

УДК 621.224

**С. Д. КОСТОРНОЙ**, д-р техн. наук, проф.; проф. СумГУ, Сумы;  
**А. К. ДАВИДЕНКО**, канд. техн. наук; председатель правления – директор  
«ВНИИАЭН», Сумы;  
**Л. К. МАРЧЕНКО**, аспирантка СумГУ, Сумы

## НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА

Современный уровень разработок насосного оборудования нуждается в создании надежных физических и математических моделей, описывающих качественно и количественно правильно рабочий процесс в элементах ступени гидромашин. В данной статье нами представлен алгоритм и результаты решения обратной задачи рабочего колеса одноступенчатого центробежного насоса применительно к проектированию проточной части на заданную форму меридианного потока. Принципиальным отличием от известных постановок решения такой задачи является учет взаимного влияния на меридианный поток всех элементов проточной части: подвода, спирального отвода и выходного диффузора.

**Ключевые слова:** обратная задача, прямая задача, взаимное влияние, элементы проточной части, меридианный поток.

### Введение

На современном этапе развития теории лопастных гидравлических машин, как вырабатывающих, так и потребляющих энергию, дальнейшее повышение их эффективности при достаточно высоком уровне коэффициента полезного действия порядка (90–96) % должно основываться на развитой теории и методах гидродинамических расчетов на ЭВМ.

Обеспечение высокой надежности работы и экономичности, сокращение сроков проектирования и снижение стоимости изготовления, уменьшение металлоемкости конструкций и создание образцов машин, конкурентоспособных на международных рынках, приводят к необходимости новых схем компоновки элементов проточных частей основного оборудования и использования совершенных методов проектирования. Этот комплекс проектных задач требует выполнения физического эксперимента, который весьма трудоемок и дорог. Перспективным для этих целей является метод математического моделирования реальных физических явлений на ЭВМ и постановка вычислительного эксперимента, особенно эффективного в тех случаях, когда он сочетается с аналитическими подходами, физическим экспериментом, автоматизированной подготовкой исходных данных и обработкой результатов расчета. Появление нового, весьма мощного и общего метода исследований – вычислительного эксперимента – как никогда ранее тесно связало физическое содержание задачи, её математическую формулировку и численный метод решения, учитывающий особенности ЭВМ.

Растущие запросы практики ведут к усложнению прикладных задач, для решения которых традиционные методы часто оказываются неэффективными. К числу таких задач относится задача обеспечения не только высоких энергетических и кавитационных показателей, но и требуемой формы рабочей характеристики на расчетных режимах работы насоса.

Изучение и учет причин рассогласования оптимальных режимов работы с расчетными представляет собой весьма актуальную задачу, так как, как правило, сопровождается экспериментальной доводкой рабочих элементов проточной части уже после изготовления.

---

© С.Д. Косторной, А.К. Давиденко, Л.К. Марченко, 2014

Рассогласование оптимальных режимов работы элементов проточной части в большинстве случаев – явление, приводящее к вредным последствиям: отрыву потока, увеличению сопротивления движению твердого тела в жидкости, уменьшению максимальной подъемной силы лопасти, нестационарным нагрузкам и сопровождается повышенным шумом. При отрыве потока происходят потери энергии.

В турбомашинах (паровых и газовых турбинах, воздушных или газовых компрессорах, гидравлических турбинах и насосах) газ или несжимаемая жидкость движется через систему неподвижных и вращающихся гидромеханических решеток. Рабочий процесс, происходящий в проточной части, в среднем можно рассматривать как установившейся (если исключить переходные режимы) в том смысле, что он должен циклически повторяться, по крайней мере, через один оборот ротора. Однако этот основной цикл сопровождается рядом нестационарных явлений, происходящих в гидродинамических решетках и всей машине в целом, так как реальные лопастные системы обтекаются неравномерным и периодически нестационарным потоком.

