

И. А. КОСТЮКОВ, аспирант НТУ «ХПИ»

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА РАДИАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ И НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СТАЛЬНОЙ ПРОВОЛОКЕ БРОНИ СИЛОВОГО КАБЕЛЯ

Получен ряд, которым описывается распределение радиальной компоненты напряженности магнитного поля и магнитной индукции в ферромагнитной проволоке брони одножильного силового кабеля в приближении двухмерного поля.

Ключевые слова: уравнение Гельмгольца, радиальная составляющая напряженности магнитного поля, вектор Пойнтинга.

Введение. Протекание продольных и вихревых токов в экранах, броне и оболочках однофазных силовых кабелей является одним из тех факторов, которые влияют на пропускную способность кабельной линии, а также на надежность ее в эксплуатации. Указанное обстоятельство определяет необходимость анализа влияния, как конструктивного исполнения однофазных кабелей, так и различных аспектов связанных со способами их прокладки, заземления и соединения экранов (оболочек) на величину продольных и вихревых токов.

Практические рекомендации относительно учета влияния потерь, обусловленных протеканием продольных и вихревых токов, можно найти, например, в [1, 2]. При этом многие математические модели являются достаточно универсальными, в том смысле что могут использоваться как для определения потерь в сплошных оболочках силовых кабелей (гладких и гофрированных), так и в проволочных, электрически неоднородных, экранах. Важно отметить, что именно протекание продольных токов в большой степени ограничивает пропускную способность кабельных линий. Согласно рекомендациям [1, 2] для случая соединения экранов (оболочек) с двух сторон (для не бронированных кабелей), то есть при совместном действии продольных и вихревых токов, рекомендуется учитывать только потери от продольных токов. Кроме, впрочем, случаев кабелей с большими сегментными жилами, то есть при наличии эффекта близости. Также важно отметить, что для одножильных силовых кабелей, в конструкции которых присутствует броня из ферромагнитного материала, рекомендации, которые

© И. А. Костюков, 2013

приведены в [1, 2], дают несколько завышенные значения для суммарных потерь в броне и оболочке кабеля, для обеспечения безопасной работы при номинальной нагрузке. Кроме того магнитная броня в конструкции кабеля делает значительно более важным фактор потерь от вихревых токов. Это обуславливает необходимость разработки математических моделей для определения распределения вихревых токов в броне силовых кабелей и экспериментальной их проверки. Относительно простой, допускающей аналитическое решение, является задача определения потерь, обусловленных протеканием вихревых токов, в сплошном цилиндрическом экране одножильного кабеля. Решение данной задачи легко можно найти, например, в [3, 4]. Так, распределение напряженности магнитного поля в сплошном цилиндрическом экране описывается выражением [3]:

$$H_m = H_{0m} \frac{\ker' x + jkei'x}{\ker' x_0 + jkei'x_0}, \quad (1)$$

где $x = r(\omega\mu\gamma)^{0.5}$, μ – абсолютная магнитная проницаемость, γ – удельная объемная проводимость, ω – угловая частота, H_{0m} – напряженность магнитного поля на внутренней поверхности экрана, $\ker' x$ и $kei'x$ – производные функций Кельвина второго рода.

Заметим, что рассматривая гармонические поля, в дальнейшем при записи векторов напряженности электрического и магнитного полей, будем подразумевать их комплексные амплитуды, то есть комплексные числа с модулем равным амплитуде функции, которая описывает гармонические колебания напряженности электрического и магнитного полей, и аргументом, равным ее начальной фазе. Распределение напряженности электрического поля в сплошном экране дается выражением [3]:

$$E_m = j \sqrt{\frac{\omega\mu}{\gamma}} H_{0m} \frac{\ker x + jkeix}{\ker' x_0 + jkei'x_0}, \quad (2)$$

На рис. 1 приведено распределение напряженности магнитного поля по экрану (вещественная часть). Расчеты выполнены при ориентировочном радиусе жилы 11 мм, толщине оболочки (экрана) 3 мм, расстоянии между осью жилы кабеля, совпадающей с осью цилиндрической системы координат, и внутренней поверхностью оболочки 28 мм. Ток жилы принимался равным 200, 250, 300 А.

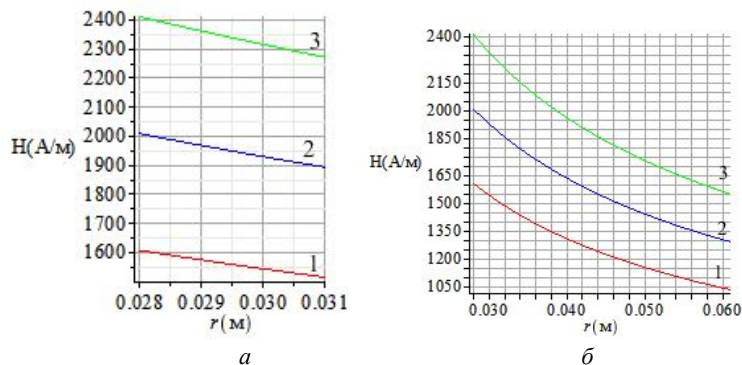


Рис. 1 – Распределение тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля в сплошном экране: *a* – толщиной 3 мм; *б* – толщиной 33 мм.

