник тока с расщеплением фаз на три составляющие и методы их расчета./ *Пентегов И.В., Волков И.В., Levin M.* // Техническая электродинамика, Тем. выпуск. Силовая электроника и энергоэффективность. Ч. 1.- К.: ИЭД НАНУ, 2002.-С 71-78. **13.** *Paice D.A.* Power Electronic Converter Harmonics. Multipulse methods for clean power./ *Paice D.A.*- NY: IEEE PRESS, 1995.-202 p. **14.** *Шидловский А.К., Жаркин А.Ф.* Высшие гармоники в низковольтных электрических сетях./ *Шидловский А.К., Жаркин А.Ф.* – К.: Наукова думка, 2005. – 207с.

Поступила в редакцию 28.01.2013

УДК 621.311.001.51:621.3.018.783.3

Уточнение математической модели m-пульсных регулируемых выпрямителей со смешаной RLC-нагрузкой в цепи постоянного тока / Каршенов Д.П. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетика: надійність та енергоефективність. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2013. - №.17 (990). – С.77-83. Бібліогр.: 14 назв.

Аналітичним методом отримані точні розрахункові формули коефіцієнтів гармонійних складових струму та коефіцієнти несинусоїдальності струму, які зв'язують вихід і вхід довільного m-пульсного регульованого вентиляного перетворювача і що є розрахунковою моделлю схеми заміщення джерелами струму вищих гармонік.

Ключові слова: джерела струму, вищі гармоніки, нелінійний елемент, вентиляний перетворювач.

The analytical method gains exact design formulas of coefficients of harmonic components of a current and Total Harmonics Distortion (THD) of a current, a linking exit and an inlet arbitrary m-pulse of controllable valve inverter representing computational model of an equivalent circuit by current sources of upper harmonics.

Keywords: current sources, upper harmonics, a nonlinear element, the valve inverter.