Имеется ряд причин, по которым поток неоднороден в окружном направлении и которые можно учесть при проектировании. Такая неоднородность вызывается, например, вязкими кромочными следами, распространяющимися за лопатками предыдущей решетки, не осесимметричным подводом и отводом жидкости по окружности, рассогласованием лопаток рабочего колеса, неточностью изготовления и сборки лопастных систем и т.п.

При периодических движениях рабочего колеса с развитием вихревого следа, на входе в многоступенчатых насосах течение рабочей жидкости сопровождается целым рядом сложных нестационарных явлений, связанных со срывом потока и во многих важных для практики случаях наблюдается нелинейная зависимость гидродинамических характеристик лопастных систем от кинематических параметров, характеризующих движение.

Все перечисленные явления сопровождаются неоднозначностью гидродинамических характеристик и зависят от того, что проектирование проточной части выполняется без учета взаимного влияния на обтекание элементов проточной части. Приведенный, далеко не полный, перечень проблем рабочего процесса указывает на все возрастающую практическую важность работ, направленных на более полное и точное определение полей скоростей и давления в проточной части и на непрерывное совершенствование методов расчета гидродинамических параметров.

Ясно, что при имеющихся достижениях, последующее улучшение энергетических и динамических характеристик гидравлической машины представляет собой сложную комплексную научно-техническую задачу, которая должна решаться путем совместных экспериментальных и расчетно-теоретических исследований рабочего процесса.

В инженерной практике проектирования все еще широко применяются методы решения прямых и обратных задач на основе различных упрощенных математических моделей течения жидкости отдельно в каждом элементе проточной части, которые не позволяют на этапе проектирования более достоверно исследовать рабочий процесс. В данной работе рассмотрен новый способ автоматизированного проектирования центробежных насосов, который основан на учете взаимного влияния всех элементов проточной части на структуру потока.

#### **Анализ основных достижений и литературы**

Нами используется аналитический метод решения обратной задачи на заданную форму потока в постановке Бауэрсфельда [1, 2].

На *первом етапе* вибирається проточна частина робочого колеса для випадку осесиметричного потоку ідеальної рідини. Таким підходом дозволяє врахувати наявні рекомендації щодо форми меридіанного сечення і визначити основні геометричні розміри всіх елементів проточної частини проектуваного центробежного насоса.

На *втором етапе* розв'язують пряму 3D задачу течія ідеальної рідини по всій проточній частині і визначають меридіанний потік в робочому колесі згідно [3].

На *третьом етапе* при розв'язанні оберненої задачі визначається обтекаєма нескінченно тонка лопатка з умови, що поверхня лопатки збігається з поверхнею потоку в відносному русі згідно [4].

За своєю дією на невзмущений потік її заміняють деякою вихревою поверхнею. Таким чином, як і при обтеканні, просторову лопатку розглядають як геометричне місце ліній потоку і приєднаних вихревих ліній. Вектор напруженості приєднаних вихревих ліній  $\bar{\Omega}$  в загальному випадку є функцією всіх трьох координат і має три не рівні нулю проекції  $\Omega_r, \Omega_u, \Omega_z$ .

Залежність між формою поверхні лопатки і швидкостями потоку, а також напруженістю вихревої поверхні в циліндричній системі координат має вигляд

$$F(r, z, \theta) = 0. \quad (1)$$

Для будь-якого елемента лопатки диференціюванням (1) отримуємо залежність

$$\frac{\partial F}{\partial r} dr + \frac{\partial F}{\partial z} dz + \frac{\partial F}{r \partial \theta} r d\theta. \quad (2)$$

Умову збігання поверхні лопатки з поверхнею потоку можна записати в диференціальній формі. Відносні швидкості на лопатці пов'язані з абсолютними швидкостями, наступними рівностями:

$$W_r = V_r; \quad W_z = V_z; \quad W_u = V_u - U. \quad (3)$$

Для елемента лінії потоку, виконуються умови:

$$dr = V_r dt; \quad dz = V_z dt; \quad r d\theta = (V_u - U) dt \quad (4)$$

або

$$\frac{\partial F}{\partial r} V_r + \frac{\partial F}{\partial z} V_z + \frac{\partial F}{r \partial \theta} (V_u - U) = 0. \quad (5)$$