Линейная зависимость, приведенная на рис. 1 (а) недостаточно наглядна, что связано с малой толщиной оболочки. На рис. 1 (б) для наглядности приведено аналогичное распределение напряженности магнитного поля для экрана (конечно, не встречающегося на практике) с внутренним радиусом 28 мм, а внешним 61 мм.

Цель и основной материал исследований. Цель статьи – разработка приближенной математической модели для определения радиальной составляющей напряженности магнитного поля в проволоке брони силового кабеля. При этом, в целях упрощения, в первом приближении не будем учитывать спиральную геометрию проволоки, ограничившись случаем плоскопараллельного поля, также не будем учитывать влияния продольных токов. Кроме того будем пренебрегать влиянием вихревых токов, индуцированных в оболочке кабеля, на радиальную составляющую напряженности магнитного поля в брони. Материал проволоки будем считать однородным и изотропным. Влияние оболочки на амплитуду поля можно учесть, рассчитав распределение напряженности магнитного поля по толщине оболочки (формула (1)). Не будем также учитывать нелинейность магнитной проницаемости, которую в дальнейшем можно попытаться учесть с привлечением, например, метода Неймана. При таких приближениях для определения потерь энергии в проволоке, обусловленных протеканием вихревых токов, как и для случая сплошного экрана [3], будем рассматривать поток комплексного вектора Пойнтинга в радиальном направлении, который можно получить, имея векторное произведение продольной составляющей напряженности электрического поля на комплексно сопряженное значение тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля, обусловленное источником возмущения:

$$P = \frac{1}{2} (E_z \times H_\phi)^* \quad (3)$$

При этом в квазистационарном приближении тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля возбуждения в диэлектрике может вычисляться из закона полного тока. На рисунке 3 схематически показаны радиальная и тангенциальная (к поверхности проволоки) компоненты напряженности магнитного поля

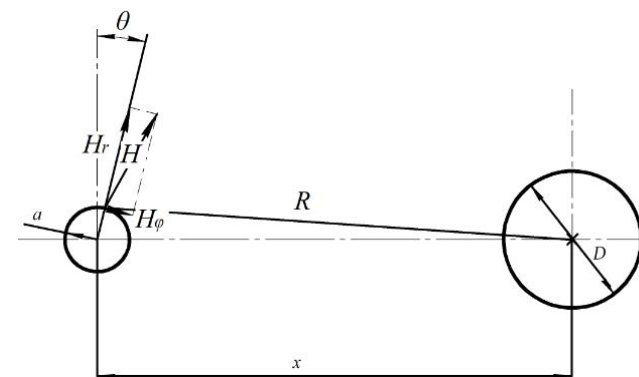


Рис. 2 – Схема к определению геометрических параметров для вычисления радиальной составляющей напряженности магнитного поля

Для такой схемы распределение радиальной составляющей напряженности магнитного поля на поверхности проволоки будем определять из выражения [5]:

$$H_r = \frac{I}{2\pi} \frac{x \cos \theta}{(x^2 + a^2 - 2xa \sin \theta)} \quad (4)$$

где *a* – радиус проволоки, *x* – расстояние между центрами жилы и проволоки брони, (в формуле (4) следует учитывать действующее значение тока). На рис. 3 приведено распределение радиальной составляющей напряженности магнитного поля на поверхности проволоки при амплитудном значении тока в жиле 100 А, 150 А, 200 А, 250 А, (соответственно кривые 1, 2, 3, 4) диаметре проволоки $D = 2a = 3$ мм расстоянии между осями проволоки и жилы кабеля $x = 27$ мм диаметре жилы кабеля $D = 18$ мм.

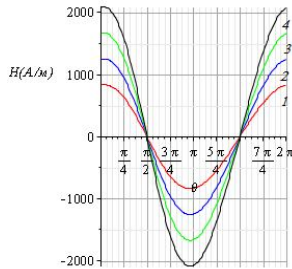


Рис. 3 – Распределение радиальной составляющей напряженности магнитного поля на поверхности проволоки

Как видно из кривых, представленных на рисунке (3), распределение радиальной составляющей напряженности магнитного поля на поверхности проволоки имеет ярко выраженный максимум при значениях $\theta = 0, 2\pi$, и минимум при $\theta = \pi$, в этих точках напряженность магнитного поля имеет только радиальную составляющую. В точках перехода кривой через нуль, например, при $\theta = \pi/2$, напряженность магнитного поля имеет только тангенциальную составляющую.

