

УДК 62.82

*Е.П. ИВАНИЦКАЯ*, канд. техн. наук; доц. НТУ «ХП»

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ГИДРОПРИВОДА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Рассматривается гидравлический модуль с одноштоковым вертикальным гидравлическим цилиндром, шток которого ориентирован вверх, дроссель расположен в напорной магистрали, направление действия нагрузки совпадает с направлением втягивания штока.

Представлена математическая модель втягивания штока гидравлического цилиндра. Выполнен расчет переходных процессов при разгоне, торможении и переходе с одной скорости на другую. Приведены результаты расчетов и их анализ.

**Ключевые слова:** гидравлический привод, гидравлический цилиндр, переходные процессы, математическая модель, дроссель.

### Введение

Сегодня гидропривод используется для автоматизации различных технологических процессов. Технологические процессы требуют реализации не только установившихся, но и переходных процессов разгона, торможения, перехода с одной скорости на другую. Поэтому вопрос моделирования переходных процессов гидропривода является актуальным.

### Цель статьи

Целью данной статьи является построение математической модели и расчет переходных процессов (ПП) гидравлического модуля подъемного устройства с одноштоковым вертикальным гидравлическим цилиндром (ГЦ).

### Описание объекта исследований

В качестве объекта исследований принят гидравлический привод (рис. 1) с одноштоковым вертикальным ГЦ, шток которого ориентирован вверх, дроссель расположен в напорной магистрали, направление действия нагрузки совпадает с направлением втягивания штока.

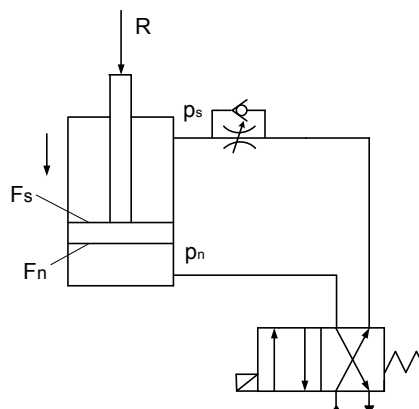


Рис. 1 – Исследуемый гидравлический модуль

Целесообразно применять классификацию приводов с одноштоковым ГЦ в зависимости от направления движения поршня, направления действия нагрузки, наличия или отсутствия дросселя и расположения его в напорной или сливной магистралях [1÷3].

По упомянутой классификации рассматриваемый привод относится к модулю №2 [3]. Он состоит из ГЦ, гидравлического распределителя (двухпозиционного четырехлинейного), дросселя с обратным клапаном, расположенным в напорной магистрали; напорной магистрали, соединенной с насосом и сливной магистрали, соединенной с баком. Шток ГЦ втягивается.

**Математическая модель рассматриваемого гидравлического модуля**

При построении математической модели (ММ) применяются следующие допущения [3]: отсутствуют утечки рабочей жидкости (РЖ); сухое трение равно нулю; волновые процессы в трубопроводах отсутствуют; температура РЖ постоянная (т. е. постоянным считаем коэффициент кинематической вязкости и силы трения); потери на трение в магистралях и в гидравлической аппаратуре не учитываются; давление в сливной магистрали равно нулю; радиальный зазор между корпусом и золотником в золотниковых распределителях принимаем равным нулю; рабочие кромки считаем острыми; принимаем постоянным  $E$  – модуль упругости РЖ.

Рассмотрим ММ рабочего процесса втягивания штока ГЦ ГП исследуемого модуля, в которой используется аналитическая зависимость перепада давления на дросселе в зависимости от расхода через дроссель.

1. Уравнение динамического равновесия поршня:

$$m \, dV/dt = -p_n F_n + p_s F_s + R - Rt,$$

где  $m$  – приведенная масса;  $V$  – скорость перемещения поршня и штока ГЦ;  $p_n, p_s$  – давления в поршневой и штоковой полостях ГЦ соответственно;  $R$  – нагрузка;  $Rt$  – сила трения;  $F_n = \pi \cdot D^2/4$ ,  $F_s = \pi \cdot (D^2 - d^2)/4$  – эффективная площадь поршня в поршневой и штоковой полостях ГЦ (здесь  $D, d$  – диаметры поршня и штока).