Представляючи поверхню лопатки в вигляді вихревої поверхні, можна отримати аналогічне рівняння, якщо використати вирази для проекції вектора вихря  $\bar{\Omega}$

$$\frac{\partial F}{\partial r} \Omega_r + \frac{\partial F}{\partial z} \Omega_z + \frac{\partial F}{r \partial \theta} \Omega_u = 0. \quad (6)$$

Вирази (2), (5), (6) утворюють сумісну систему з трьох рівнянь, для якої визначник системи дорівнює нулю, т.е.

$$\begin{vmatrix} dr & dz & r d\theta \\ V_r & V_z & W_u - U \\ \Omega_r & \Omega_z & \Omega_u \end{vmatrix} = 0. \quad (7)$$

Умова (7) визначає рівняння поверхні лопатки

$$[V_z \Omega_u - (V_u - U) \Omega_z] dr + [(V_u - U) \Omega_r - V_r \Omega_u] dz + [V_r \Omega_z - V_z \Omega_r] r d\theta = 0. \quad (8)$$

Выражения для сечения лопасти координатными поверхностями  $z = \text{const}$ ,  $\theta = \text{const}$  имеют вид

$$[V_z \Omega_u - (V_u - U) \Omega_z] dr + [V_r \Omega_z - V_z \Omega_r] r d\theta = 0$$

или

$$\frac{dr}{r d\theta} = \frac{V_z \Omega_r - V_r \Omega_z}{V_z \Omega_u - (V_u - U) \Omega_z}; \quad (9)$$

$$[V_z \Omega_u - (V_u - U) \Omega_z] dr + [(V_u - U) \Omega_r - V_r \Omega_u] dz = 0, \quad (10)$$

а для цилиндрического сечения ( $r = \text{const}$ ):

$$[(V_u - U) \Omega_r - V_r \Omega_u] dz + [V_r \Omega_z - V_z \Omega_r] r d\theta = 0. \quad (11)$$

Из выражений (9), (11) видно, что если скорости и вихри заданы или каким либо способом определены, то каждое из сечений лопасти можно найти путем интегрирования соответствующих уравнений. Необходимые для профилирования лопасти скорости и вихри будут зависеть от формы проточной части, расчетного режима и формы самих лопастей, и являются функциями трех координат ( $r, z, \theta$ ). Решение такой задачи еще не предложено. Поэтому в практике расчета лопастей применяют некоторые сравнительно простые методы, основанные на дополнительных, упрощающих расчет предположениях [1].

В основе физически целесообразной постановки обратной задачи должны быть вопросы, предъявляемые к реальной лопастной системе при её профилировании. Рассмотрим наиболее важный в практическом отношении случай профилирования лопасти рабочего колеса. Поток на входе в рабочее колесо формируется подводом, обеспечивающим в зависимости от расхода и формы проточного тракта вполне определенное распределение момента скорости  $(rV_u)_{\text{вх}}(\psi)$  перед рабочим колесом. Распределение  $(rV_u)_{\text{вых}}(\psi)$  за рабочим колесом должно выбираться из соображений обеспечения высоких энергетических или кавитационных показателей на заданном расчетном режиме. При этом должен учитываться характер распределения  $(rV_u)_{\text{вх}}(\psi)$  и связь между среднеинтегральными величинами  $(rV_u)_{\text{вых.ср}}(\psi)$  перед и за колесом проектируемой машины, определяемая уравнением Эйлера

$$(rV_u)_{\text{вых.ср}} - (rV_u)_{\text{вх.ср}} = \eta g H / \omega. \quad (12)$$