В приближении плоскопараллельного поля, то есть при пренебрежении спиральностью проволоки, напряженность электрического поля будет иметь только составляющую вдоль линий протекания вихревых токов $E = E_z$. Тогда рассмотрим стандартную краевую задачу для уравнения Гельмгольца в цилиндрической системе координат (совмещая ось проволоки с осью системы координат), относительно аксиальной составляющей напряженности электрического поля:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \varphi^2} - k^2 E = 0, \quad (5)$$

где $k = \sqrt{j\omega\mu\gamma}$

Известно, что решение (5), при соответственном выборе констант разделения, можно записать в виде:

$$E(r, \varphi) = R(r)\Phi(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi)(C_n I_n(kr) + D_n K_n(kr))$$

где $I_n(kr)$ и $K_n(kr)$ модифицированные функции Бесселя, соответственно первого и второго рода порядка n . Учитывая характер изменения функции Макдональда, согласно которому $K_n(0) = \infty$, а также необходимость ограничения решения в нуле в (6) следует принять все $D_n = 0$, следовательно, второе линейно-независимое решения дифференциального уравнения для определения функции $R(r)$ отбрасывается. В таком случае решение будет иметь вид:

$$E(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi) I_n(kr), \quad (7)$$

где все постоянные интегрирования учтены в A_n и B_n .

Радиальная составляющая напряженности магнитного поля $H = Hr$ определяется из:

$$H_r = -\frac{1}{j\omega\mu r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \quad (8)$$

Действительно, запишем второе уравнения Максвелла в комплексной форме:

$$-j\omega\mu H = \text{rot} E \quad (9)$$

Расписав ротор в цилиндрической системе координат, из (9) можно получить выражение для радиальной составляющей напряженности магнитного поля:

$$-j\omega\mu H_r = \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \quad (10)$$

Откуда, с учетом приближения плоскопараллельного поля, а также наличия только аксиальной составляющей напряженности электрического поля можно получить равенство (8).

Таким образом, распределение радиальной составляющей напряженности магнитного поля в ферромагнитной проволоке брони кабеля можно описывать рядом:

$$H(r, \varphi) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(B_n \cos n\varphi - A_n \sin n\varphi) n I_n(kr)}{j\omega\mu r}, \quad (11)$$

Для определения постоянных интегрирования в (11) следует положить $r = a$, (радиус жилы). Кроме того заметим, что на границе раздела диэлектрика и ферромагнитной проволоки радиальные составляющие магнитной индукции непрерывны, поскольку поле магнитной индукции соленоидально, и, соответственно, радиальные составляющие напряженности магнитного поля распределяются в соответствии с магнитными проницаемостями:

$$H_{r1}\mu_1 = H_{r2}\mu_2, \quad (12)$$

$$\mu_1 f(\varphi) = -\mu_2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(B_n \cos n\varphi - A_n \sin n\varphi) n I_n(ka)}{j\omega\mu_2 a}, \quad (13)$$

где $f(\varphi)$ – граничное условие, определяющее распределение напряженности радиальной составляющей напряженности магнитного поля в ферромагнитной проволоке, μ_1, μ_2 – магнитные проницаемости на границе раздела двух сред с различными магнитными характеристиками. Вычислив радиальную составляющую напряженности магнитного поля на поверхности проволоки, (формула

(4), ток жилы 100 А), для удобства последующих вычислений аппроксимируем ее полиномом. При вычислении по формуле (4) угол θ отсчитывался, как и показано на рис. (3). При аппроксимации полярный угол φ отсчитывался от оси, соединяющей центры жилы кабеля и проволоки. Расчеты выполнены при токе в жиле 100 А, (амплитудное значение), диаметре проволоки $D = 2a = 3$ мм, расстоянии между осями проволоки и жилы кабеля $x = 27$ мм, диаметре жилы кабеля $D = 18$ мм. Полином имеет вид:

$$f_1(\varphi) = -0,00002316098027\varphi^4 + 71,47502371\varphi^3 - 673,6340591\varphi^2 + 1410,853725\varphi$$

С учетом формулы (12) полином (14), описывающий теперь распределение радиальной составляющей магнитной индукции на поверхности проволоки, запишется в виде:

$$f_2(\varphi) = -2,909019122 \cdot 10^{-11} \varphi^4 + 0,0008977262978 \varphi^3 - 0,0008460843782 \varphi^2 + 0,001772032279 \varphi \quad (15)$$