2. Уравнение расхода РЖ, поступающего в поршневую полость ГЦ:

$$Q_n = Q_{nep \, n} - Q_{сж \, n},$$

где  $Q_n$  – расход РЖ, поступающий в поршневую полость ГЦ;  $Q_{nep \, n} = V \cdot F_n$  – расход на перемещение поршня ГЦ;  $Q_{сж \, n} = (W_n / E) \, dp_n/dt$  – расход на сжатие РЖ в поршневой полости ГЦ (здесь  $W_n = W_{0n} - F_n \cdot y$  – объем РЖ в поршневой полости ГЦ;  $W_{0n}$  – начальный объем в поршневой полости ГЦ;  $y$  – перемещение поршня ГЦ);  $E$  – модуль упругости РЖ.

3. Уравнение расхода РЖ, вытекающего из штоковой полости ГЦ:

$$Q_s = Q_{nep \, s} + Q_{сж \, s},$$

где  $Q_s$  – расход РЖ, вытекающий из штоковой полости ГЦ;  $Q_{nep \, s} = V \cdot F_s$  – расход на перемещение поршня;  $Q_{сж \, s} = (W_s / E) \, dp_s/dt$  (здесь  $W_s = W_{0s} + F_s \cdot y$  – объем РЖ в штоковой полости ГЦ;  $W_{0s}$  – начальный объем РЖ в штоковой полости ГЦ).

4. Уравнение расхода РЖ через дроссель в напорной магистрали:

$$Q_d = \mu_d f_d \sqrt{(2g \Delta p_d) / \gamma},$$

где  $Q_d$  – расход РЖ через дроссель в напорной магистрали;  $\mu_d$  – коэффициент расхода дросселя;  $\gamma$  – удельный вес РЖ;  $g$  – ускорение свободного падения;  $f_d$  – площадь проходного сечения дросселя;  $\Delta p_d = p_n - p_s$  – перепад давления на дросселе.

5. Уравнение расхода РЖ через распределитель в сливной магистрали:

$$Q_{zc} = \mu \pi d_z x_z \sqrt{2g p_s / \gamma},$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода распределителя;  $d_z$  – диаметр золотника;  $x_z$  – величина открытия окна распределителя.

6. Уравнение неразрывности:

$$Q_1 = Q_{zc}; Q_2 = Q_d.$$

В уравнении (4) перепад давления на дросселе  $\Delta p_d$  является функцией расхода рабочей жидкости, протекающей через дроссель. Для решения задачи эта зависимость должна быть задана аналитически.

**Моделирование переходных процессов исследуемого модуля**

Решение задачи определения аналитической зависимости  $\Delta p_d = f(Q)$  по известным экспериментальным данным методом линейной и нелинейной регрессии проводилось в универсальной математической системе MathCAD.

На рис. 2 представлена экспериментальная зависимость  $\Delta p_d = f(Q)$  и расчетная зависимость перепада давления от расхода рабочей жидкости через дроссель методом нелинейной регрессии (коэффициент корреляции равен 0,999):

$$\Delta p_d = k_0 + k_1 Q_d + k_2 Q_d^2, \tag{1}$$

где  $k_0 = -0,134$ ;  $k_1 = 1,759 \cdot 10^{-5}$ ;  $k_2 = 2,059 \cdot 10^{-5}$ .

В стандартных обозначения MathCAD экспериментальная зависимость обозначена как  $dP = f(Q)$ , а полученная зависимость как  $fit = f(Q)$ .

При решении задачи линейной регрессии (коэффициент корреляции равен 0,997) перепад давления на распределителе определялся в виде

$$\Delta p_d = k_0 + k_1 Q_d, \tag{2}$$

где  $k_0 = -2,817$ ;  $k_1 = 0,016$ .

На рис. 3 приведены экспериментальная и расчетная зависимости перепада давления от расхода через дроссель, полученная методом линейной регрессии.

Из анализа полученных результатов при решении задач линейной и нелинейной регрессии можно сделать вывод о возможности применять для описания аналитической зависимости  $\Delta p_d = f(Q)$  как линейную (2), так и нелинейную зависимость (1).