Таким образом, при постановке обратной задачи следует исходить из того, что в свободном потоке перед и за рабочим колесом, а значит и на лопасти распределение  $(rV_u)(\psi)$  при этом удовлетворяло системе уравнений осесимметричного течения. Меридианный поток в области кромок не должен выбираться произвольно, а должен определяться исходя из заданного распределения  $(rV_u)(\psi)$ . Уравнение связи между геометрией поверхности  $S_{2\text{ср}}$  и составляющими скоростей должно удовлетворять условию осесимметричного квазипотенциального потока, который при проектировании рабочего колеса считается оптимальным [6].

$$V_1 \Omega_1 + V_2 \Omega_2 + V_3 \Omega_3 = 0. \quad (13)$$

Как указывалось, система уравнений (8), (9), (11), определяющая поверхность лопасти  $\varphi = \varphi(q_1, q_2)$ , разрешима относительно функции  $\varphi$  при условии существования между меридианным и циркуляционным потоками вполне определенной функциональной связи. Необходимость такой связи вытекает непосредственно из свойств осесимметричного движения жидкости, в котором компоненты скорости  $\vec{V}$

являются функциями двух криволинейных координат  $q_1, q_2$  (см. рис. 1), с параметрами Лямэ  $H_1, H_2, H_3$ :

$$H_1V_1 = f_1(q_1, q_2); \quad H_2V_2 = f_2(q_1, q_2); \quad H_3V_3 = f_3(q_1, q_2).$$

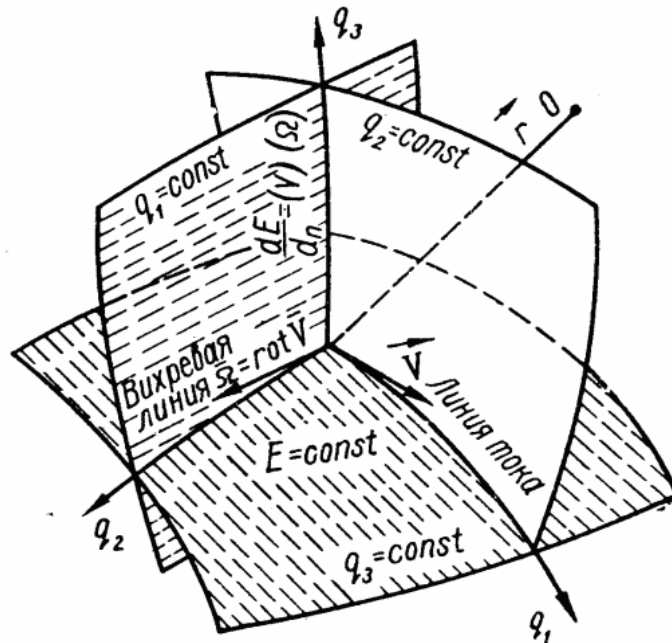


Рис. 1 – Криволинейная система координат

Из этих выражений следует, что

$$H_3V_3 = f(H_1V_1, H_2V_2),$$

а так как в выбранной системе координат  $V_2 = 0$ , получаем, что

$$H_3V_3 = f(H_1V_1)$$

или

$$V_u r = f(H_1V_1). \tag{14}$$

Если учесть, что в выбранной системе координат  $H_3 = r$ ,  $V_2 = 0$ ,  $V_1 = V_m$ ,  $V_3 = V_u$ , тогда уравнение будет иметь вид

$$H_1V_m \frac{\partial(V_u r)}{\partial q_2} + V_u r \left( -\frac{\partial(H_1V_m)}{\partial q_2} \right) = 0. \tag{15}$$

Из уравнения (14) следует, что

$$V_u r = \psi(q_1)H_1V_m, \tag{16}$$

где  $\psi(q_1)$  – произвольная постоянная функция от  $q_1$ .

Для определения функции  $\psi(q_1)$  примем, что на исходной линии тока величина  $V_u r$  известна как граничное условие. Тогда из (16) получаем распределение  $V_u r$  на всех остальных линиях тока.

**Цель исследования, постановка задачи**

Целью данного исследования является определение поверхности лопасти  $\varphi = \varphi(q_1, q_2)$  с учетом влияния всех составляющих проточной части на заданную форму меридианного потока.