Формула (13), с учетом (15), для определения постоянных интегрирования примет вид:

$$f_2(\varphi) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(B_n \cos n\varphi - A_n \sin n\varphi) n I_n(ka)}{j\omega a} \quad (16)$$

Из (16) можно получить выражения для определения постоянных интегрирования. Умножая (16) на $\cos(n\varphi)$ и интегрируя в пределах от 0 до 2π , замечаем, что вследствие ортогональности тригонометрических функций все слагаемые, в которых содержатся произведение косинусов и синусов, обратятся в нуль. Кроме того, примем первую гармонику равной нулю. Тогда можно записать выражения для всех постоянных интегрирования B_n .

$$B_n = -\frac{j\omega a}{\pi n I_n(ka)} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \cos n\varphi d\varphi, \quad (17)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Для нахождения постоянных интегрирования A_n повторим ту же процедуру, с той разницей что (16) умножается на $\sin(n\varphi)$.

$$A_n = \frac{j\omega a}{\pi n I_n(ka)} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \sin n\varphi d\varphi, \quad (18)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Таким образом, решение краевой задачи для определения радиальной составляющей напряженности магнитного поля с граничным условием, определяемым формулой (4), дается рядом (11), в котором все постоянные интегрирования находятся по формулам (17) и (18).

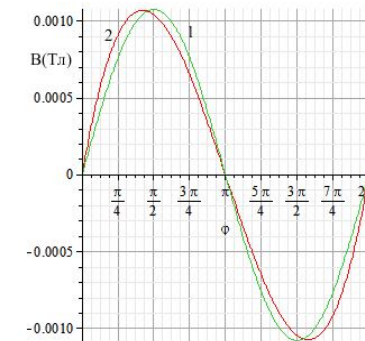


Рис. 4 – Распределение радиальной составляющей магнитной индукции на поверхности проволоки, вычисленное по формулам 15 (кривая 2)) и 11 (кривая 1))

Получен ряд, аналитически описывающий распределение радиальной компоненты напряженности магнитного поля и магнитной индукции по сечению ферромагнитной проволоки брони силового кабеля. Косвенной оценкой правильности полученного решения могут служить кривые, приведенные на рисунке 4, согласно которым распределение, вычисленное суммированием ряда (11), при $r = a$ достаточно хорошо совпадает с поведением полинома (15), который определяет граничное условие рассматриваемой краевой задачи. Источниками расхождений в поведении двух кривых, а также неточностей в решении поставленной задачи, видимо, являются как погрешности обусловленные аппроксимацией граничного условия, так и погрешности обусловленные суммированием ограниченного числа гармоник в формуле (16).

Актуальным является продолжение работы по аналитическому определению, с экспериментальной проверкой, потерь, обусловленных протеканием вихревых токов, при намагничивании спиральной проволоки брони кабеля, с учетом ее реальной геометрии, тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля, которая определяется потоком вектора Пойнтинга в радиальном направлении.

Список литературы: 1. ДСТУ ІЕС 60287-1-1:2009. Кабелі електричні. Обчислення номінальної сили струму. Частина 1-1: Співвідношення для обчислення номінальної сили струму (коефіцієнт навантаження 100%) і обчислення втрат. Загальні положення. 2. ІЕС 287-1-1 Electric cables – Calculation of the current rating-Current rating equations (100% load factor) and calculations of losses Section 1 – General 1995. 3. Туровский Я. Техническая электродинамика / Я. Туровский. – М. : Энергия, 1974. – 448 с. 4. Туровский Я. Электромагнитные расчеты элементов электрических машин / Я. Туровский. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 200 с. 5. Перекалин М. А. Исследование индуцированных токов в цилиндрических алюминиевых кожухах трехфазного токопровода / М. А.

Перекалин, Р. И. Кареев // Известия высших учебных заведений. Энергетика. – 1960. – № 8. – С. 55 – 65.

Надійшла до редколегії 02.10.13.

УДК 621.315.2

Приближенная оценка радиальной составляющей магнитной индукции и напряженности магнитного поля в стальной проволоке брони силового кабеля / И. А. Костюков // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетика: надійність та енергоефективність. – Х. : НТУ «ХПІ», 2013. – № 59 (1032). – С. 70–78. – Бібліогр.: 5 назв.

Отриманий ряд яким описується розподіл радіальної компоненти напруженості магнітного поля та магнітної індукції у феромагнітному дроті броні одножильного силового кабелю у наближенні двовимірного поля.

Ключові слова: рівняння Гельмгольца, радіальна складова напруженості магнітного поля, вектор Пойнтінга.

Row for the description of the radial component of magnetic field induction and magnetic field tension distribution in of power cable armor wire is obtained.

Keywords: Helmholtz equation, radial component of magnetic field tension, Poynting vector