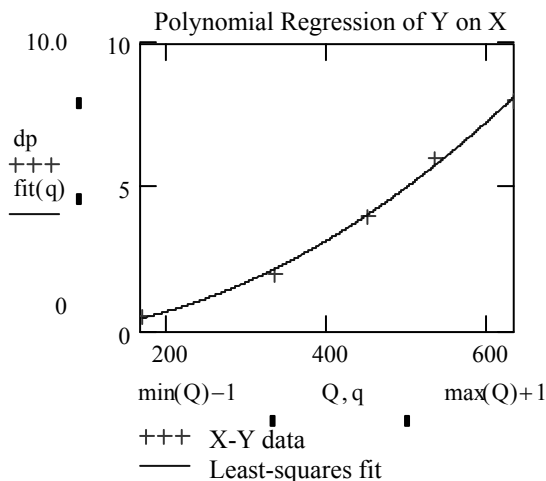


Рис. 2 – Нелинейная регрессия

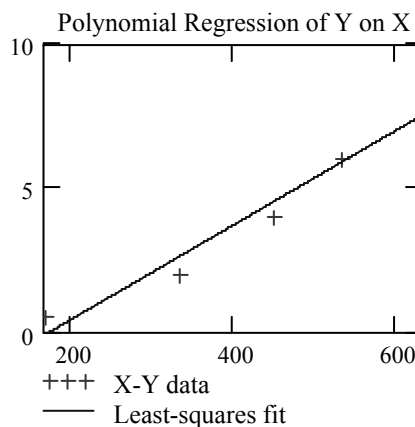


Рис. 3 – Линейная регрессия

Зная коэффициенты регрессии, при решении задачи моделирования переходных процессов можно не задаваться постоянным перепадом давления, а рассчитывать его в зависимости от расхода, протекающего через дроссель. А этот расход нам известен на основании уравнения неразрывности. При моделировании рабочих процессов, протекающих в рассматриваемом гидравлическом модуле, расход рабочей жидкости через распределитель в напорной магистрали равен расходу, поступающему в гидравлический цилиндр:  $Q_d = V \cdot F_s$ .

Следовательно, зависимости (1), (2) можно представить в виде:

$$\Delta p_d = k_0 + k_1(V \cdot F_s) + k_2(V \cdot F_s)^2, \quad \Delta p_d = k_0 + k_1(V \cdot F_s).$$

После соответствующих преобразований, получим следующую математическую модель рабочего процесса рассматриваемого модуля (шток перемещается вниз):

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = V \\ \frac{dV}{dt} = m^{-1}(-p_n F_n + p_s F_s + R - Rt), \\ \frac{dp_n}{dt} = E(-\mu \pi d_z x_z(t) \sqrt{\frac{2gp_n}{\gamma} + VF_n}) / (W_{0n} - F_n \cdot y); \\ \frac{dp_s}{dt} = E(-V \cdot F_s + \mu_d f_d \sqrt{\frac{2g(k_0 + k_1(VF_s))}{\gamma}}) / (W_{0s} + F_s \cdot y). \end{cases} \quad (3)$$

Полученные системы нелинейных дифференциальных уравнений (3) решались методом Рунге-Кутты в универсальной математической системе MathCAD.

При моделировании были приняты следующие исходные данные:  $D = 5$  см – диаметр поршня;  $d = 3,2$  см – диаметр штока;  $d_z = 0,6$  см – диаметр золотника;  $x = 0,075$  см – максимальный ход золотника;  $R = 39$  кгс – нагрузка;  $E = 14000$  кгс/см<sup>2</sup> – модуль упругости РЖ;  $\gamma = 0,0009$  кгс/см<sup>3</sup> – удельный вес РЖ;  $g = 980$  см/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения;  $p_n = 63$  кгс/см<sup>2</sup> – давление насоса;  $\mu = 0,62$  – коэффициент расхода;  $Rt = 1$  кгс – сила трения;  $F_n = \pi D^2/4 = 19,635$  см<sup>2</sup>;  $F_s = \pi (D^2 - d^2)/4 = 11,592$  см<sup>2</sup> – эффективная площадь поршневой и штоковой полости ГЦ;  $L = 19$  см – максимальный ход поршня;  $f_d = 0,15$  см<sup>2</sup> – площадь проходного сечения дросселя. Связь между объемами РЖ в полостях ГЦ  $W_{02} = W_c - W_{01}$ .