При данном подходе профилирование лопасти рабочего колеса выполняется в следующей последовательности:

1) задаются, как это принято, формой проточной части: подвода, рабочего колеса, отвода и меридианным потоком с обычно рекомендуемым количеством линий тока (рис. 2, 3) [4];

2) для принятой схемы проточной части решают прямую задачу на требуемый расход с учетом взаимного влияния всех элементов (рис. 6, 7);

3) на одной из граничных линий тока рабочего колеса принимают закон изменения момента количества движения жидкости  $V_u r$  в соответствии с уравнением Эйлера для заданного напора, учетом поправок на количество лопастей, гидравлических и механических потерь и выполнения необходимого и достаточного условий существования «живых сечений» (13);

4) используя рекомендации работы [4] вычисляют функцию  $\psi(q_1)$  и распределение  $V_u r$  на остальных линиях тока, в результате определяют бесконечно-тонкую поверхность тока, удовлетворяющей всем законам сохранения, которую принимают за одну из поверхностей бесконечно-тонких лопастей;

5) для выбранного расположения одной из кромок лопасти с учетом имеющихся рекомендаций, определяют координаты остальных линий тока;

6) для принятого количества лопастей рабочего колеса толщину лопасти в сечениях  $R = \text{const}$  определяют согласно рекомендациям работы [5] по формуле

$$\delta_u = \frac{2\pi r}{Z} \frac{\mu - 1}{\mu},$$

где  $\mu$  – интегрирующий множитель;

7) после выполнения всех операций оформляют теоретический чертеж лопасти, и автоматически формируется протокол с координатами профиля сечений лопасти для решения прямой задачи её обтекания, см. таблицу [4].

**Материалы исследования**

Материалом исследования для данной работы послужили математические и практические особенности проектирования лопасти рабочего колеса центробежного насоса.

**Результаты исследования**

Представленные результаты получены для одноступенчатого центробежного насоса с параметрами: напор  $H = 40$  м, расход  $Q = 1000$  м<sup>3</sup>/час, число оборотов  $n = 750$  об/мин.

Таблица

Координаты профиля лопасти

| № сечения | 1-я линия тока  |       |                 |       | --- | 4-я линия тока  |       |                 |        |
|-----------|-----------------|-------|-----------------|-------|-----|-----------------|-------|-----------------|--------|
|           | рабочая сторона |       | тыльная сторона |       | --- | рабочая сторона |       | тыльная сторона |        |
|           | x               | y     | x               | y     | --- | x               | y     | x               | y      |
| 1         | 0.00            | 0.00  | 2.11            | -1.30 | --- | 0.00            | 0.00  | 2.11            | -0.93  |
| 2         | 15.81           | 21.26 | 20.09           | 18.69 | --- | 12.66           | 22.76 | 16.97           | 20.92  |
| ---       | ---             | ---   | ---             | ---   | --- | ---             | ---   | ---             | ---    |
| 19        | 433.19          | 24.81 | 437.65          | 13.30 | --- | 412.52          | 23.11 | 416.49          | 11.07  |
| 20        | 451.65          | 4.47  | 455.65          | -7.70 | --- | 429.37          | 2.09  | 432.78          | -10.60 |

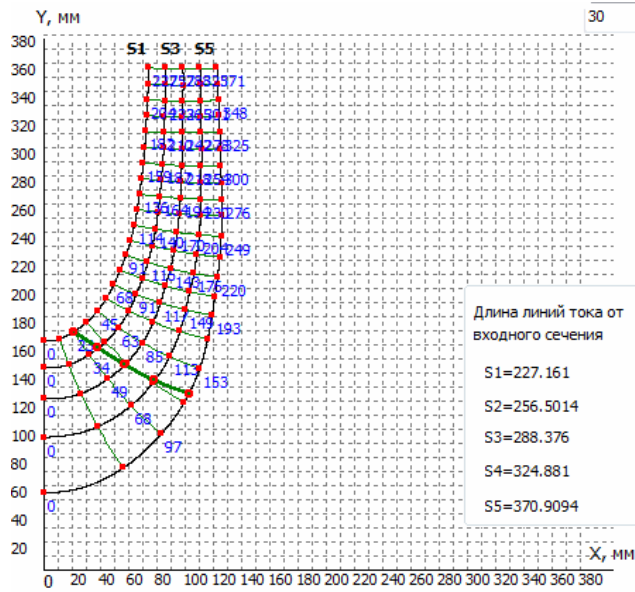


Рис. 2 – Меридианный поток в РК

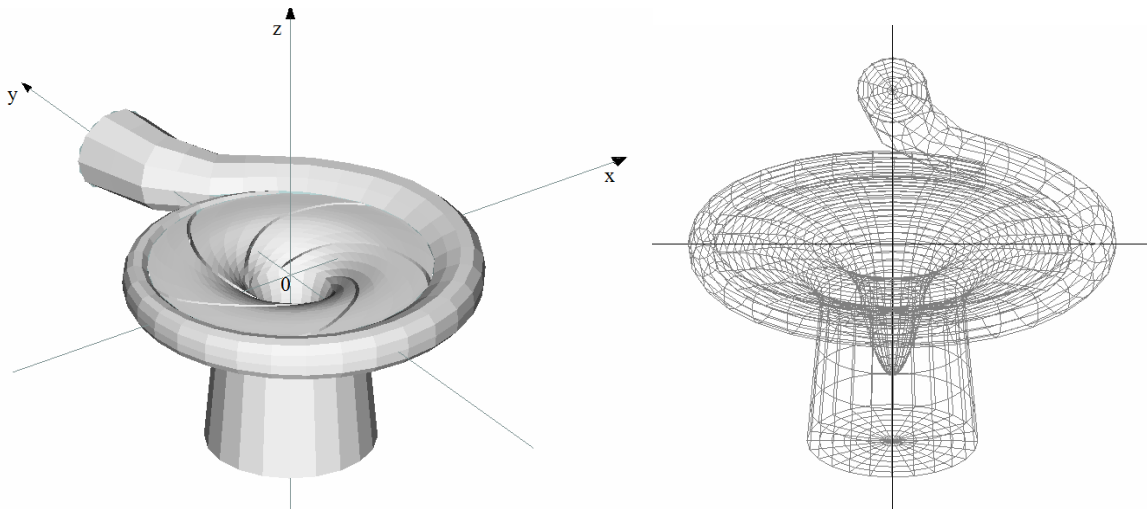


Рис. 3 – Проточная часть насоса

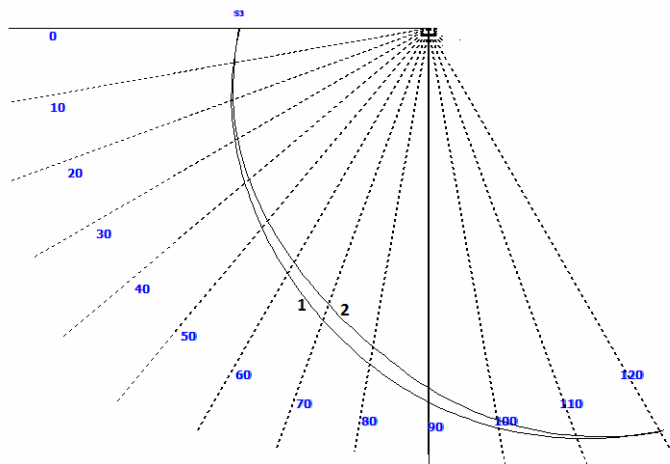


Рис. 4 – Проекция линии тока 3 в плане: 1 – без учета взаимного влияния; 2 – с учетом взаимного влияния подвода, спиральной камеры и выходного диффузора