Для получения единственного решения системы дифференциальных уравнений (3) необходимо определить четыре начальных условий (НУ). НУ можно определить из уравнений статики и из физической модели функционирования исследуемого привода.

### **III режимов разгона, торможения, перехода с одной скорости на другую**

Запишем НУ для режима разгона:

1.  $y(0) = 0$  – при  $t = 0$  положение поршня принимаем равным нулю.
2.  $V(0) = 0$  – поршень неподвижен.
3.  $p_2(0) = 0$  – давление в сливной магистрали равно нулю.
4. Из уравнения (1) при  $V(0) = 0$  получим

$$p_s(0)F_n - p_n(0)F_s - R = 0 \text{ и } p_n(0) = R/F_n = 39/19,635 = 1,986 \text{ кгс/см}^2.$$

НУ для режима торможения. Их можно определить на основании результатов расчета III режима разгона:

1.  $y(0) = 0$ ;
2.  $V(0) = 10,736$  см/с;
3.  $p_n(0) = 2,65$  кгс/см<sup>2</sup>;
4.  $p_s(0) = 1,5344$  кгс/см<sup>2</sup> – установившиеся значения режима разгона.

Моделировался режим открытия окна распределителя постепенным изменением величины открытия окна распределителя от 0 до  $x_{\max}$  за 0,04 с (см. рис.4) по формуле

$$X(t) = x_{\max} \left( \frac{e^{kt} - e^{-kt}}{e^{kt} + e^{-kt}} \right),$$

где  $x_{\max} = 0,075$  см;  $k = 65$ .

Моделювався процес закриття окна распределителя постепенним изменением величины площади окна распределителя от  $x = x_{\max}$  до  $x = 0$  с помощью зависимости:

$$x(t) = x_{\max} e^{-kt},$$

где  $t$  – текущее время;  $k_1 = 230$ ;  $x_{\max} = 0,075$  см.

Полное закрытие окна распределителя моделировалось за 0,02 с (см. рис. 4).

Моделювання процесу переходу с одной скорости на другую реализовывалось путем переключения потока рабочей жидкости на другой дроссель, который подключен параллельно первому.

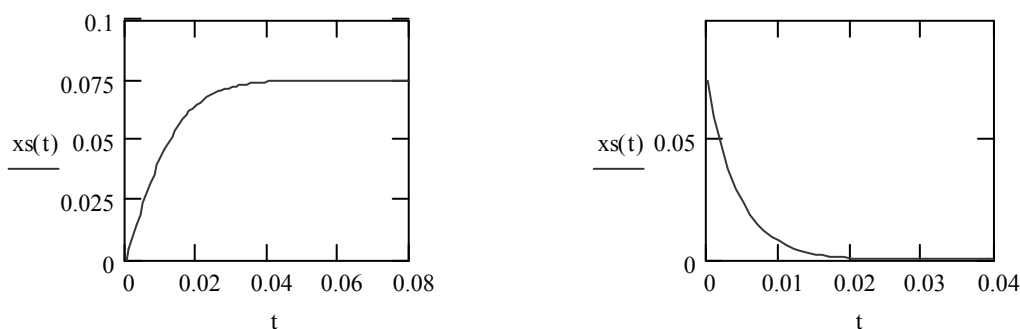


Рис. 4 – Процесс открытия и закрытия окна распределителя

Полученная система нелинейных дифференциальных уравнений (3) решалась методом Рунге-Кутты в универсальной математической системе MathCAD.

При решении системы уравнений (3) будем оперировать следующими размерностями: единица длины – см; единица давления – кгс/см<sup>2</sup>; единица силы – кгс.

Результаты расчетов приведены на рис.5÷7. На них представлены переходные процессы в стандартных для MathCAD обозначениях с соответствующими размерностями:  $x_0-y$  [см];  $x_1-V$  [см/с];  $x_2-p_1$  [кгс/см<sup>2</sup>];  $x_3-p_2$  [кгс/см<sup>2</sup>];  $t$  [с] – время.