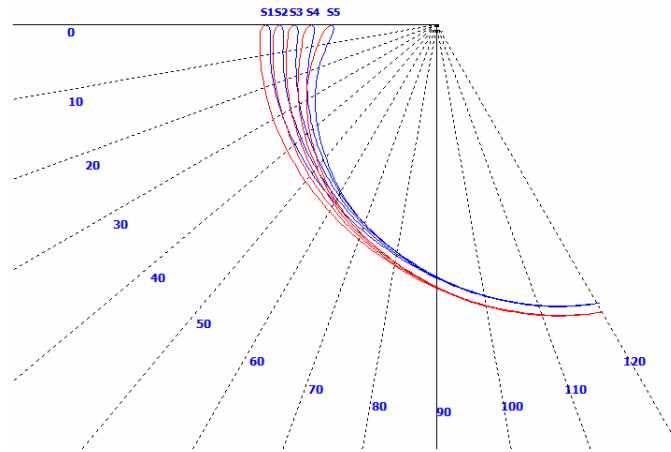
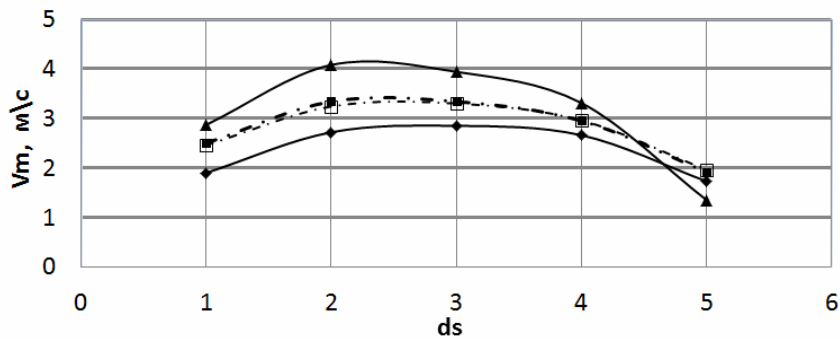
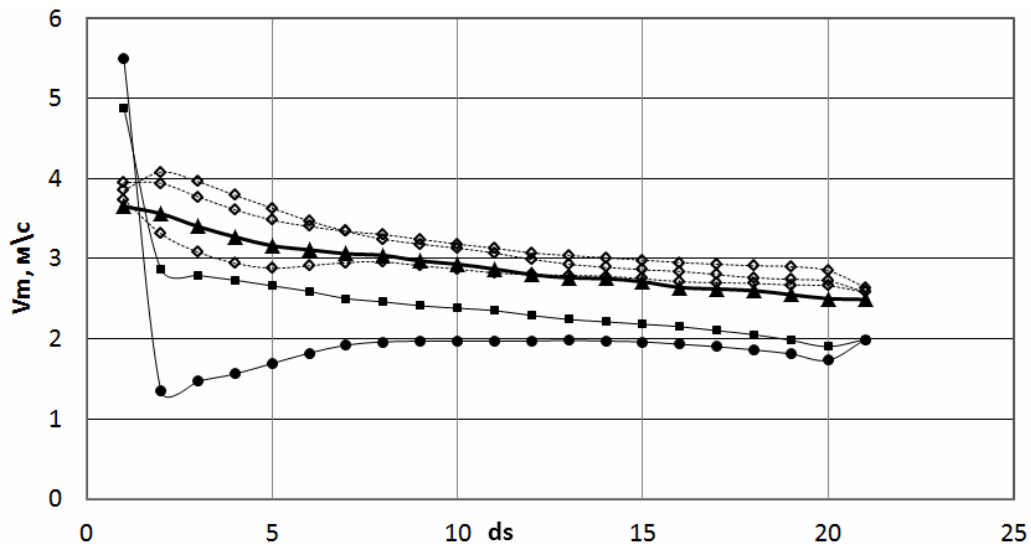


Рис. 5 – Лопасть в плане



—■— Середина ПЧ РК —□— Середина ПЧ РК —◆— Вход в РК —▲— Выход из РК

Рис. 6 – Распределение меридианной скорости, по нормалям см. рис. 2 (расчет выполнен с учетом взаимного влияния элементов проточной части)



—▲— Распределение скорости  $V_m$  без учета взаимного влияния (одинаково для всей проточной части РК)  
 —■— Распределение скорости  $V_m$  с учетом взаимного влияния, основной диск  
 —◇— Распределение скорости  $V_m$  с учетом взаимного влияния, область между основным и покрывающим диском  
 —●— Распределение скорости  $V_m$  с учетом взаимного влияния, покрывающий диск

Рис. 7 – Распределение меридианной скорости по линиям тока см. рис. 2



**Выводы**

1) Предложен усовершенствованный метод решения обратной задачи проектирования проточной части центробежного насоса на заданную форму потока идеальной жидкости с учетом взаимного влияния всех элементов проточной части.

2) Практическая реализация данного подхода на ЭВМ позволила сравнить результаты, решения обратной задачи до и после учета взаимного влияния элементов проточной части, см. рис. 4, 7.

**Список литературы:** 1. Косторной, С. Д. Построение лопасти радиально-осевой турбины в осесимметричном потоке [Текст] / С. Д. Косторной // Гидравлические машины. – 1968. – № 2 – С. 116–122. 2. Этинберг, И. Э. Гидродинамика гидравлических турбин [Текст] / И. Э. Этинберг, Б. С. Раухман. – Л.: Машиностроение, 1978. – 280 с. 3. Косторной, С. Д. Выбор формы течения жидкости при проектировании решеток [Текст] / С. Д. Косторной // Гидравлические машины. – 1971. – № 5 – С. 8–12. 4. Автоматизированное проектирование рабочего колеса центробежного насоса [Текст] / С. Д. Косторной, А. О. Бондарев, Л. К. Марченко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 14(988). – С. 89–95. – Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2078-774X. 5. Косторной, С. Д. Выбор толщины лопасти рабочего колеса при проектировании лопастной гидравлической машины [Текст] / С. Д. Косторной, Н. С. Мартынова // Вісник Сумського державного університету. Серія технічні науки. – 2013. – № 1. – С. 91–103. – ISSN 1817-9215. 6. Косторной, С. Д. Выбор модели течения жидкости при проектировании лопастной гидравлической машины [Текст] / С. Д. Косторной, Н. С. Мартынова // Вісник Сумського державного університету. Серія технічні науки. – 2012. – № 2. – С. 18–28. – ISSN 1817-9215.

**Bibliography (transliterated):** 1. Kostornoj, S. D. "Postroenie lopasti radial'no-osevoj turbiny v osesimmetrichnom potoke." *Gidravlicheskie mashiny* 2 (1968): 116–122. Print. 2. Jetinberg, I. Je., and B. S. Rauhman. *Gidrodinamika gidravlicheskih turbin*. Leningrad: Mashinostroenie, 1978. Print. 3. Kostornoj, S. D. "Vybor formy techenija zhidkosti pri proektirovanii reshetok." *Gidravlicheskie mashiny* 5 (1971): 8–12. Print. 4. Kostornoj, S. D., A. O. Bondarev and L. K. Marchenko. "Avtomatizirovanное proektirovanіe rabochego kola centrabezhnogo nasosa." *Visnyk NTU «HPI»*. Serija: *Energetychni ta teplotehnichni procesy j ustatkuvannja*. No. 14(988). Kharkiv: NTU «HPI», 2013. 89–95. ISSN 2078-774X. Print. 5. Kostornoj, S. D., and N. S. Martynova. "Vybor tolshhiny lopasti rabochego kola pri proektirovanii lopastnoj gidravlicheskoj mashiny." *Visnyk Sums'kogo derzhavnogo universytetu. Serija tehnicni nauky*. No. 1. 2013. 91–103. ISSN 1817-9215. Print. 6. Kostornoj, S. D., and N. S. Martynova. "Vybor modeli techenija zhidkosti pri proektirovanii lopastnoj gidravlicheskoj mashiny." *Visnyk Sums'kogo derzhavnogo universytetu. Serija tehnicni nauky*. No. 2. 2012. 18–28. ISSN 1817-9215. Print.

*Поступила (received) 14.02.2014*