Переходные процессы  $y(t)$ ,  $V(t)$ ,  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  в режиме разгона представлены на рис. 5. Установившиеся значения определяемых параметров режима разгона следующие:  $V=10,738$  см/с ( $t=0,057$  с);  $p_1=2,65$  кгс/см<sup>2</sup> ( $t=0,05$  с);  $p_2=1,5344$  кгс/см<sup>2</sup> ( $t=0,057$  с). Время переходного процесса 0,057 с. За это время поршень переместится на 0,6 см.

ПП торможения по  $V(t)$ ;  $p_1(t)$ ;  $p_2(t)$  представлены на рис.6. Установившиеся значения следующие:  $V=0$  см/с ( $t=0,022$  с);  $p_1=3,948$  кгс/см<sup>2</sup> ( $t=0,02$  с);  $p_2=3,404$  кгс/см<sup>2</sup> ( $t=0,0256$  с). Поршень останавливается ( $V=0$ ) через 0,024 с, переместившись на 0,057 см.

Кроме разгона и торможения возможен ПП перехода с одной скорости на другую за счет изменения величины площади проходного сечения дросселя. В расчете принимался за начальный установившийся режим (рис. 5) с величиной  $f_d=0,15$  см<sup>2</sup>. Рассчитывался ПП при увеличении площади проходного сечения дросселя до 0,25 см<sup>2</sup> за 0,03 с по формуле:

$$x(t)=0,15+0,1(e^{65t}-e^{-65t})/(e^{65t}-e^{-65t}).$$

В качестве НУ приняты установившиеся значения исходного режима  $y_0=0$  см;  $V_0=10,738$  см/с;  $p_{10}=2,653$  кгс/см<sup>2</sup>;  $p_{20}=1,5344$  кгс/см<sup>2</sup>. Результаты расчета приведены на рис. 7. ПП длится 0,04 с. За это время поршень переместится на 0,5 см. Установившиеся значения:  $V=12,798$  см/с;  $p_1=3,88$  кгс/см<sup>2</sup>;  $p_2=3,303$  кгс/см<sup>2</sup>.

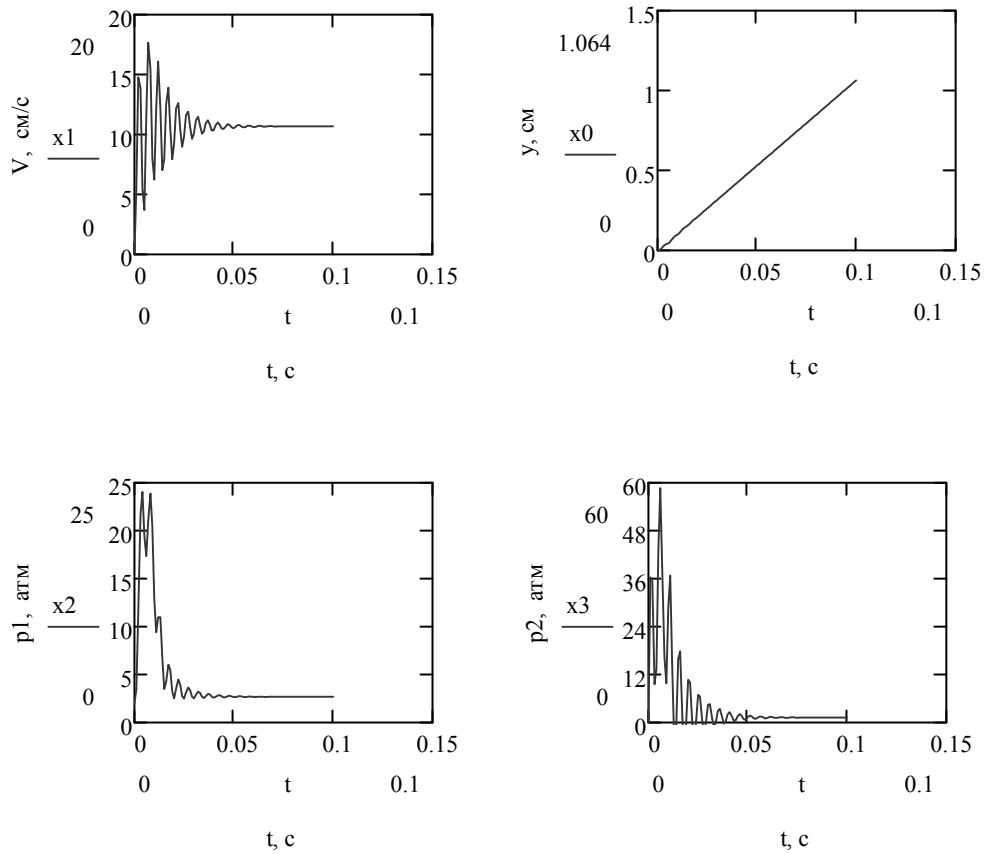


Рис. 5 – Переходные процессы разгона

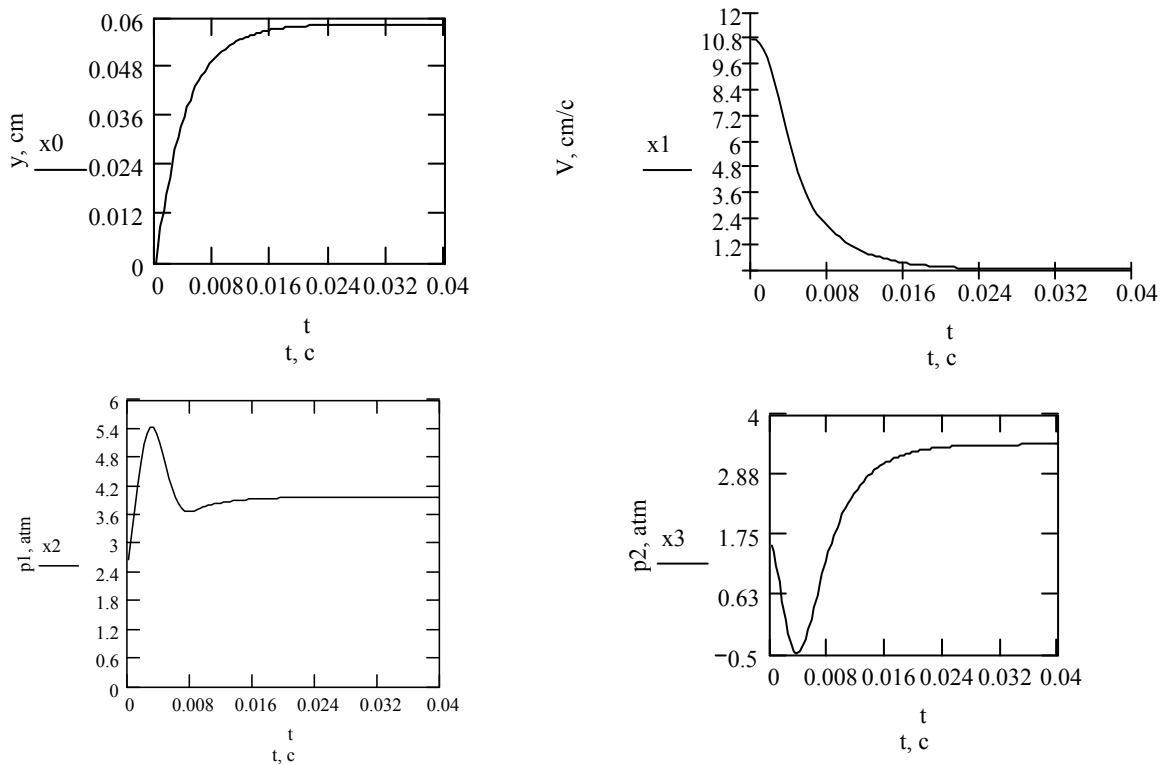


Рис. 6 – Переходные процессы торможения

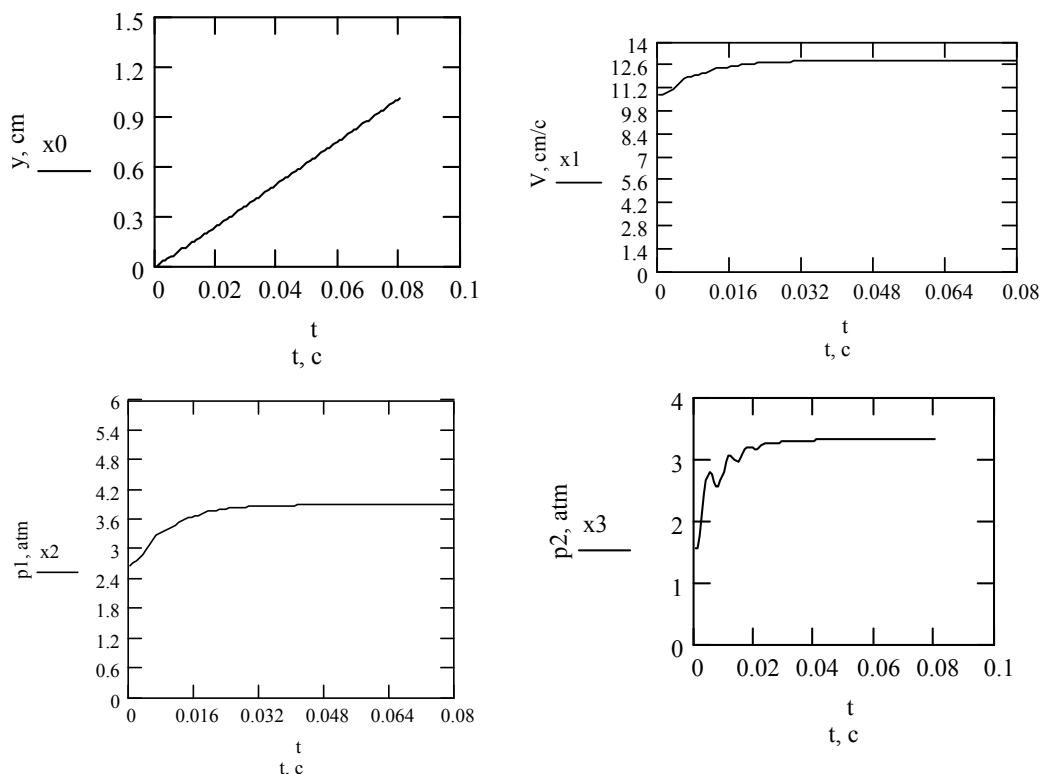


Рис. 7 – Переходные процессы перехода с одной скорости на другую

### Выводы

1. Приведена математическая модель гидравлического модуля с одноштоковым вертикальным ГЦ, шток которого ориентирован вверх, дроссель расположен в напорной магистрали, направление действия нагрузки совпадает с направлением втягивания штока.

2. Выполнено моделирование ПП процессы  $y(t)$ ,  $V(t)$ ,  $p_n(t)$ ,  $p_s(t)$  в режиме разгона, торможения, перехода с одной скорости на другую.

3. Представлены результаты расчетов ПП.

**Список литературы:** 1. *Иваницкая, Е. П.* Математические модели гидравлических модулей с вертикальным гидравлическим цилиндром [Текст] / Е. П. Иваницкая // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – №5 / 6 (41). – С. 38–41. 2. *Иваницька, О. П.* Про моделювання гідравлічних модулів з вертикальним гідравлічним циліндром [Текст] / О. П. Іваницька // Вісник НТУ «ХПІ», 2011. – Вип.13. – С. 89–96. 3. *Иваницька, О. П.* Типізація та моделювання гідравлічних модулів з одноштоковим гідравлічним циліндром [Текст] / О. П. Іваницька // Вісник НТУ «ХПІ», 2013. – Вип.5. – С. 84–94.

**Bibliography (transliterated):** 1. Ivanickaja, E. P. "Matematicheskie modeli gidravlicheskih modulej s vertikal'nym gidravlicheskim cilindrom." *Vostochno-evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij* 5/6 (41) (2009): 38–41. Print. 2. Ivanits'ka, O. P. "Pro modelyuvannya hidravlichnykh moduliv z vertykal'nym hidravlichnym tsylindrom." *Visnyk NTU "KhPI"*. No. 13. 2011. 89–96. Print. 3. Ivanits'ka, O. P. "Typizatsiya ta modelyuvannya hidravlichnykh moduliv z odnoshtokovym hidravlichnym tsylindrom." *Visnyk NTU "KhPI"*. No. 5. 2013. 84–94. Print.

Поступила (received) 08.01.2015